A mai térelméletek általánosan kétfajta részecskecsaládból épülnek fel. Vannak az „anyagi” részecskék, a fermionok, mint például az elektron, és vannak a részecskék közötti kölcsönhatást közvetítő részecskék, a bozonok, mint amilyen az elektronok közti taszításért felelős foton. Az erős kölcsönhatásban az elektron szerepét a kvarkok játsszák, míg a foton szerepét a gluon[1] veszi át. A tipikus kvark–gluon kölcsönhatás, az ún. csatolás erőssége nagyságrendekkel különbözik az erős kölcsönhatásban az elektrodinamika elektron–foton csatolásától. Az elektronnak az elektromágneses kölcsönhatás miatti kötési energiája a hidrogénatomban néhány elektronvolt, ami az einsteini energia-tömeg egyenlőség elve alapján 10^{-36} kg-mal teszi könnyebbé azt, és elhanyagolható az elektron 10^{-30} kg-os tömege mellett. A hidrogénatomban kötött elektron tömege *kicsit* más, mint a szabad elektroné, de ettől még felismerhetően elektron. Más a helyzet az erős kölcsönhatásban, ahol a kötési energia összemérhető a részecskék tömegével, és ezáltal a szabad és a kötött részecske már nagyon eltérő tulajdonságokat mutathat.

A csatolás erősségén kívül azonban van még egy nagyon lényeges különbség az elektronok és fotonok elméletét leíró kvantum-elektrodinamika, illetve a kvarkok és gluonok viselkedését vizsgáló kvantum-színdinamika (az angol elnevezés rövidítéseként QCD) között. A gluonok, a fotonokkal ellentétben egymással is kölcsönhatásba lépnek, így egy gluon könnyen „elbomolhat” kettőre. Ráadásul a kvarkok és a gluonok, illetve a gluonok önmaguk közti csatolásának erőssége a kvantum-elektrodinamikában leírtakkal éppen ellentétesen függ a részecskék tipikus energiájától, és kis energiák esetén a csatolás erőssége igen nagy lesz. Ennek az a következménye, hogy a kvantum-elektrodinamikában általánosan használt módszer, a perturbáció-számítás[2] nem alkalmazható a kvantum-színdinamika alacsony energián történő vizsgálatához, azaz például a természetben megfigyelt hadronok, mint a proton és neutron leírásához. A perturbáció-számítás azon alapul, hogy a bonyolult kölcsönható rendszer jellemzésére a szabad, ismert megoldású, kölcsönhatásmentes rendszer paramétereit használjuk, és megpróbáljuk a két rendszer közti különbséget kiszámolni. Ez abban az esetben lehetséges, ha a szabad és a kölcsönható rendszer közti különbségek „kicsik”. Az elektronok egymással kölcsönhathatnak egy, kettő, ..., végtelen sok foton közvetítésével. A végeredmény szempontjából, hogy a két elektron taszítja egymást, mindegyik folyamat ad valamilyen járulékot. Láttuk, hogy a kötött és a szabad elektron tömege közel esik egymáshoz, valamint kísérletekből tudjuk, hogy az elektron és a foton közti csatolási állandó értéke 1/137. Így ha kiszámoljuk a taszítást, feltételezve azt, hogy csak egy foton cserélődik ki a két elektron között, a további elektron-foton kölcsönhatás figyelembevétele csak kicsit módosítja az eredményt. Ezzel szemben az erős kölcsönhatásban nem garantált, hogy a szabad és a kötött kvark tömege megegyezik, és a csatolás erősségét jellemző kombináció értéke egységnyi, azaz például az a kölcsönhatás, ahol két kvark között két kölcsönhatás jön létre egy-egy gluon segítségével, körülbelül ugyanolyan fontos, mint az ettől számunkra megkülönböztethetetlen folyamat, melyben csak egy kölcsönhatás van.

Az erős kölcsönhatásnak ez a viselkedése teszi szükségessé, hogy alacsony energián a kvantum-elektrodinamikától eltérő, *nemperturbatív* módszereket találjunk a kvantum-színdinamikai elmélet megoldására. Az alacsonyenergiás vizsgálat során a ma minket körülvevő és megfigyelhető hadronok (protonok, neutronok, pionok stb.) jellemzőit próbáljuk leírni. Erre az egyetlen ma ismert következetes módszer az ún. rácsszámolás, melynek során a téridőt nem folytonosnak tekintjük, hanem kis véges

1 Az elnevezés az angol glue – ragasztó szóból származik.
2 A latin szó jelentése megzavarni, és először a bolygók mozgásának más bolygók általi megzavarására használták a fizikában.

PAPP GÁBOR

A királis szimmetria esete a véletlen számokkal

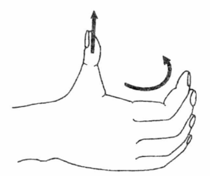
szakaszokból állónak. Egy ilyen *diszkrét* pontokból álló rácson a QCD megoldható számítógép(ek) segítségével, Monte-Carlo-módszerrel. Mint a neve is sugallja, ez a technika azt takarja, hogy bizonyos irányítással *véletlenszerűen* kialakítunk valamilyen színmezőt (az elektromágneses mező megfelelője a QCD-ben), és megnézzük, hogy az mennyire fontos az elmélet megoldása szempontjából. Mind az elméleti jóslatok, mind a rácsszámolások azt mutatják, hogy bizonyos mezőkonfigurációk igen lényegesek, és az elmélet alacsonyenergiás viselkedése igen nagy pontossággal megérthető, ha csak ezeket az állapotokat vesszük figyelembe, és a többiekről megfeledkezünk. A rácsszámolásokat természetesen illik különböző nagyságú rácsállandóval – a tér- és időbeli szakaszok hosszával – elvégezni, és a számolások végén megbecsülni, hogy milyen eredményt várunk, ha a rácsállandó a nullához tart, azaz a téridő visszanyeri folytonos jellegét.

A rácsszámolások azonban igen időigényesek, és igazából nem segítenek a fizikai kép megértésében, „mechanikusan" adják meg a feltett kérdésekre a választ. További hátrányuk, hogy a jelenlegi – és rohamosan bővülő – számítógépes kapacitás sem elegendő ahhoz, hogy elég nagy rácson ki tudjuk számolni az elméletet, így sok kérdésre nem képesek választ adni. Azonban lehetőség van további egyszerűsítésekre, mint azt az előbbi példa is mutatja, azaz tehetünk olyan fizikai *közelítéseket,* melyek az adott kérdéskör – a kvantum-színdinamika alacsonyenergiás viselkedése – szempontjából nem okoznak nagy hibát, ugyanakkor lényegesen leegyszerűsítik a kérdések megválaszolását.

Az egyszerűsített, ún. *effektív* elmélet kidolgozásához, mint arra *Wigner Jenő* rávilágított, szükséges a szimmetriák feltárása, és ezen szimmetriák megkövetelése az egyszerűsített modellben is. A hadronok tömegeit vizsgálva azt látjuk, hogy egy részecske, a pion (valójában három, a pozitív és a negatív töltésű, valamint a semleges pion) igen kirí közülük, a többi hadronhoz képest meglepően kicsi – „majdnem nulla" – a tömege. Egy ilyen jelenségnek a térelméletekben igen komoly következménye van, ugyanis az elmélet egy szimmetriája önmagától sérül. Ezt a legjobban a mágnesesség példáján át lehet megérteni. A mágneseket leíró elmélet nem tünteti ki egyik mágnesezettségi irányt sem, az tetszőleges szöggel elforgatható, és ennek a szimmetriának alapján azt várnánk, hogy sok elemi mágnesből felépülő acéldarab teljes mágnesezettsége nulla. Ezzel szemben azt tapasztaljuk, hogy hiába a forgatási szimmetria, ez sérül, mivel a mágnes esetében a kis elemi mágnesek egy adott irányba állnak be. Hasonló a helyzet, amikor egy pálcát függőlegesen az asztalhoz nyomunk, és erős nyomás esetében a pálca hirtelen egy adott irányba meggörbül (a pálcát leíró elmélet alapján bármelyik irányba meggörbülhet). Mi lehet az a szimmetria, ami sérül a kvantum-színdinamika esetében, és a pion igen kis tömegét okozza?

A QCD elméletében a kvarkok „szabad" tömege igen kicsi, és jó közelítéssel nullának tekinthető. A tömegtelen részecskéknek azonban van egy sajátságos jellemzőjük, az ún. kiralitás[3], mely a részecske spinjének (saját impulzusmomentumának) és haladási irányának relatív helyzetét határozza meg. A rajz alapján, ha jobb kezünk ujjait a hüvelykujj kivételével a forgás irányába állítjuk (begörbítve), akkor a rájuk merőlegesen tartott hüvelykujj mutatja meg a spin irányát (**1. ábra**). Amennyiben ez a haladás irányával kevesebb, mint 180 fokot zár be, akkor jobbkezes, ellenkező esetben balkezes részecskéről beszélünk. Ez a felosztás nem működik tömeggel rendelkező részecskék esetében, mivel beülve egy, a vizsgált részecskénél gyorsabban mozgó vonatkoztatási rendszerbe, a részecske haladási iránya előjelet vált, míg spinje nem, és végeredményként a kiralitás az ellenkezőjére változik. Mivel a fizikában a részecskék típusát jellemző fizikai mennyiségek nem függhetnek attól, hogy milyen vonatkoztatási rendszerből határozzuk meg az értéküket, a kiralitás nem jó jellemző tömeggel rendelkező részecskékre. Ugyanakkor tömegtelen részecske esetén, mivel az fénysebességgel halad, nincs olyan vonatkoztatási rendszer, amelyből nézve a részecske haladási iránya megváltozna.

A továbbiakban lássuk a QCD-nek azt a *közelítését,* ahol a kvarkok „szabad" tömege nulla. Ebben az esetben a jobb- és bal-



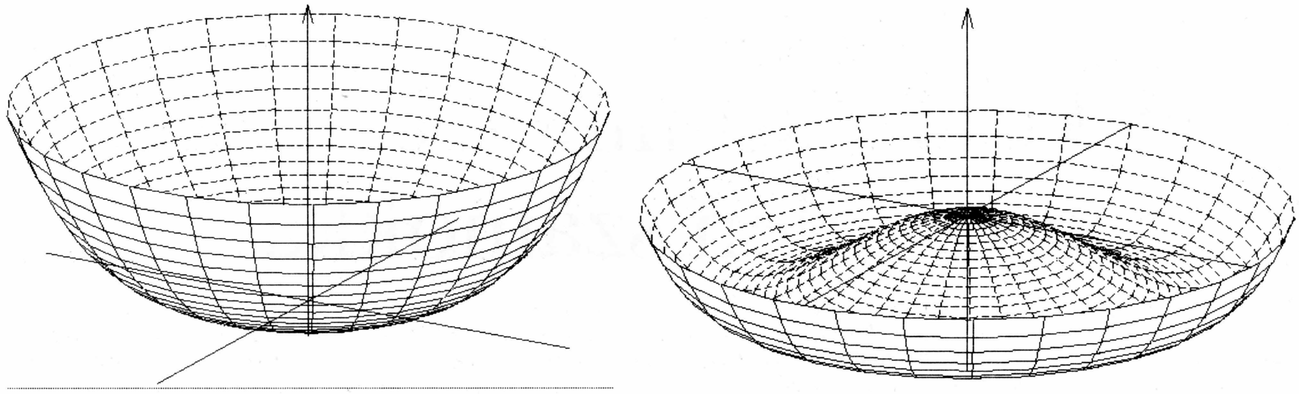
1. ábra. A jobb kéz hüvelykujja mutatja a részecske spinjének irányát a többi ujj által meghatározott forgási irány esetében

kezes kvarkok egymástól teljesen függetlenek lesznek, és az elmélet érzéketlen e kétféle kvark relatív fázisának tetszőleges megváltoztatására. Az ezzel összefüggő szimmetriát nevezzük királis szimmetriának. Amennyiben a kvarkoknak tömeget adunk, a tömeg „összekeveri" a kétféle kiralitású kvarkokat, megszüntetve a királis szimmetriát. Így e szimmetria sérülése azt is jelenti, hogy az eredeti elméletben tömegtelen szabad kvarkok tömeget nyernek! Ez a látszólagos ellentmondás abból adódik, hogy a QCD-t a szabad kvark jellemzőivel írtuk fel, és a szabad kvark tömegtelen. Ez nagy energián nem is okoz problémát, ott működik a perturbáció-számítás, a kölcsönható és a szabad rendszer „közel" áll egymáshoz. Ugyanakkor alacsony energián, a kölcsönható rendszer annyira más, mint a szabad, hogy a kölcsönható kvarkok jelentős, a proton tömegének harmadával egyenlő tömeggel rendelkeznek. A két, a szabad és a kölcsönható rendszer annyira távol van egymástól, hogy perturbációszámítással a királisszimmetria-sértés nem írható le.

A kvarktömegnek ez a viselkedése, hogy alacsony energián nagy, nagy energián meg nulla a fenti közelítésben azt jelzi, hogy van egy *kritikus* energia, amelynél a kvarkok tömege eltűnik. Ez az energia például a kvark–gluon rendszer hőmérsékletével

3 A szó a kéz görög nevéből származik.

a) b)



2. ábra. A részecsketerekhez tartozó potenciál a szimmetrikus (a) és a sértett (b) fázisban

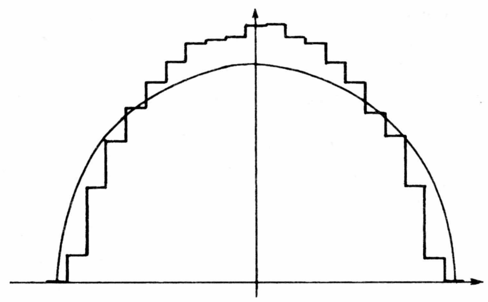
jellemezhető, és a hőmérséklet növekedésével elérjük a *kritikus* hőmérsékletet, ahol a kvark tömege nullává válik. A rácsszámolások azt mutatják, hogy ez az átalakulás egybeesik a másik nagy fázisátmenettel, amikor a hadronokba „bezárt" kvarkok kiszabadulnak, és kvark–gluon-plazmát alkotnak.

A királis szimmetria spontán sérülésének másik, már említett következménye, hogy a pion tömege nulla lesz. A természetben a „szabad" kvarkok tömege nem nulla, mint azt most feltételezzük, így a pion tömege sem nulla, de nagyon kicsi a többi hadron tömegéhez képest. A szabad kvarkok és a pion tömegének viszonyát *Gell-Mann, Oakes* és *Renner* számolta ki. Azt találták, hogy a pion tömegének négyzete arányos a szabad kvark tömegével.

Egy szimmetria spontán sérülésének következtében megjelenő nulla tömegű részecskék létére először *Goldstone* adott magyarázatot, és azóta az ilyen típusú részecskéket általános néven Goldstone-bozonoknak nevezik. A jelenség szemléletesen megérthető a **2. ábra** alapján, ahol a két részecsketér értékének megfelelő potenciált ábrázoljuk. A bal oldalon található a szimmetrikus állapot, a potenciál minimuma a tér nulla értékénél van, ez felel meg az alapállapotnak. Amennyiben a részecskét gerjeszteni szeretnénk, azaz elmozdítani a potenciálvölgy aljából, energiát kell befektetni, a részecske „ellenáll". Ennek az ellenállásnak a mértéke a potenciál görbülete a minimum körül, és ez a görbület a részecske tömegének négyzetével arányos. A jobb oldali ábrán a szimmetria sérül, a potenciál minimuma nem a nulla térértékeknél van, hanem egy kör alakú völgyet képez, melyen belül a tér tetszőleges értéket felvehet. Ebben az esetben létezik egy olyan irány, a völgy iránya, ahol tetszőlegesen kicsi energiával lehet gerjeszteni a részecskét, az nem áll ellen. Az ennek az irányú gerjesztésnek megfelelő részecske tömege éppen ezért nulla, míg a völgyre merőleges irányú gerjesztésnek megfelelő részecske tömege továbbra sem nulla. A kvantum-színdinamikában az itt ábrázolt kettő helyett 4 részecsketér van. A királis szimmetria spontán sérülése a 4 irányból egyet érint, így a maradék 3 irányhoz tartozó gerjesztések zérus tömegűek lesznek. Ezeket azonosítjuk a három pionnal.

A szimmetria spontán sérülésének további következménye is leolvasható a jobb oldali ábráról. A potenciálminimumhoz tartozó térérték nem nulla, azaz az alapállapotban (vákuumban) a királis szimmetria sérülése esetén *kvarkkondenzátum* alakul ki, a vákuum tele van kvark-antikvark párokkal. Ha egy ilyen közegen egy kvark át akar haladni, akkor az állandó kölcsönhatások miatt „lelassul", és egy adott utat így lassabban tesz meg. A nemrelativisztikus $p=mv$, az impulzus, tömeg és sebesség összefüggés analógiájára felírható relativisztikus egyenlet alapján az impulzus megőrzése úgy valósul meg, hogy az áthaladó kvark tömege megnövekszik, azaz egy kezdetben tömeg nélküli kvark igen nagy, a proton tömegének harmadát kitevő tömegre tesz szert.

Az eddigiek alapján igen nehéznek tűnik egy olyan leegyszerűsített modell megalkotása, mely a kvantum-színdinamika egyes tulajdonságait visszaadhatja. Egy lehetséges megközelítési módszer Wigner Jenőtől származik, aki a szimmetriák szerepét tanulmányozta a bonyolult fizikai jelenségek modellezésében, és felismerte azt, hogy a lehetséges szimmetriatulajdonságok igen erős megszorítást jelentenek, sokszor alapvetően meghatározzák a rendszer tulajdonságait. Az atommag modellezésekor például azt feltételezte, hogy a magerők elég bonyolultak ahhoz, hogy



3. ábra. 197 db 20×20-as mátrix sajátértékeinek eloszlása (hisztogram). A folytonos vonal mutatja a végtelen nagy (N=∞) mátrixok eloszlását.

két nukleon közötti kölcsönhatást a szimmetriák meghatározta keretek között teljesen véletlennek lehessen feltételezni. Mivel a természetben megfigyelt energiaszintek diszkrétek, azaz jól meghatározott energiaértékeket képviselnek, már korán felvetődött a gondolat, hogy az energiaszinteket *mátrixokkal* lehet leírni. Matematikailag a mátrix semmi egyéb, mint egy kétdimenziós rács rácspontjaira írt számok együttese. Például az

$$\begin{matrix} a_{11}\, a_{12} \cdots a_{1N} \\ a_{21}\, a_{22} \cdots a_{2N} \\ . \\ . \\ a_{N1}\, a_{N2} \cdots a_{NN} \end{matrix}$$

egy mátrixot határoz meg, N×N darab elemmel. Ha egy ilyen mátrix segítségével felírunk egy N ismeretlenes algebrai egyenletrendszert úgy, hogy a mátrix elemei az $x_1, x_2, \dots, x_N$ ismeretlenek együtthatói,

$$a_{i1}\, x_1 + a_{i2}\, x_2 + \dots a_{iN}\, x_N = \lambda_i\, x_i,\ i=1, \dots N,$$

akkor ennek a mátrixnak van N darab λ_i *sajátértéke*. Ezeket a diszkrét értékeket tudjuk megfeleltetni a fizikai állapotok energiaszintjeivel. Mivel a fizikában az energia valós szám, ez bizonyos megszorítást jelent a mátrix komponenseire nézve, a fizikában általában ún. *hermitikus* mátrixokat használunk, melyek sajátértékei valósak. Wigner ötlete az volt, hogy a bonyolult – *kaotikus* – atommag energiaszintjeinek eloszlását egy olyan mátrix segítségével próbáljuk kiszámolni, melynek elemeit *véletlenszerűen* választjuk. Mivel egy ilyen mátrix szintén csak valami esetleges véletlen eredményt adna, ezért *átlagolunk* sok, ilyen véletlenszerűen választott mátrix sajátértékeire, és kiszámoljuk azok eloszlását. Egy ilyen eloszlást mutat be a **3. ábra,** ahol a Wigner által eredetileg is használt 197 db 20X20-as mátrix sajátértékeire átlagoltunk.

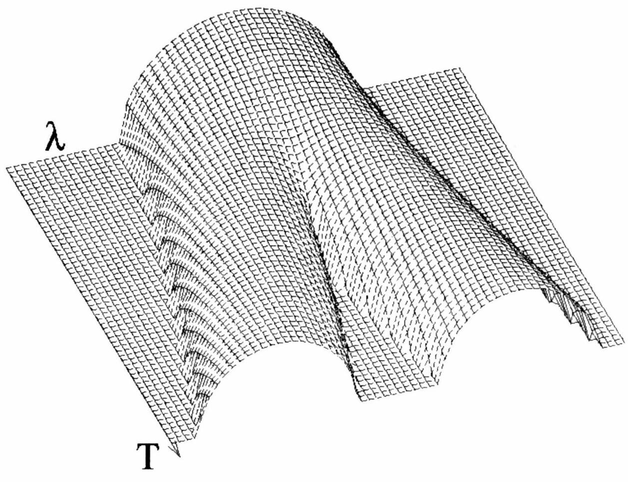
Mint az a 3. ábráról látszik, a 20 energiaszint eloszlását jellemző, számolt hisztogram igen közel esik az elméleti úton kiszámolható, végtelen sok energiaszintet figyelembe vevő eloszláshoz, amit Wigner után Wigner-félkörnek neveznek. Ugyanakkor ez a modell nem váltotta be a hozzá fűzött reményeket, mivel a természetben előforduló energiaeloszlások nem ilyenek. Ennek ellenére ez a gondolat igen lényeges szerepet kapott a későbbiekben a fizikában. Kiderült, hogy ha alaposabban megnézzük az eloszlást egy energiaszint kis környezetében, és tanulmányozzuk, hogy mekkora az eloszlás fluktuációja az átlagértékek közül, akkor a *véletlen mátrix univerzalitásként* ismert jelenséget kapjuk: ez a fluktuáció megegyezik igen sok, azonos szimmetriát mutató fizikai rendszer esetében. Ezeket a rendszereket *kaotikusnak* nevezzük.

Joggal vetődik fel a kérdés, hogy alkalmazható-e hasonló modell a kvarkok esetében, ahol a gluonok közvetítette kölcsönhatás igen bonyolult, és mint azt a rácson végzett számolások is mutatták, a kvarkok energiaszint-eloszlásának fluktuációja a kaotikus rendszerekre jellemző viselkedést mutat. Az energiaszinteket leíró mátrixnak természetesen tükröznie kell a kvarkrendszer lényeges szimmetriáit, mint például a királis szimmetriát. A más modellekkel való összehasonlítás azt mutatja, hogy véges hőmérsékleten a kvarkrendszer alacsonyenergiás viselkedése leírható királis mátrixokkal,

$$\begin{pmatrix} 0 & A \\ A^{+} & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & T \\ T & 0 \end{pmatrix} \qquad (1)$$

alakban, ahol A egy, az előbbiekben ismertetett véletlen mátrix, T pedig egy olyan mátrix, melynek csak az átlójában áll nem nulla mátrixelem, és az a hőmérséklettel arányos. Ez az objektum is mátrix, csak a királis szimmetria következtében két almátrixból épül fel, ahol az átlós blokk üres. Az ilyen felírásmód egy sokkal általánosabb problémát takar, mégpedig itt az első mátrix által képviselt *véletlen* hatásokhoz egy, a második mátrix által képviselt *determinisztikus* hatást adunk hozzá. A két hatás arányát változtatva (például emelve a rendszer hőmérsékletét) megváltozik a „rend" és a „rendetlenség" viszonya, és a mágnesességhez hasonlóan a hőmérséklet elmoshatja a szimmetria spontán sérülését, a mágnes elveszti mágnesességét, a királisan sértett állapot helyett pedig egy királis szimmetriát megőrző állapot alakul ki.

Mik egy ilyen szimmetrikus állapot megjelenésének a következményei? Szimmetrikus állapot esetén nem érvényes a Goldstone-leírás, és ezáltal a pion nem szükségszerűen lesz tömeg nélküli (illetve a valóságban igen kis tömegű) részecske. Mint azt az elején említettük, a királis szimmetria sérülése a lehetséges 4 térirányból egyet érint, és ennek a következménye a három tömeg nélküli pion. A szimmetria helyreállásával a 4 tér-

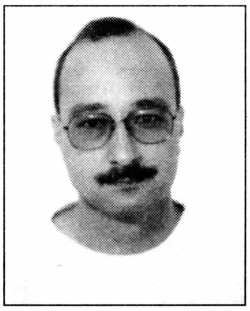


4. ábra. A kvark sajátenergia értékek eloszlása a hőmérséklet (T) függvényében. T=1, a kritikus hőmérséklet fölött már nincsenek energiaszintek a nulla energia körül.

irányhoz tartozó négy részecske, a három pion és a skaláris *szigma* részecske megkülönböztethetetlen lesz, azaz négy egyforma tömeggel rendelkező részecskét kell látnunk. Ezen kívül megszűnik a kvarkkondenzátum, és ennek következtében a szabad kvarkok mozgását már semmi sem zavarja, így azok tömeg nélküliek maradnak.

Mennyiben tudja e tulajdonságokat az általunk bevezetett egyszerű, a véletlen számokon alapuló modell visszaadni? Mint láttuk, a jelenség leírásához elegendő, ha a modell kis hőmérsékleten egy királisan sértett állapotot mutat a kvarkkondenzátum nem nulla értékével, míg egy bizonyos kritikus hőmérséklet felett pedig a szimmetria helyreállásával a kondenzátum értéke nullára csökken. Ehhez felhasználjuk azt a *Banks* és *Casher* által megállapított összefüggést, hogy a kvarkok energiaszintjei eloszlásának a nulla energia környezetében mért értéke egyenesen arányos a kvarkkondenzátum értékével. A **4. ábra** a sajátérték-eloszlást mutatja a hőmérséklet függvényében az (1) képlet által jellemzett modell alapján. Az eloszlást egy harmadfokú egyenlet nem valós megoldásai adják meg. A kritikus hőmérséklet felé közelítve az eloszlás értéke a nulla energia körül a kvarkkondenzátummal együtt a nullához tart, folytonosan. Ez azt jelzi, hogy a királisan sértett állapotból a királisan szimmetrikusba való átmenet *másodrendű* fázisátalakulás.

Összefoglalva elmondhatjuk, hogy a legegyszerűbb, a szimmetriákat figyelembe vevő, és a legnagyobb véletlenszerűséget feltételező modell képes a kvantum-színdinamika királis fázisátalakulásának minőségi leírására, és egyben igen általános jellege révén a fizika más területein is alkalmazható a rend és a rendezetlenség párharcának leírására.



PAPP GÁBOR (1965), PhD (ELTE fizikus 1994), tudományos főmunkatárs, MTA ELTE Elméleti Fizikai Tanszéki Kutatócsoport, ELTE Széchenyi Professzori Ösztöndíjas.
Fő kutatási területe: erős kölcsönhatás multifragmentáció, rendezetlen rendszerek.
http://www.theorphys.elte.hu/~pg