

Magfizika fizika tanár szakos hallgatók részére

Németh Judit

1998. július 15.

Tartalomjegyzék

1	Bevezetés	4
1.1.	Atommag alkotórészei közötti kölcsönhatások	4
1.2.	Bondó állapotok	6
1.3.	A magfűrés kényszer	7
1.4.	β bomlás	7
1.5.	Antirészek	9
2	Elemi részek fizikája	11
2.1.	Az elemi rész fogalma	11
2.2.	Kölcsönhatások	11
2.3.	Elemi részek bomlása	12
2.4.	Elemi részek legfontosabb tulajdonságai	13
2.5.	Szimmetriák és megmaradási törvények	16
2.6.	A paritás megmaradása sérülése	18
2.7.	Megfigyelhető mennyiségek és aszimmetriák	19
2.8.	Megmaradó mennyiségek összefoglalása	20
2.9.	Az elemi részek rendszerezése	21
2.10.	A kvarkok	22
2.11.	Elemi részek rendszerezése	24
3	Magrészek	26
3.1.	A határeset: tömeges rész fogalma	26
3.2.	A paritási hullámok módszere	27
3.3.	Két nukleon rendszer: a deuteron	27
3.4.	Neutron	29
3.5.	Kis energiájú nukleon-nukleon szórás	30
3.6.	Nagyenergiájú szórások	30
3.7.	Két nukleon potenciál általános alakja a kísérletek alapján	32
3.8.	Két nukleon potenciál általános alakja szimmetria elvekből	33
3.8.1.	Vektorok viselkedése szimmetrikus operációk esetén	33
3.8.2.	A legáltalánosabb potenciál szimmetriaelvek alapján	33
4	Alapállapotú atommagok	35
4.1.	Magmodellek	35
4.1.1.	Modellalkotás a magfizikában, maganyag fogalma	35
4.1.2.	Maganyag	36
4.1.3.	Magmodell típusok	36
4.2.	Telítettség és cséppmodell	36
4.3.	Független részecske modellek	37
4.3.1.	Fermi gáz modell	37
4.3.2.	Harmonikus oszcillátor modell	40
4.3.3.	Hartree-Fock közelítés	42
4.3.4.	Független részecske modellek	43
4.3.5.	Az egy részecske energia fogalma	44
4.3.6.	Független részecske modell alkalmazhatóságának oka	44
4.4.	Magmomentumok független részecske modell alapján	45

4.4.1. Spin	45
4.4.2. Elektromágneses kvadrupólmomentum	45
4.4.3. Magok mágneses momentuma	46
4.5. Egyesített magmodell	47
4.5.1. Atommagok energiája deformált potenciálvölgyben	47
4.5.2. Kollektív modell	48
4.5.3. Egyesített magmodell	49
4.6. Állapotegyenlet és effektív tömeg	50
5. Gerjesztett magok	52
5.1. A reakciók típusai, reakciómechanizmus	52
5.2. Magreakciók leírása	54
5.3. Magreakciók hatáskeresztmetszete	56
5.4. A béta bomlás elmélete	58
5.5. Atommagok elektromágneses átmenetei	59
5.6. Maghasadás	61
5.6.1. A hasadás kísérleti leírása	61
5.6.2. Hasadási termékek	65
5.7. Hasadási energia meghatározása hájmodellből	67
5.8. Az atomenergia felhasználása	68
5.8.1. Neutron kitérés hasadáskor	69
5.8.2. Hasadó reaktorok	70
5.8.3. Fűtős reaktorok	72
5.8.4. Atombombák	73
6. A magfizika felhasználása	74
6.1. A magfizika a fizika egyéb területein	74
6.2. Sugárvédelem	75
6.3. A radioaktivitás orvosi felhasználása	77
6.4. Korneghatározás radioaktív isotópokkal	77
6.5. Isotópok ipari és mezőgazdasági alkalmazása	78
7. Csillagfejlődés	80
7.1. Vörös tétel	80
7.2. A Nap energiatermelése	81
7.3. A csillagokban lezajló magreakciók	81
7.4. A csillagfejlődés menete	82
7.5. A csillagfejlődés végállapota	84
7.5.1. Fehér törpék kialakulása	84
7.5.2. Szupernova robbanás	85
7.6. Neutroncsillag	89
7.6.1. A neutroncsillag megfigyelési lehetőségei	89
8. Kosmológia	91
8.1. A modern kosmológia kezdetei	91
8.2. A newtoni Univerzum fejlődése	92
8.3. Extrapoláció vissza	95
8.4. Big Bang modell	95
8.5. Az élet kialakulásának és az interstelláris közelekedésnek feltételei	97

1. fejezet

Bevezetés

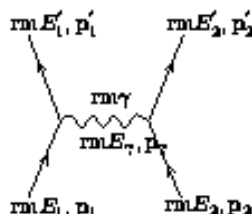
1.1. Atommag alkotórészei közötti kölcsönhatások

Mi tartja össze az atommag alkotórészeit?

1932, a neutron felfedezése óta tudjuk, hogy az elektromágneses és gravitációs erő nem jó. Kell lenni erős kölcsönhatásnak!

Az elektromágneses kölcsönhatás folyamatainak ábrázolása

Töltött részek két fotonok cseréjése



Egyszerűsített esetben: $E_1 = E_1'$, $E_2 = E_2'$ Impulzus megmaradás a két csomópontban: $p_1' = p_1 + p_\gamma$ és $p_2' = p_2 - p_\gamma$

Energiamegmaradás a két csomópontban: $E_1 = E_1' + E_\gamma$, $E_2 = E_2' - E_\gamma$.

Ezekből az következik, hogy $E_\gamma = 0$, és egyben van $p_\gamma > 0$ impulzusa. A fotonokra azoké az $E = pc$ összefüggés nem áll fenn ezekre a közvetítő fotonokra. Nem valódi foton cserélődik ki, hanem virtuális!

Ütközés előtt, a teljes energia: $E = E_1 + E_2$

Foton emisszió után, de reabszorpció előtt: $E = E_1 + E_2 + E_\gamma$

Nem marad meg az energia, ha $E_\gamma > 0$

Virtuális foton kiépésének magyarázata a határozatlansági reláció. A fotonemisszió és reabszorpció között eltelt Δt ideig fennállhat ΔE energiabizonytalanság. $\Delta E \Delta t \approx \hbar$. Ebből:

$$\Delta t \approx \frac{\hbar}{\Delta E} = \frac{\hbar}{\hbar \omega} = \frac{1}{\omega}$$

A foton által megtett út Δx idő alatt: $\Delta s \approx \Delta t \cdot c = \frac{c}{\omega}$. Az ω tetszőlegesen kicsi, így Δs tetszőlegesen nagy lehet.

Zérus tömegű közvetítő részek végtelen hatótávolságot jelentenek. Ilyenek az elektromágneses és a gravitációs kölcsönhatás. (A foton és a graviton közvetít.) Ez az egyik oka, hogy hasonlítanak.

Az erős kölcsönhatás folyamatainak áttekintése:

Analógia alapján hogyan írható le az erős kölcsönhatás?

A közvetítő részecske legyen most egy m nyugalmi tömegű részecske a foton helyett, ennek a cseréje során az energiabehemélytelenység $E = mc^2$. Mag mérete: $a \sim 10^{-13} \text{ cm} = 1 \text{ fm}$. A virtuális közvetítő részecske ezt az utat futja be a rendelkezésére álló idő alatt, akkor $a \approx c \Delta t \approx \frac{c \hbar}{2\Delta E} = \frac{\hbar}{2mc}$. Ebből a közvetítő részecske tömegére adódik:

$$m = \frac{\hbar}{2 \cdot c \cdot a} \approx 10^{-26} \text{ kg} \approx 100 m_e$$

Yukawa gondolatmenete:

Yukawa gondolatmenete matematikailag volt, de ott is megtalálható az elektrodinamika analógja. Az elektromágneses potenciálra fennáll a Poisson-egyenlet: $\Delta \Phi = 0$. A kvantummechanikában az impulzus $\hat{p} = -i\hbar \nabla$, ezért a Δ operátor: $\Delta = -\frac{\nabla^2}{\hbar^2}$. A Poisson-egyenlet tehát $\hat{p}^2 \Phi = 0$ -ként is felfogható. Ennek relativisztikus általánosítására – a négyesimpulzus $p_\mu p^\mu = \frac{E^2}{c^2} - \hat{p}^2 = m_0^2 c^2$ segítségével – a Klein-Gordon-egyenletet adódik:

$$\hbar^2 \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \Delta \right) \Phi - m_0^2 c^2 \Phi = 0$$

Statikus megoldásnál:

$$\Delta \Phi - \frac{m_0^2 c^2}{\hbar^2} \Phi = 0$$

Oldjuk meg a statikus Klein Gordon egyenletet. A Laplace-operátor polárkoordinátákban: $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\hat{L}^2}{r^2}$. Bevezetve a $\hat{b} = \frac{\hbar}{mc}$ jelölést, az

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} \Phi + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \Phi - \frac{\hat{L}^2}{r^2} \Phi = \frac{1}{\hat{b}^2} \Phi$$

egyenletet kapjuk. Keressük a megoldást gömbszimmetrikus esetre. Ekkor $\frac{\hat{L}^2}{r^2} \Phi = 0$, hiszen $\hat{L}^2$ -ben a szögek szerinti deriváltak szerepelnek. Egyenletünket így át alakítva kapjuk:

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} (r\Phi) = \frac{1}{\hat{b}^2} (r\Phi)$$

Az $r\Phi = u$ függvény használatával:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} = \frac{1}{\hat{b}^2} u$$

alakú lesz egyenletünk. Ennek megoldása az exponenciális függvény:

$$u = Ae^{\frac{r}{\hat{b}}} + Be^{-\frac{r}{\hat{b}}}.$$

Ha $r \rightarrow \infty$, akkor $u \rightarrow 0$ feltétel szükséges, ezért $A = 0$. Visszatérve Φ -re kapjuk a Yukawa potenciált:

$$\Phi = -g \frac{e^{-\frac{r}{\hat{b}}}}{r}.$$

A hatótávolság

$$\bar{r} = \frac{\int r |\Phi|^2 dV}{\int |\Phi|^2 dV} = \frac{\int r e^{-\frac{2r}{\hat{b}}} dr}{\int e^{-\frac{2r}{\hat{b}}} dr} = \frac{\hat{b}}{2} = a = \frac{\hbar}{2mc}$$

azaz ugyanaz jött ki, mint a hatótávolságról relációból!

A potenciális energia előjele negatív, mert a potenciál vonzó:

$$V = -g^2 \frac{e^{-\frac{r}{\hat{b}}}}{r}.$$

Ha $g = e$ és $b = \infty$, visszakaptuk a Coulomb potenciált.

$$g \sim 6e, \quad \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}, \quad \frac{g^2}{\hbar c} \sim 1$$

Következmény: 2 foton kiserélése valószínűtlen, 2 mezon kiserélése jelentős!
Yukawa gondolatmenete alapján a nukleon illetve pi-mezon felfedezése.

1.2. Bomló állapotok

Tekintsük független részek halmazát. Egy részecske bomoljon el λ valószínűséggel egységyi idő alatt. Ha a t időpillanatban $N(t)$ részecske van összesen, a dt idő alatt elbomló részek száma $dN = -\lambda N(t)dt$, ebből az egyszerű bomlás differenciálegyenlete adódik, aminek megoldása az exponenciális bomlástervezvény: $N(t) = N(0)e^{-\lambda t}$.

Félelettartam, amikor $N(0)/2$ rész van jelen, $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$. Az átlagos élettartam (τ) az, amennyit átlagosan egy részecske él az elbomlása előtt:

$$\tau = \frac{\int t e^{-\lambda t} dt}{\int e^{-\lambda t} dt} = \frac{1}{\lambda}.$$

Tekintsük most kvantummechanikailag egy részecskét, azaz vizsgáljunk egy bomló állapotot. Egy E energiájú részecske hullámfüggvénye: $\Psi(x) = \Psi(0)e^{-\frac{i}{\hbar} E x}$. Ha E valós, akkor $|\Psi(0)|^2 = |\Psi(x)|^2$, és a részecske nem bomlik el. Ha azonban az energia tartalmaz képzetes részt, $E = E_0 - i\frac{\Gamma}{2}$, akkor $|\Psi(x)|^2 = |\Psi(0)|^2 e^{-\frac{\Gamma}{\hbar} x}$. Visszakapjuk az exponenciális bomlástervezvényt, ha $\Gamma = \lambda \hbar$. Így a bomló részecske hullámfüggvénye:

$$\Psi(x) = \Psi(0)e^{-\frac{i}{\hbar} E_0 x} e^{-\frac{\Gamma}{2} x}.$$

Nézzük meg, mi a valószínűsége annak, hogy a kibocsátott energia E . Fourier transzformációval megkapjuk a valószínűségi amplitúdót. Egy $f(t)$ függvény Fourier-transzformáltja:

$$g(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{i\omega t} dt.$$

Az $f(t)$ helyett az állapotfüggvényt transzformálva és figyelembe véve, hogy $E = \hbar\omega$, illetve $\Psi(x) = 0$ ha $x > 0$,

$$g(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \Psi(0) \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(\omega - \frac{E_0}{\hbar})t} e^{-\frac{\Gamma}{2\hbar}t} dt = \frac{\Psi(0)}{\sqrt{2\pi}} \frac{i\hbar}{\hbar\omega - E_0 + i\frac{\Gamma}{2}}.$$

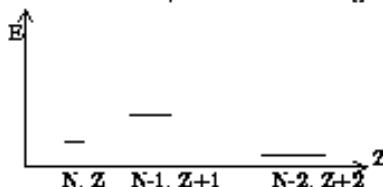
Az E állapot valószínűsége:

$$P(E) = |g(\omega)|^2 = \frac{C}{(E - E_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}.$$

A C együttthatót a valószínűség egyre való normalizálással kaphatjuk meg. Így a valószínűségi eloszlásra megkapjuk az ún. Breit-Wigner-formulát:

$$P(E) = \frac{\frac{\Gamma}{2\pi}}{(E - E_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}},$$

ahol $\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{\hbar}{\Gamma}$ a bomló állapot félelettartama, és $\Gamma = \lambda \hbar$ az energiaszélesség: $\Gamma \tau = \hbar$.



1.3. A magfizika kezdetei

- Atomok, oszthatatlanság.
- Proton: $m_H \sim n \cdot m_H$.
- Radioaktivitás 1896 Becquerel.
- 1903 – Rutherford, Soddy: az elemek átalakulnak.
- 1911 – Rutherford: az atommag felfedezése.

Alkotórészek?

Ze töltés, $A m_H$ tömeg.

$$r = r_0 A^{\frac{1}{3}}, \quad r_0 = 1.15 \cdot 10^{-15} \text{ m.}$$

- Thomson modell: A proton, A-Z elektron
Problémák:

1. Spin $2A - Z$ feles helyett A feles
2. Mágneses momentum:

$$\mu_n \sim O\left(\frac{e\hbar}{2m_p c}\right).$$

3. Kötési energia

$$\Delta p \sim \frac{\hbar}{a} \quad \Delta E \sim \frac{\hbar^2}{2a^2 m} \quad a \sim 10^{-12} \text{ cm.}$$

$\Delta E \sim 10 \text{ MeV}$ protonra, $\sim 1000 \text{ MeV}$ elektronra.

- 1932 – Chadwick: a neutron felfedezése.

Atommag: Z proton, A-Z neutron. Ez az előző problémákat mind megoldja.

1.4. β bomlás

A radioaktív bomlások tanulmányozása során magától értetődően merül fel a kérdés: ha a határozatlansági reláció értelmében elektron nem lehet a magban, honnan erednek a β -bomlás során kilépő elektronok? A választ Fermi adta meg, aki azt a gondolatot vetette fel, hogy az elektronok kilépésük pillanatában keletkeznek olyan módon, hogy egy neutron protonra és elektronra bomlik szét.

Egy magra hagyott neutron 17 perc alatt bomlik el protonra és elektronra, miközben energia szabadul fel, ugyanis a neutron tömege több mint a proton és elektron tömegéé együttesen. Az atommagban azonban a neutron általában nem tud elbomlani. Képzelfük el, hogy akár csak egy atomban az elektronok, a magban is a protonok és a neutronok adott kvantumállapotokban meghatározott energiával rendelkeznek. A Pauli-elv értelmében egy adott állapotban csak egyetlen részecske lehet. A neutron tehát csak akkor bomolhat el a magban, ha a bomlás során keletkezett proton energiája a Pauli-elv értelmében nem lesz túl magas, vagyis még mindig energianyereség van. Ugyanest a gondolatmenetet a kötési görbét tanulmányozva is megérthetjük. Ha a magban egy neutront protonra változtatunk, miközben elektron lép ki, a felszabadult energia (lásd később a félempirikus kötési energia képletet)

$$\Delta E = -(m_n - m_p - m_e)c^2 + c_3 \frac{(2Z+1)}{A^{\frac{1}{3}}} - c_4 \frac{1(N-Z-1)}{A}.$$

Ha $\Delta E < 0$, a bomlás végbemeget, $\Delta E > 0$ esetén azonban a neutron stabilis a magban.

A β -bomlás tanulmányozása során megvizsgálták a kitépő elektronok energiáját, és azt tapasztalták, hogy az energiaspektrum folytonos. Ez ártóhatatlannak tűnt, ugyanis a radioaktív α és γ -sugárzás vonalas szerkesztél. A kvantummechanika törvényei ismeretében azt várták, hogy az elektronok energiája a β -bomlás előtt és után megállapított energiájától függő adott érték legyen.

A probléma sokáig foglalkoztatta a kutatókat. Először azt tételezték fel, hogy az elektronok energiája azért folytonos a mérés pillanatában, mert az elektronok az atombunkon áthaladva az ott levő elektronokkal kölcsönhatásba kerülnek és energiát vesztenek. Ez az energavesztés az, ami folytonos. Az elméletet 1927-ben ellenőrizték. Ólomseksénybe zártak radioaktív bomlót, és ezáltal megakadályozták, hogy az elektronok elhúzóssanak a rendszerből, a vastag ólomfal ugyanis lefékezte az elektronokat, a teljes mozgási energiájuk hővé alakult. Megmérve az ólomfal felmelegedését, meghatározták a kitépő elektronok összenergiáját. Az elmélet szerint az egy részecske energiája az elektronok maximális energiája kellene hogy legyen, a kísérlet szerint ezzel szemben az átlagos energiának arkkított.

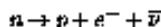
Az eredmény megrázó volt a fizikusok számára, ugyanis így tűnt, valami probléma van az energiamegmaradással. Bohr, Landau és Dirac már arra gondoltak, hogy β -bomlásnál és általában elemi folyamatoknál az energiamegmaradás csak átlagosan teljesül, így az egyes folyamatoknál a kitépő elektronok energiája fluktuál. Ez a feltevés is helytelennek bizonyult, mivel megmérve, a Z és $Z+1$ rendszámú nagykisebítő energiakülönbséget, kiderült, hogy az a β -bomlás során kitépő részecskék maximális energiája, nem pedig az átlagosenergia. A β -bomlás során látszólag energia vesz el!

További megfigyelések arra mutattak, hogy nem csak az energiamegmaradással, hanem az impulzus III. impulzusmomentum megmaradással is baj van. β -bomlás során a tapasztalat szerint a nagyok impulzusmomentuma 1-gyel változik, a kitépő elektron spinje pedig feles. Feles impulzusmomentum hiány van tehát. Másrészt egy nyugvó nagykisebítő β -bomlaskor nem pont az elektronnal ellentétesen fordul vissza, ahogy azt az impulzusmegmaradás megköveteli, tehát impulzusvesztés is van. Megmérték az impulzus és energavesztés közötti összefüggést, és

$$\Delta p \sim \frac{\Delta E}{c}$$

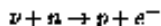
arkkított. Energia, impulzus és impulzusmomentum veszteség együtt! Ez már olyan felhátró volt, hogy a kutatók gondolatmenetét határozott irányba terelhetette.

1931-ben Pauli vetette fel a gondolatot, hogy a β bomlásnál fellépő rendellenességek oka az, hogy a bomló nagykisebítő az elektron mellett még egy másik részecske is kitép. Mivel a töltésmegmaradás rendszerben van, ez a részecske semleges kell hogy legyen. A feles spinhiány arra mutatott, hogy a kitépés részecske feles spinű, a fenti összefüggés az impulzusvesztésre pedig arra, hogy a nyugalmi tömege vérs. Végül az a tény, hogy atomtömbbe zárt radioaktív anyag esetén is energavesztés van, azt jelent, hogy a kitépő részecske nagy áthatoló képességgel, az atomtömbben kölcsönhatás és elnyelés nélkül áthatolhat. Ezt a hiányzó és csak indirekt megfigyelt részecskét nevezték el neutrínóknak, jele ν . A β bomlás elméletét Fermi dolgozta ki részletesen 1934-ben. Eszerint a β bomlás során a



bomlásfolyamat megy végbe. A Fermi elmélet sikere a neutrínó létének indirekt bizonyítása. A neutrínót megfigyelni csak 1964-ben tudták, az indukált β -bomlás során.

Reines 1964-ben kosmosi sugárzással keletkezett nagyenergiájú neutrínókkal bombázott ^{37}Cl volt. A kísérlet során a neutrínó β -bomlást indukált:



A kitépő elektronokat sikerült megfigyelni. Ezt a folyamatot nevezték indukált β -bomlásnak, ami a neutrínó létének direkt bizonyítása.

Amikor a magban túl sok proton van a neutronok számához képest, a β -bomlás fordítottja, az ún. K-befogás következik be: egy proton a legbelső K elektronhéjról befog egy elektront és neutronná alakul át. K-befogást először Alvarez figyelt meg 1937-ben. A kísérlet véghezvitele nehéz. A folyamatot így lehet megfigyelni, hogy mivel a K héjon megfűresedik egy elektrópálya, egy külső

béjről elektron megy át a K-héj energiaszintjére, miközben a kibocsátott sugárzás már nem a Z , hanem a $Z-1$ rendszámú atom átmeneti sugárzása.

A β bomlás típusai:

$$\left. \begin{array}{ll} n \rightarrow p + e + \bar{\nu} & \beta^- \text{-bomlás,} \\ e^- + p \rightarrow n + \nu & \text{K befogás,} \\ p \rightarrow n + e^+ + \nu & \beta^+ \text{-bomlás,} \\ \bar{\nu} + p \rightarrow n + e^+ & \\ \nu + n \rightarrow p + e^- & \end{array} \right\} \text{indukált, } \beta \text{ bomlások.}$$

1.5. Antirészek

Ha a relativisztikus energia-tömeg összefüggést nézzük, arra a meglepő eredményre jutunk, hogy az energia és a tömeg között az előjel kétféle lehet:

$$E = \pm \sqrt{(mc^2)^2 + p^2 c^2}.$$

A Schrödinger egyenlet relativisztikus általánosításának, a Dirac egyenletnek négy különböző megoldása van, a két spinnek és a két előjelnak megfelelően. Ha negatív energia állapotok is lehetségesek, minden részecske negatív energia állapotba akar átmenni, a második fizikai értelemben. Dirac azt a gondolatot vetette fel, hogy az ionizált részecskék azért nem mennek át negatív energia állapotba, mert azok az állapotok már mind be vannak töltve részecskékkel, és a Pauli elv értelmében egy állapotban csak egy részecske lehet.

Mi történik, ha egy ilyen negatív energájú állapottal energiát kölcsönöz? Ha az energia elég nagy ahhoz, hogy a részecske energája $-mc^2$ helyett $+mc^2$ legyen, a negatív energájú részecske pozitív energájú állapotba mehet át. Az ábrán látható módon ilyenkor megjelenik egy negatív töltésű, pozitív energájú elektron, és az egyenletesen betöltött negatív energájú állapotok között megjelenik egy lyuk.



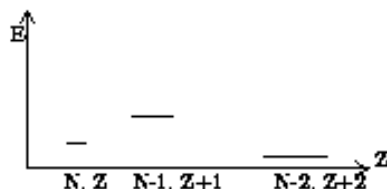
Negatív energia, negatív töltés hiánya egy pozitív energájú, pozitív töltésű részecskének felel meg. Dirac emiatt rájött, hogy tulajdonképpen a Dirac egyenlet megoldása nem négyféle pozitív és negatív energának felel meg, hiszen az utóbbinak nincs sok értelme, hanem pozitív és negatív töltésű különböző spinű részecskének. Dirac teljesen spekulatív úton megoldotta, hogy a természetben létezni kell az elektronnal azonos tömegű de ellentétes töltésű és mágneses momentumú felez spinű részecskének, amit pozitronnak nevezett el. Egy pozitron elektronnal összetalálkozva fotonokká sugárzódik szét. 1928-ban Anderson kromikus sugárzásban megtalálta a pozitront.

A pozitront az elektron antirészének szokás nevezni. Nem csak a elektronnak, de a protonnak, neutronnak, azaz minden részecskének megtalálták az antirészét is. Az antirészekkel kapcsolatban sokáig téves nézetek terjedtek el a nem tudományos közvéleményben, aminek egyik talán éppen az anti elnevezésben van. A pozitron pontosan ugyanolyan értékű ugyanolyan stabil részecske, mint az elektron. Egy magára hagyott pozitron végtelen hosszú ideig él. Egy antiprotonból és egy pozitronból álló rendszer ugyanolyan atom, mint a protonból és elektronnál álló, ugyanolyan spektrummal, kötással stb. Mivel azonban egy pozitron és egy elektron összetalálkozva szét tud sugározni, szűkségszerűen csak az egyikből lehet nagy mennyiségben a Földön. Az, hogy itt az elektronnál van

szok, lehet teljesen véletlen.

A töltött részecskék antirésze előjelben különbözik a részecskétől. A semleges neutron antirésze a mágneses momentum előjelében különbözik a neutrontól. Kérdés, miiben különbözik a neutrínó az antineutrínótól és van-e egyáltalán különbség közöttük. Erre a kérdésre választ a kettős β bomlás adhat.

Ekkor tudunk látni, hogy ha az alábbi ábrán látható módon egy egy neutron protonná alakul át, a rendszer energiát veszít.



Ha azonban két neutron alakul át két protonná, energianyereség van. A kettős β bomlás kétféle képpen mehet végbe attól függően, hogy a neutrínó és az antineutrínó között van-e különbség vagy nincs. Ha van különbség, a végbemenő folyamat:

$$n_1 + n_2 \rightarrow p_1 + p_2 + 2e^- + 2\bar{\nu}$$

Ha azonban a ν és $\bar{\nu}$ között nincs különbség, a második β bomlás indukált módon mehet végbe.

$$n_1 \rightarrow p_1 + e^- + \nu$$

$$\nu + n_2 \rightarrow p_2 + e^-$$

Végeredményben tehát az

$$n_1 + n_2 \rightarrow p_1 + p_2 + 2e^-$$

folyamat játszódik le. ^{124}Sn és ^{124}Te esetére meghatározták elméletileg a kettős β bomlás valószínűségét. Az első esetben a felezési idő 10^{27} évnél, a második esetben 10^{16} évnél adódott. A kísérletek tanulsága szerint a kettős β bomlás időtartama nem rövidebb 10^{20} évnél. Ez azt jelenti, hogy a neutrínó és antineutrínó különbözött részecskék.

Az ötvenes évek végén kiderült, hogy a neutrínó és antineutrínó nem csak fermionizálásban különbözik egymástól. Ez a felfedezés a fizika meglepetésel közelebb tartozott.

2. fejezet

Elemi részek fizikája

2.1. Az elemi rész fogalma

Az elemiség fogalma szerkezettől és energiatól függ.

$$\Psi(1, 2) = \phi_A(1)\phi_B(2)\chi(r_{12})$$

Amíg ϕ_A és ϕ_B alapállapotú objektum és csak a relatív mozgásuk jön be, addig elemi résznek tekinthetők.

A higanygőz a Frank-Hertz kísérletben, ha elektronokat bocsátunk át rajta, 4.9 eV alatt elemi résznek vehető. 4.9 eV-nál gerjesztőklik, 10.4 eV-nál kilép belőle egy elektron. Ekkor megjelenik a szerkezet.

Atommag esetén p és n lép ki a magból.

Nukleon + elektron $\rightarrow$ gerjesztett nukleon állapot, π kibőléssel elhomonthat.

Az elemiség relatív dolog !

2.2. Kölcsönhatások

Típus	Erősségre jellemző tényező
Erős	$\sim 10^0$
Elektromágneses	$\sim 10^{-2}$
Gyenge	$\sim 10^{-13}$
Gravitációs	$\sim 10^{-44}$

Az elektromágneses kölcsönhatást ismerjük a legjobban, az ad információt a többitől. Az elektromágneses kölcsönhatás erőssége $\frac{e^2}{4\pi} = \frac{1}{137}$, közvetítő rész a fotonok, forrással a töltött részek. Mivel két foton kicserélésének az erőssége sokszor gyengébb mint egy fotoné, az elektromágneses kölcsönhatás gyakorlatilag egy foton kicseréléséből áll. Hatótávolsága $\frac{1}{\gamma}$ -rel arányos, ennek oka a zérus nyugalmi tömeg. A gravitációs kölcsönhatás hasonló.

Az erős kölcsönhatásról az első ismeretek a Yukawa féle mesonelméletből származnak. Esetint két nagyságrenddel erősebb mint az elektromágneses kölcsönhatás. A források a barionok, a közvetítő részek a mesonok. Rövid hatótávolságú, ami a mesonok nagy tömege miatt van. Nem csak egy meson kicserélés ad járulékot, ezért rövid hatótávon az erős kölcsönhatás nagyon bonyolultá válik. A továbbiakban ez a kép még erősen meg fog változni.

A gyenge kölcsönhatást a β bomlásból ismerjük. Kezdetben csak annyit tudtak róla, hogy nagyon rövid hatótávolságú, és 12 nagyságrenddel gyengébb, mint az erős kölcsönhatás. Gyenge kölcsönhatásban minden részecske részt vesz, a fotonok kivételével.

Az elemi részek világában a bomlás természetes jelenség, minden részecske elbomlik, aminek a

bomlást valami nem tiltja, azaz a Hamilton mátrix eleme nem lesz vértus. A bomlások akkor nem következnek be, ha egy megmaradási törvény sérül. Ahhoz, hogy az elemi részek világát megértjük, át kell tekintenünk a megmaradási törvényeket.

2.3. Elemi részek bomlása

A kölcsönhatások erőssége és a bomlások közötti szoros az összefüggés. Legyen a rendszer Hamilton operátora $H = H_0 + H_{int}$, ahol H_{int} hatása a végtelenben vértus, és H_0 sajátfüggvényeit ismerjük.

$$H_0|\alpha\rangle = E_\alpha|\alpha\rangle.$$

Kérdésben a kölcsönható centrumból végtelen messze a rendszer állapota legyen $\Psi_\alpha = |\alpha\rangle$. Mivel $|\alpha\rangle$ nem sajátfüggvénye a teljes H -nak, a megoldás valami más lesz. Végtelenben a végállapotban valamilyen $|\beta\rangle$ állapotba megy át a rendszer. Kvantummechanikailag meg lehet mutatni, hogy az átmenet sebessége:

$$w_{\alpha\beta} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle\beta|H_{int}|\alpha\rangle|^2 \rho(E), \quad \left(\langle\beta|H_{int}|\alpha\rangle = \int \Psi_\beta^* H_{int} \Psi_\alpha dV \right)$$

ahol H_{int} a kölcsönhatás operátora és $\rho(E)$ a végállapot sűrűsége. Statisztikus fizikából tudjuk, hogy egy állapot entrópiája annál nagyobb, minél többféle képpen valósulhat az meg. Vagyis ha nő az állapotsűrűség, nő a rendszer entrópiája. Fehér a fenti összefüggést arányambróznak nevezzük.

Ha nagyobb az létezés alatt bekövetkező átmenet valószínűsége, gyorsabban bomlik a rendszer. Minél nagyobb a kölcsönhatás mátrixeleme, annál gyorsabb a bomlás. A részecskék tehát erős kölcsönhatás révén bomlanak el, ha tudnak. Ezek a bomlások tipikusan 10^{-22} s nagyságrendűek. Ha erős kölcsönhatás révén nem bomolhatnak, akkor következik az elektromágneses illetve gyenge kölcsönhatás miatti bomlás (10^{-16} s ill. $10^{-10} - 10^{-6}$ s idősk alatt).

A bomlás az elemi részek világában természetes dolog. Magyarázni nem a bomlást, hanem az állandóságot szükséges. Ezt megmaradási tételekkel lehetőséges.

Az elemi részecskék táblázata a hatvanas évek elején

Család	Név	Spin	Tömeg	Élettartam	Bomlások
Foton	γ	1 ⁻	1 ⁻	stabil	
Leptonok	$\nu_e, \bar{\nu}_e$	$\frac{1}{2}$ ⁻	$< 0.2 \text{ keV}$	stabil	
	$\nu_\mu, \bar{\nu}_\mu$	$\frac{1}{2}$ ⁻	$< 1.6 \text{ MeV}$	stabil	
	e^-, e^+	$\frac{1}{2}$ ⁻	0.51 MeV	stabil	
	μ^-, μ^+	$\frac{1}{2}$ ⁻	105.7 MeV	$2.2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$	$e^- \nu \bar{\nu}$
Mezonok	π^-, π^+	0 ⁻	140 MeV	$2.6 \cdot 10^{-8} \text{ s}$	$\mu \nu$
	π^0	0 ⁻	135 MeV	$0.89 \cdot 10^{-16} \text{ s}$	2γ
	K^-, K^+	0 ⁻	494 MeV	$1.23 \cdot 10^{-8} \text{ s}$	$\mu \nu$
	$K_S, \bar{K}_S$	0 ⁻	498 MeV	$50\% K_{\text{stabil}}$ $50\% K_{\text{haszn}}$	
	K_{stabil}	0 ⁻		$0.86 \cdot 10^{-10} \text{ s}$	π^-, π^+ $2\pi^0$
	K_{haszn}	0 ⁻		$5.29 \cdot 10^6$	$3\pi^0$
	η^0	0 ⁻	549 MeV	$\Gamma \sim 2.3 \text{ keV}$	$\pi^+ \pi^- \pi^0$ 2γ $3\pi^0$ $\pi^+ \pi^- \pi^0$
Barionok	$p, \bar{p}$	$\frac{1}{2}$ ⁻	938.2 MeV	stabil	
	$n, \bar{n}$	$\frac{1}{2}$ ⁻	939.6 MeV	$0.96 \cdot 10^8 \text{ s}$	$p e^- \nu$
	$\Lambda, \bar{\Lambda}$	$\frac{1}{2}$ ⁻	1115.6 MeV	$2.52 \cdot 10^{-10} \text{ s}$	$n \pi^0$
					$p \pi^-$
	$\Sigma^-, \bar{\Sigma}^+$	$\frac{1}{2}$ ⁻	1189.4 MeV	$0.81 \cdot 10^{-10} \text{ s}$	$p \pi^0$
	$\Sigma^0, \bar{\Sigma}^0$	$\frac{1}{2}$ ⁻	1192.6 MeV	$< 10^{-14} \text{ s}$	$n \pi^-$
					$\Lambda \gamma$
	$\Sigma^+, \bar{\Sigma}^-$	$\frac{1}{2}$ ⁻	1197.4 MeV	$1.64 \cdot 10^{-10} \text{ s}$	$n \pi^-$
	$\Xi^0, \bar{\Xi}^0$	$\frac{1}{2}$ ⁻	1314.7 MeV	$3.03 \cdot 10^{-10} \text{ s}$	$\Lambda \pi^0$
	$\Xi^-, \bar{\Xi}^+$	$\frac{1}{2}$ ⁻	1321.3 MeV	$1.66 \cdot 10^{-10} \text{ s}$	$\Lambda \pi^-$
	$\Omega^-, \bar{\Omega}^+$	$\frac{3}{2}$ ⁻	1672.5 MeV	$1.3 \cdot 10^{-10} \text{ s}$	$\Xi^0 \pi^-$ $\Xi^- \pi^0$ ΛK^-

A táblázatból látható, hogy a stabil részecskék a γ, ν, e^-, p .

e^- nem tud elbomlani, mert a legkisebb elektronosan töltött részecske – elektronos töltés megmaradása.

γ nem tud elbomlani, mert a legkisebb tömegű rész – energiamegmaradás.

ν nem tud elbomlani, mert a legkisebb felez spinű rész – fermion töltés megmaradása.

p Miért nem bomlik így: $p \rightarrow e^- + 2\nu$? Egyetlen meggyőző: új kvantumszám: bariontöltés. Ez az ami megmarad.

2.4. Elemi részek legfontosabb tulajdonságai

Az eddigiek alapján foglaljuk össze az elemi részek legfontosabb tulajdonságait.

Töltés : Q

Tömeg

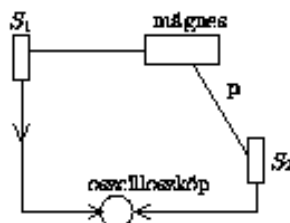
Mindig a nyugalom energiát (mc^2) értjük a tömeg alatt. Atommagoknál a tömeget tömegspektrométerekkel mérjük. Ennek lényege: ionizált atomokat felgyorsítunk és elektromos és mágneses térbe tesszük. A kilépés helyéből az $\frac{e}{m}$ viszony meghatározható.

Elemi részekenél a tömegspektrométer nem jó.

A részecskék reakciókban képződnek, a sebességüket nem ismerjük. Más eljárás kell. Ezek alapja:

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4, \quad p = m\gamma v, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

A tömeg meghatározható, ha az impulzus és energia vagy az impulzus és sebesség ismert.



Az oscilloszkóp meghatározza az S_1 és S_2 jel közti különbséget, abból a sebességet, amiből már következtetünk a tömegre.

Semleges vagy nagyon rövid ideig élő részecskére a módszer nem jó, ilyenkor bonyolultabb eljárásokat kell alkalmazni.

Spin

A feles spinű részecskék a fermionok, az egész spinűek a bozonok.

Tekintsünk két azonos részecskét:

$$\Psi = \Psi(1, 2).$$

Ha a két részecskét felcseréljük,

$$\Psi(1, 2) = \pm \Psi(2, 1),$$

azaz a hullámfüggvény vagy szimmetrikus, vagy antiszimmetrikus a két rész felcserélésével szemben (megfigyelés). Pauli relativisztikus térelméletén alapon bebizonyította, hogy feles spinű részekenél antiszimmetrikus, egész spinűnél pedig szimmetrikus a hullámfüggvény. Érvényesül az ún. Pauli-elv:

$$\Psi(1, 2) + \Psi(2, 1) = 0, \quad \Rightarrow \Psi(1, 2) = 0,$$

azaz azonos kvantumállapotban nem lehet két részecske.

Mágneses dipólmomentum

A részecske energiája mágneses térben:

$$E_m = -\mu B, \quad \mu = g \frac{e}{2mc} J, \quad \mu_0 = \frac{e\hbar}{2mc}.$$

A Hamilton operátor ilyenkor

$$H = H_0 - \frac{g\mu_0}{\hbar} \mathbf{J} \mathbf{B}$$

Ha $\mathbf{J} \mathbf{B} = J_z B_z = J_z B$, az energiasziltozás ($\mathbf{B}$ z irányú):

$$E = E_0 - g\mu_0 M B,$$

ahol M az impulzusmomentum operátor z komponensének az értéke, ami $2J + 1$ értéket vehet fel. A

$$\mu = g\mu_0 J$$

értéket sokás sokás általában a részecskék mágneses momentumának nevezzük.

Az a tény, hogy $g \neq 0$ minden semleges részre és $g \neq \pm 1$ minden töltött részre, arra utal, hogy a részecskék összetettek.

Paritás

A térinverzió operátor hatása:

$$P\psi(r) = \psi(-r) = \alpha\psi(r),$$

$$\psi(r) = P^2\psi(r) = \alpha^2\psi(r).$$

$\alpha = \pm 1$ – paritás.

Ritkaság

A ritkaság bevezetésére az a felismerés vezetett, hogy számos részecske csak gyenge kölcsönhatással tud bomlani, holott látszólag semmi sem akadályozza, hogy erős kölcsönhatással bomoljon. Kaon:

$$\begin{array}{ll} p + \pi^- \rightarrow \Lambda^0 + K^0, & \text{erős kölcsönhatás} \\ K^- \rightarrow \pi^- + \pi^0, & \text{gyenge kölcsönhatás} \end{array} \quad \text{Miért?}$$

Miért nem megy végbe soha a

$$p + \pi^- \Lambda^0 + \pi^0$$

folymat?

Van egy új kvantumszám, a ritkaság (S). A ritkaság gyenge kölcsönhatásban sérül.

Izospin

Tömegükkel vizsgálata révén jöttek rá, hogy van még egy kvantumszám, az izospin (I), ami gyenge és elektromágneses kölcsönhatásban sérül.

Nagyon közel tömegű részecskék vannak (Σ^+ , Σ^0 , Σ^-), amik csak töltésben különböznek.

A ritkaság helyett sokás a hipertöltés, is használjuk:

$$Y = S + B = 2(Q - I_3)$$

Összefoglalva táblázatban az értékeket:

Részecske	Q	T_3	B	S	Y
π	$\pm 1, 0$	$\pm 1, 0$	0	0	0
K	+1	1/2	0	1	1
η^0	0	0	0	0	0
Nukleon	+1	1/2	1	0	1
	0	-1/2	1	0	1
Λ^0	0	0	1	-1	0
Σ	$\pm 1, 0$	$\pm 1, 0$	1	-1	0
Ξ	0	1/2	1	-2	-1
	-1	-1/2	1	-2	-1
Ω^-	-1	0	1	-3	-2

2.5. Szimmetriák és megmaradási törvények

A fizika kialakulásának kezdete óta a szimmetriák rendkívül nagy segítséget nyújtottak számunkra a természet jelenségei megértésében. Rokonatosan a fizikai törvények elméleti megfogalmazásának gerincévé váltak. A következőkben ezeket a szimmetriaoperációkat és ezek elméleti alapjait akarjuk megvizsgálni.

Szoros kapcsolat van a szimmetriák, megmaradó mennyiségek és a nem megfigyelhető mennyiségek között.

Minden szimmetria alapja az, hogy bizonyos alapmennyiségeket nem lehet megfigyelni. Lássuk be ezt egy egyszerű példán.

Tekintsünk két részecskét r_1 és r_2 helyen, haason ezek között egy V potenciális energia. Az az állítás, hogy az abszolút hely egy nem megfigyelhető mennyiség. Ez azt jelenti, hogy a koordináta-rendszer középpontja tetszőlegesen eltolható. Ekkor a potenciális energia csak a $r = r_1 - r_2$ -nek lehet a függvénye. Ebből következik, hogy a két részecske teljes impulzusa megmarad, ugyanis a Newton egyenletből

$$\begin{aligned} \dot{p}_1 &= F_1 = -\nabla_1 V, & \dot{p}_2 &= F_2 = -\nabla_2 V, \\ \dot{p} &= (\dot{p}_1 + \dot{p}_2) = -(\nabla_1 V + \nabla_2 V) = 0. \end{aligned}$$

Fizikai érvelünk azt követeli meg, hogy feltételezzük, bizonyos elmozdításokkal szemben a természet szimmetrikus. Gondoljunk például a koordináta-rendszer középpontjának megválasztására. Az általános tömegvonzás törvénye független kell hogy legyen attól, hogy a koordináta-rendszer középpontját hova helyezzük el, Budapestre vagy Debrecenbe. Ha áthelyezzük a középpontot, semmi nem változik. A természet szimmetrikus az ilyen áthelyezésekkel szemben. Ez azt jelenti, hogy fizikai törvények nem változnak meg, ha az origót eltoljuk. Másként ezt úgy is szokás mondani, hogy a fizikai törvények eltolás-invariánsak.

Egy ilyen eltolást úgy tudunk matematikailag leírni, hogy a fizikai mennyiségekre egy olyan operátort hajtunk, ami eltolja az origót. Másképpen: a mennyiségeket transzformáljuk egy transzformációs operátort alkalmazva. Vizsgáljuk meg ezt a transzformációs operátort. A kiértékelendő egyenlet:

$$T(a)\psi(r) = \psi(r+a)$$

ahol $T(a)$ az eltolást előidéző transzformációs operátor és $\psi(r)$ egy tetszőleges állapot hullámfüggvénye. Kérdés: milyen az a T transzformációs operátor, amelyik kielégíti a fenti egyenletet. Ebből a célból tekintünk először az infinitesimálisan kicsi transzformációk esetét. a helyébe ilyenkor da írható, és a jobb oldal da szerint sorbafejthető:

$$T(da)\psi(r) = \psi(r) + da \frac{\partial \psi(r)}{\partial r},$$

$$T(da) = 1 + da \frac{\partial}{\partial x} = 1 + \frac{i}{\hbar} p da,$$

ahol a differenciálás operátora helyett bevezetjük a szokásos impulzus operátor jelölést. $T(a)$ más alakban is írható, hiszen láthatólag éppen egy exponenciális sorfejtés első 2 tagja.

$$T(da) = e^{i p da / \hbar}$$

Ha egy véges eltolást akarunk létrehozni, azt felbonthatjuk infinitesimális eltolások összegére, a transformációs operátora az infinitesimális transformációs operátorok egymás után alkalmazása, vagyis sorozata lesz.

$$T(a) = \prod_{da \rightarrow 0} T(da) = e^{i p \Sigma da / \hbar} = e^{i p a / \hbar}.$$

Ez az általános a eltolás transformációs operátora.

Az eltolással szembeni invariancia azt jelenti, hogy a fizikai törvények és mennyiségek nem változnak meg, ha az eltolás transformációs operátort alkalmazzuk rájuk. Alkalmazzuk a $T(a)$ operátort a H Hamilton operátorra

$$T(a)H(x, p) = H(x + a, p)T(a)$$

Az invariancia azt jelenti, hogy:

$$H(x, p) = H(x + a, p),$$

vagyis

$$TH - TH = [T, H] = 0,$$

azaz a transformációs operátora felcserélhető a Hamilton operátorral. Másrészt tudjuk, hogy egy operátor, ha nem függ explicit az időtől és felcserélhető a Hamilton operátorral, mindig állandó. Képezzük egy O operátor várható értékének idő szerinti deriváltját, ha O nem függ explicit az időtől:

$$\frac{d}{dt} \langle \Psi | O | \Psi \rangle = \langle \frac{\partial}{\partial t} \Psi | O | \Psi \rangle + \langle \Psi | O | \frac{\partial}{\partial t} \Psi \rangle,$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} H \Psi, \quad \frac{\partial \Psi^*}{\partial t} = +\frac{i}{\hbar} H \Psi^*,$$

$$\frac{d}{dt} \langle \Psi | O | \Psi \rangle = \frac{i}{\hbar} \langle H \Psi | O \Psi \rangle - \langle \Psi | O H \Psi \rangle = \frac{i}{\hbar} \langle \Psi | HO | \Psi \rangle.$$

Írjuk be O helyébe T -t, és fejtsük sorba az exponenciálst.

$$\frac{dp}{dt} = 0, \quad \text{ha} \quad [H, T] = 0.$$

Példák szimmetriákból következő megmaradásra

Tegyük fel, hogy a két részecske közötti ható V potenciális energia csak a relatív koordinátáktól függ: $r = r_1 - r_2$.

$$p_1 = -\frac{\partial V}{\partial r_1}, \quad p_2 = -\frac{\partial V}{\partial r_2} = \frac{\partial V}{\partial r_1},$$

$$p_1 + p_2 = p = 0 \implies \text{impulzus megmaradás.}$$

Tegyük fel, hogy a potenciál nem függ explicit az időtől.

$$E = \frac{1}{2} \frac{p_1^2}{m} + \frac{1}{2} \frac{p_2^2}{m} + V(r_1, r_2, \dots).$$

$$\dot{E} = \frac{1}{2} \frac{p_1^2 \dot{p}_1}{m} + \frac{1}{2} \frac{p_2^2 \dot{p}_2}{m} + \frac{\partial V}{\partial r_1} \dot{r}_1 + \frac{\partial V}{\partial r_2} \dot{r}_2 = \frac{p_1}{m} \underbrace{\left[\dot{p}_1 + \frac{\partial V}{\partial r_1} \right]}_0 + \frac{p_2}{m} \underbrace{\left[\dot{p}_2 + \frac{\partial V}{\partial r_2} \right]}_0 = 0$$

$\Rightarrow$ Energia megmaradás

Hasonló módon belátható, hogy ha V független az iránytól, akkor érvényes az impulzusmomentum megmaradás.

2.6. A paritás megmaradás sérülése

További lehetséges szimmetria: tükrözés. Paritás:

$$\begin{aligned} P\psi(r) &= \alpha\psi(-r), \\ PP\psi(-r) &= \alpha P\psi(r) = \alpha^2\psi(-r), \quad \text{mert } P^2 = 1. \\ \alpha &= \pm 1 \quad \text{paritás} \end{aligned}$$

P : a tértükrözés operátora.

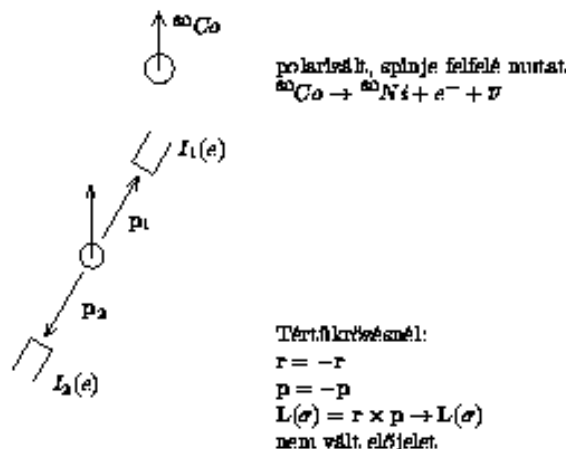
Ha a természetben nincs különbség jobb és bal között, akkor a paritás megmarad – tértükrözés invariancia.

Meglepetés – A paritás nem marad meg.

1957-ben Lee és Young mutattak rá egyéb, később említendő megfontolások miatt, hogy gyenge kölcsönhatásnál a paritás megmaradás nem teljesül. Ez azt jelenti, hogy a gyenge kölcsönhatás Hamilton operátora különbséget tud tenni a jobb és bal között, nem szimmetrikus tértükrözéssel szemben. A paritásérték kimutatására Lee és Young a következő kísérletet javasolták. Ha a β kölcsönhatás paritásértékű, akkor adott paritású atommag bomlásakor a kibocsátott elektron hullámfüggvénye már nem rendelkezik meghatározott paritással.

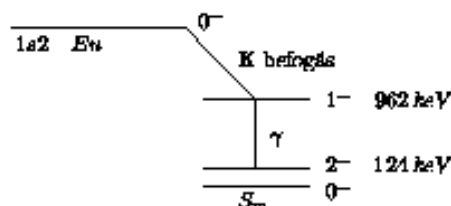
$$\psi_a(-r) \neq \pm \psi_a(r), \quad |\psi_a(-r)|^2 \neq |\psi_a(r)|^2,$$

vagyis az elektronok megtalálásának valószínűsége különbözik lesz a $+r$ és $-r$ helyeken, irányelosásként antiszimmetrikus. A kísérletet Wu végezte el, aki polarizált (adott spinirányú) ^{60}Co magok β sugárzásának irányelosását vizsgálta, és erős aszimmetriát talált.



Tükrözzük a rendszert. A ^{60}Co spinje változatlan, p_1, p_2 felcserélődik. Tértükrözés invariancia az kellene hogy $I_1 = I_2$ teljesüljön. Nem teljesül.

Az aszimmetria magyarázatára Lee és Young, valamint Landau azt feltételezték, hogy a β bomlásokkor kilepő neutrínó ill. antineutrínó aszimmetrikus részecske, a megfigyelt aszimmetrikus elektroneloszlás a neutrínó aszimmetriájának következménye. A neutrínó spinje mindig a mozgásiránnyal párhuzamos, vagy mindig ellentétes irányba mutat, +1 vagy -1 helicitást. Goldhaber kísérlete igazolta az elmélet helyességét, és egyúttal meghatározta a helicitás előjelét. A kísérlet lényege a következő:



Egy ^{152}Eu forrást vettek, amelyik K-befogással a ^{152}Sm mag 1^- állapotába megy át. Az 1^- állapot élettartama olyan rövid, hogy a K-befogást azonnal követi a fotonok kilepése. Az első folyamatból látható, hogy a befogott elektron és a neutrínó spinje ellentétes.

$$\underbrace{e^-}_{\uparrow \frac{1}{2}} + \underbrace{^{152}\text{Eu}}_0 \rightarrow \underbrace{^{152}\text{Sm}^*}_{\downarrow 1} + \underbrace{\nu}_{\downarrow \frac{1}{2}} \rightarrow \underbrace{^{152}\text{Sm}}_0 + \underbrace{\gamma}_{\uparrow 1} + \underbrace{\nu}_{\downarrow \frac{1}{2}}$$

A második folyamatban a γ foton elveli a gerjesztett állapot spinjét, tehát a foton és a neutrínó spinje ellentétes. Ha most a visszalökődő maggal ellentétesen kilepő neutrínókat nézzük, a foton és a neutrínó spinje is ellentétes kell hogy legyen az impulzusmegmaradás törvénye értelmében. A foton impulzus-impulzusmomentum viszonya, vagyis helicitása ugyanolyan, mint a neutrínóé. A kísérletek a foton helicitására -1-et adnak, ami azt jelenti, hogy a neutrínó helicitása -1.

A gyenge kölcsönhatásba résztvevő részek közül nem csak a neutrínó, hanem az elektron is polarizált, de ennél a polarizáció sokkal kisebb mértékű, $\frac{1}{2}$ -vel arányos. Az antirészek helicitása éppen ellenkező, az antineutrínó helicitása +1. A fermion töltésen kívül helicitásban is különbözik a neutrínó és antineutrínó.

A paritásmegmaradás sérülése a természet töltés-aszimmetriáját bizonyította. Az, hogy a természet töltésinvarians, sokáig magától értetődőnek tűnt mindenki számára. Landau ezzel mentette a helyzetet, hogy azt mondta: a természet töltésinvarians, de nem a tértöltésinvarians, hanem a tér és töltéstöltés együttesével szemben. A tértöltésinvariancia operátorát P -vel szokás jelölni, a töltéstöltésinvariancia operátorát, más szóval a töltéskonjugációt operátorát, amely valamennyi töltést (nem csak az elektronost) ellenkező előjelűre változtatja, C -vel. Landau elmélete azt mondja, hogy a természet a PC teljes töltésinvariancia operátorral szemben invarians. A PC egy negatív helicitású neutrínót egy pozitív helicitású antineutrínóba visz át, ezek felcserélésével szemben (ha ugyanakkor minden más mennyiséget is töltésinvarians) a természet invarians. Az azóta elhárították, hogy ez a feltevés sem helyes, kis mértékben a PC is sérül.

2.7. Megfigyelhető mennyiségek és aszimmetriák

Összefoglalva:

Egy aszimmetria akkor sérül, ha egy addig megfigyelhetetlennek tartott mennyiség megfigyelhetővé válik.

Ilyen a jobb-bal aszimmetria vagy a töltéskonjugációval szembeni sérülés.

1956-ig hittek a töltés-aszimmetriában. A paritás-sérülés nagy meglepetés volt.

Még meglepőbb a töltéskonjugáció sérülése.

Előzte azt hitték, véletlen, hogy melyik részecske típusból van több. Részecskék és antirészecskék

képzett a folyamatok egyformán mennek végbe. Ml az a mennyiség, ami a sérülés során megfigyelhetővé válik?

Képzeljünk el két civilizációt, amelyek szeparáltak, de pl. polarizálatlan fényvel kommunikálni tudnak. Feladat megadni, hogy milyen típusú anyagból van a civilizáció.

A K meson bomlása meg tudja különböztetni az elektront és a pozitront:

$$K_L^0 \rightarrow \frac{e^- \pi^+ + \nu}{e^- + \pi^+ + \nu} = 1.00618.$$

Így meg tudjuk mondani, hogy részecskék vagy antirészecskék vannak-e a világunkban.

2.8. Megmaradó mennyiségek összefoglalása

- **Energia**

Megmaradása az időtengely origójának eltolásával szembeni invariancia következménye.

- **Impulzus**

Az origó középpontjának eltolásával szembeni invariancia következménye.

- **Impulzusmomentum**

A tengelyek elforgatásával szembeni invariancia következménye

- **Paritás**

A tér tükrözéssel szembeni invariancia következménye. Gyenge kölcsönhatásban sérül, erős ill. elektromágneses kölcsönhatásban megmarad.

- **Időparitás**

Az időtengely tükrözésével szembeni invariancia következménye. Gyenge kölcsönhatásban sérül.

- **Barion és fermiontöltés**

Minden kölcsönhatásban megmaradó mennyiségek.

- **Elektromos töltés**

Minden kölcsönhatásban megmarad.

- **Ritkaság vagy hipertöltés**

Gyenge kölcsönhatásban nem marad meg.

- **Isotóp spin**

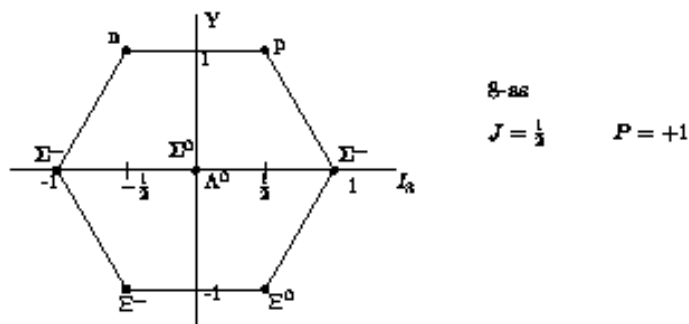
Erős kölcsönhatásban megmarad, gyenge és elektromágneses kölcsönhatásban sérül.

A következő táblázat összefoglalja, hogy melyik mennyiség melyik kölcsönhatásban sérül.

Mennyiség	Erős	Elektromágneses	Gyenge
Energia	+	+	+
Impulzus	+	+	+
Impulzusmomentum	+	+	+
Paritás	+	+	-
Idő paritás	+	+	?
Barion töltés	+	+	+
Lepton töltés	+	+	+
Elektromos töltés	+	+	+
Ritkaság	+	+	-
Hipertöltés	+	+	-
Isospin	+	-	-

2.9. Az elemi részek rendszerezése

A szimmetriák mőködöt nyitjanak az elemi részek mőködéseirebb rendszerezésére. Egy ilyen rendszerezés kísérlet például az, amiben az azonos spinű és paritású, de különböző Y és T értékű részeket egybegyűjtjük és egy felhasadó multiplett elemének tekintjük. Az alapgondolat az, hogy ha csak erős kölcsönhatás lenne, ezek a részecskék egy azonos résznek lennének a különböző kvantumszám beállással. Mivel a természetben nem csak erős kölcsönhatás van, hanem elektromágneses és gyenge is, ezek a multiplettek felhasadnak.



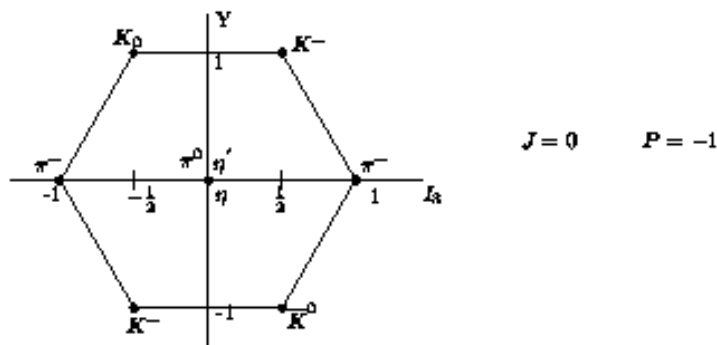
A legegyszerűbb csoportosítás barionok esetén a feles spinű részek csoportja. Az előbbi ábrán megtalálhatók az ehhez tartozó barionok. Csoportelméletileg megmutatható, hogy annak, hogy éppen nyolc rész tartozik ebbe a multiplettbe, mélyebb értelme van. Azonnal belátható, hogy az oktett tagjai közt fenn kell hogy álljon a következő tömeg összefüggés:

$$\frac{1}{2}M_N + \frac{1}{2}M_{\Sigma} = \frac{3}{4}M_{\Lambda} + \frac{1}{4}M_{\Sigma}.$$

Behelyettesítve a tömeg értékeket MeV-ben kifejezve

$$470 + 660 = 836 + 298$$

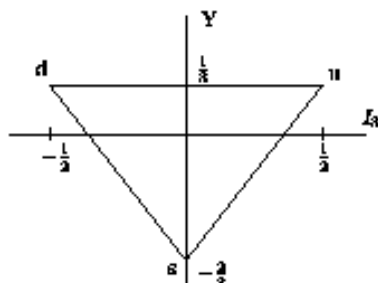
adódik ami megdöbbentően közel van az egyenlőséghez. Hasonló oktettek vagy magasabb csoportok képezhetők a rezonanciákból, más spinű és paritással. A mezonokra a legegyszerűbb ilyen szerkezet az alábbi ábrán látható.



Hasonló csoportok képezhetők más, rövid életű elemi részekből (rezonanciákból) is.

2.10. A kvarkok

Csoportelméleti alapon, mint láttuk, rendszeresen tudták az elemi részeket. A barionoknál találtak 8, 10, 27 részből álló ábrázolást, csak az SU_3 csoport legegyszerűbb ábrázolását, a három részecskéből álló rendszert nem sikerült megfigyelni. Gell-Mann ezért 1964-ben feltette, hogy van egy még eddig meg nem figyelt legegyszerűbb ábrázolás is, a három részből álló.



Az ábrából leolvashatók a kvantumszámok, ha felte vesszük, hogy egy barion 3 kvarkból áll, azaz a kvark bariontöltése $\frac{1}{3}$.

$$Y = 2(Q - I_3), \quad S = Y - B,$$

	B	Y	I	I_3	Q	S	J
u	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	0	$\frac{1}{2}$
d	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{2}$
s	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	0	0	$-\frac{1}{3}$	-1	$\frac{1}{2}$

A mesonoknak nincs bariontöltése, egy meson tehát egy $q\bar{q}$ kvark-antikvark párból áll.

A barionok és mesonok kvarkszerkezete ezek szerint:

Barionok	J	Összetétel
p		$u + u + d$
n		$u + d + d$
Λ		$u + d + s$
Σ^+		$u + u + s$
Σ^0	$\frac{1}{2}$	$u + d + s$
Σ^-		$d + d + s$
Ξ^0		$u + s + s$
Ξ^-		$d + s + s$
Δ^{++}		$u + u + u$
Δ^+		$u + u + d$
Δ^0	$\frac{3}{2}$	$u + d + d$
Δ^-		$d + d + d$
Ω^-		$s + s + s$

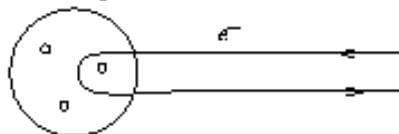
Mezonok	J	Összetétel
π^-		$u + \bar{d}$
π^0		$u + \bar{u}, d + \bar{d}, s + \bar{s}$
π^+		$\bar{u} + d$
K^-	0	$u + \bar{s}$
K^0		$d + \bar{s}$
$\bar{K}^0$		$\bar{d} + s$
K^+		$\bar{u} + s$
ρ^-		$u + \bar{d}$
ρ^0	1	$u + \bar{u}, d + \bar{d}, s + \bar{s}$
ρ^+		$\bar{u} + d$
π^0		$u + \bar{u}, d + \bar{d}, s + \bar{s}$

A kvarkok létének indirekt igazolása napjaink Rutherford kísérlete segítségével történt. Nagyon-energijű elektroncsórót végeztek.

Slac kísérlet: 3 km hosszú elektrongyorsító, 10^{14} e^- , 40 nA áram.

H_2 target és évente 1 viaszakókódást várunk. Ehelyett másodpercenként egy volt.

3 objektumon van viaszakókódás



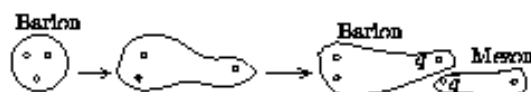
Az impulzus megmaradásából látható: a kvarkok a proton impulzusának a felével rendelkeznek.

Ok:

Valami összetartja a kvarkokat – gluonár. A gluonok viszik el a kvarkok impulzusának a felét.

Ez a kölcsönhatás: nem $\frac{1}{r}$ -rel, hanem r^2 -tel arányos, olyan, mint a rugó.

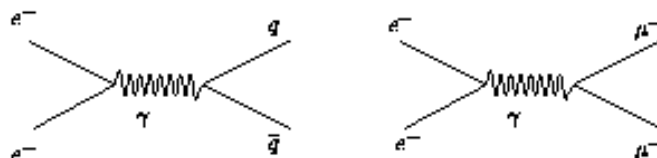
Következmény: nincsenek szabad kvarkok.



A kvarkok színe

Többféle megfigyelés is igazolta, hogy a kvarkok még egy kvantumszámmal rendelkeznek. Ezt nevezték el színek. A színe utaló megfigyelések:

- Probléma a Pauli elvvel. Vannak olyan részek, amik három egyforma kvarkból állnak, $\Delta^{++} - uuu$, $\Omega^- - sss$ szimmetrikus spin hullámfüggvénnyel ($\frac{3}{2}$).
- e^-e^- szórás



A hatáskeresztmetszet, $\sum e_f^2$ -tel arányos.

$$\sum_{f=q} \frac{4\pi}{9} \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{8}{3} \quad \mu^+ \mu^- \quad (1)^2 \Rightarrow 1$$

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadron})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = \sum \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = 2,$$

noha $\frac{8}{3}$ -ot várnánk a fenti összeg szerint.

Szín bevezetése: 3-szor annyi lehetőség, 3-mal sokszorozza a q keletkezés valószínűségét. Pauli elv is rendben.

$$3 \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 \right].$$

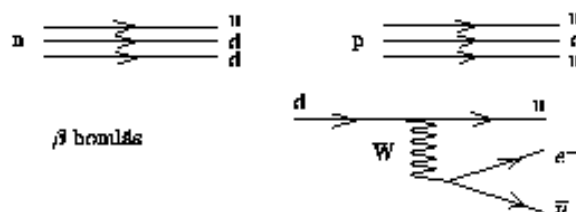
Az elmélet a kvantum színelmélet (QCD).

Fő ok: megnagyarázása, miért nincs szabad kvark.

2.11. Elemi részek rendszerezése

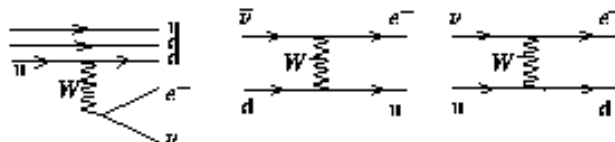
	Régi	Új
Részek:	Lepton, Barion	Lepton, Kvark
Összekötő részek:	Erős kölcsönhatás: meson El. kölcsönhatás: foton Gyenge kölcsönhatás: ?	Erős kölcsönhatás: glüon El. kölcsönhatás: foton Gyenge kölcsönhatás: ?

Feltevés: ott is találunk ilyen közvetítő részeket.

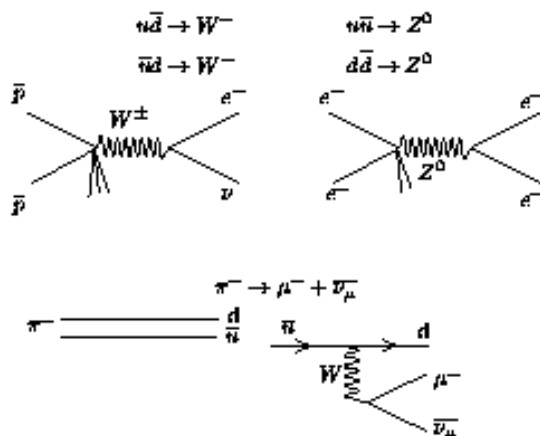


Közvetítő rész: vektorboson. Három van: W^+ , W^- , Z^0

Tömegük nagy – kb. 80 GeV, mert a hatótávolság kicsi.



$$\frac{\sigma(\bar{\nu}-p)}{\sigma(\nu-p)} = \frac{1}{3} = 0.3 \pm 0.1 \quad \text{kísérleti érték.}$$



Összefoglalva

Másképp: leptonok

$$\begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu^- \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau^- \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \begin{matrix} Q = -1 \\ Q = 0 \end{matrix} \quad \Delta Q = 1$$

kvarkok

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \begin{matrix} Q = \frac{2}{3} \\ Q = -\frac{1}{3} \end{matrix} \quad \Delta Q = 1$$

Következő részek:

- Erős kölcsönhatás : glüon
- Elektromágneses kölcsönhatás : foton
- Gyenge kölcsönhatás : vektorboson

Elméletek: kvantum elektrodinamika – QED

kvantum színdinamika – QCD

Az elemi részek egységes elmélete megmagyarázza, miért azonos a töltés protonnál és leptonnál.

3. fejezet

Magerók

3.1. A hatáskeresztmetszet fogalma

$$dN = \sigma(\theta, \chi) S d\Omega.$$

S : fluxus, 1 cm^2 -re eső részecskék száma.

E : részecskenyaláb energiája.

$$N = \sigma S, \quad \sigma = \int \sigma(\theta, \chi) d\Omega.$$

Klasszikusan $N = R^2 \pi S$ (merev gömb)

A szórást leíró Ψ hullámfüggvény nyilván a Schrödinger egyenlet megoldása adott potenciál esetén. Ahhoz azonban, hogy Ψ szórást írjon le, meg kell adnunk a szórásra jellemző határfeltételt. A beeső részecskét egy beeső síkhullám jellemzi, ez szóródik a szórócentrumon, és minden irányban különböző intenzitással gömbhullámok lépnek ki. A szórás nyilván szimmetrikus a beeső részecske irányára merőleges síkban, így a kilépő gömbhullámok amplitúdója csak θ -tól függhet, φ -tól nem. Aszimptotikus alak:

$$\psi \rightarrow \phi e^{-i k x},$$

$$\phi(r, \theta) \rightarrow e^{i k x} + f(\theta) \frac{e^{i k r}}{r}.$$

ψ mindkét tagja megoldás, mert ha nincs potenciál, a Schrödinger egyenlet:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi = -\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \phi = E \phi.$$

A második tag kilépő gömbhullámot ír le, ugyanis ha egy adott t_0 időpillanatban a részecske egy r_0 helyen tartózkodik, T (egy periódus) után:

$$k r_1 + \frac{1}{\hbar} E(t_0 + T) - (k r_0 + E \frac{t_0}{\hbar}) = 2\pi,$$

$$\Delta r = r_1 - r_0 = \frac{2\pi E T}{\hbar k} > 0.$$

A hullám kifelé halad.

Az állapotfüggvény aszimptotikus alakjából számítsuk ki a hatáskeresztmetszetet. A kvantummechanikából ismert a részecske-áramstírlés:

$$\mathbf{j} = \frac{i\hbar}{2m} (\nabla \varphi^* \varphi - \varphi^* \nabla \varphi).$$

A beeső áramstírlés egy határozhatjuk meg, ha φ helyébe a beeső hullámot, azaz $e^{i k x}$ -t helyettesítünk.

$$S = j_{\text{in}} = \frac{\hbar k}{m}$$

A szór. áraműríttség meghatározásához az $\frac{\hbar(\Theta)e^{ikr}}{r}$ hullámot kell behelyettesíteni, és a gradiens helyébe most az r irányú deriváltat kell tenni.

$$j_{xx} = \frac{i\hbar}{2m} \left(\frac{\partial \varphi^*}{\partial r} \varphi - \varphi^* \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) = \frac{\hbar k}{m r^2} |f(\Theta)|^2.$$

A szór. részecskék számát, így kapjuk meg, hogy a részecske-áraműríttséget megszorozzuk a felülettel.

$$dN = j_{xx} dF = \frac{\hbar k}{m r^2} |f(\Theta)|^2 r^2 d\Omega = \frac{\hbar k}{m} |f(\Theta)|^2 d\Omega.$$

A differenciális hatáskeresztmetszet:

$$\sigma(\Theta) = |f(\Theta)|^2.$$

3.2. A parciális hullámok módszere

A hatáskeresztmetszet meghatározására sokszor célszerű a parciális hullámok módszerét használni. Sorbafejtünk P_l -ek szerint:

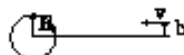
$$f(\Theta) = \frac{1}{k} \sum (2l+1) e^{i\delta_l} \sin \delta_l P_l(\cos \Theta),$$

$$\sigma = \int d\Omega \sigma(\Theta) = \frac{4\pi}{k^2} \sum (2l+1) \sin^2 \delta_l.$$

Ha a potenciál nem centrális, a fenti gondolatmenet kicsit komplikáltabb, mert a különböző parciális hullámok keverednek. δ_l -t fáziseltolódásnak nevezzük, és a hatáskeresztmetszetből meg tudjuk határozni. Az ún. fázisanalízis ezzel foglalkozik, hogyan lehet a különböző δ_l értékekből a potenciált megkapni.

Mikor jó a parciális hullámok módszere?

Számítsunk egy R sugarú objektumon egy pontszerű részecskét b fiktív δ paraméterrel, v sebességgel.



b : fiktív δ paraméter

Félklasszikus érveléssel belátható, hogy a két részecske egymás hatását csak akkor érv, ha $b < R$. Ilyenkor

$$\hbar^2 l(l+1) < 2mER^2.$$

Kis energián csak az $l = 0$ elégíti ki ezt a feltételt. A hatáskeresztmetszet ilyenkor

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2} \sin^2 \delta_0.$$

3.3. Két nukleon rendszer: a deuteron

A két nukleon állapot vizsgálatának a célja elsősorban az, hogy információt nyerjünk a magterőről. Kihívásként felhasználhatjuk ismereteinket az erős kölcsönhatás szimmetriáiról.

Két kölcsönható részecske Schrödinger egyenlete:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_1} \Delta_1 \Psi(r_1, r_2) - \frac{\hbar^2}{2m_2} \Delta_2 \Psi(r_1, r_2) + V(r_1, r_2) \Psi(r_1, r_2) = E_{tot} \Psi(r_1, r_2),$$

ahol $V(r_1, r_2)$ a két részecske közötti ható potenciál, ami az eltolód invariancia miatt nem lehet r_1 és r_2 függvénye, csak a köztük különbségé, $r = r_1 - r_2$ -é. Bevezetve az r relatív és az $R =$

$\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ tömegközépponti koordinátát, a Schrödinger egyenlet és a hullámfüggvény szeparálható egy tömegközépponti és egy relatív koordinátáktól függő részre:

$$\begin{aligned}\Psi_{\text{rel}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \Psi(\mathbf{R})\Psi(\mathbf{r}), \\ -\frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta\Psi + V(\mathbf{r})\Psi &= E\Psi, & -\frac{\hbar^2}{2M}\Delta\Psi &= E_{CM}\Psi,\end{aligned}$$

ahol $\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \Psi(\mathbf{r})\Psi(\mathbf{R})$, $E_{\text{rel}} = E_{CM} + E$, M a rendszer teljes tömege és $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ a relatív tömeg.

Bővítsük a rendszer tömegközéppont koordinátáját (köszéltés), akkor $E_{CM} = 0$. Célszerű a következőkben a Schrödinger egyenletet polár koordinátákban felírni:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\Psi(r)) - \frac{L^2}{r^2}\Psi(r)\right] + V(r)\Psi(r) = E\Psi(r).$$

Itt L^2 az impulzusmomentum négyzet operátora.

A hullámfüggvényt fejtsük sorba gömbhullámfüggvények szerint:

$$\Psi(r) = \sum_{l,m} \frac{u_l(r)}{r} Y_{lm}(\theta, \varphi).$$

A továbbiakban feltételezzük, hogy az erős kölcsönhatás Hamilton operátora invariáns a tértükörcsével szemben. Ez azt jelenti, hogy a sorfejtésben paritás megmaradás miatt csak vagy páros, vagy páratlan komponensek jelennek meg. Jelöljük a paritás operátort P -vel, az a gömbhullámfüggvényeket a

$$PY_{lm}(\theta, \varphi) = Y_{lm}(\pi - \theta, \varphi + \pi) = (-1)^l Y_{lm}(\theta, \varphi)$$

alakba visel át. A teljes hullámfüggvény csak akkor lesz invariáns tértükörcsével szemben, ha l vagy csak páros, vagy csak páratlan értéket vesz fel. Ha V csak az r skalár függvénye, az egyenlet tovább egyszerűsíthető, paritáls komponensekre bonthatjuk. A radiális Schrödinger egyenlet az l -ik paritáls hullámra

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\left(u_l'' - \frac{l(l+1)}{r^2}u_l\right) + V(r)u_l = Eu_l.$$

Alapállapotban $l = 0$.

Tekintsük egy proton-neutron rendszert, és határozzuk meg ennek kötött állapotát. A Yukawa potenciál helyett egyszerűség kedvéért használjunk négyeség potenciált és legyen $l = 0$.

$$V = \begin{cases} -V_0 & r < b \\ 0 & r > b \end{cases}$$

Bevezetve a

$$\frac{2\mu V_0}{\hbar^2} = K_0^2, \quad \frac{2\mu W}{\hbar^2} = \alpha^2, \quad \frac{2\mu E}{\hbar^2} = k^2, \quad \kappa^2 = K_0^2 - \alpha^2, \quad K^2 = K_0^2 + k^2, \quad W = -E$$

jelöléseket, az egyenlet egy külső és egy belső részre választható szét:

$$\begin{aligned}u_h + \kappa^2 u_h &= 0 & u_h + K^2 u_h &= 0 \\ E < 0 & & E > 0 \\ u_k - \alpha^2 u_k &= 0 & u_k + k^2 u_k &= 0\end{aligned}$$

Ha $E < 0$, kötött, ha $E > 0$, szét állapotot kapunk. A külső megoldások a két esetben erősen különböznek:

$$\begin{aligned}u_h &= A \sin(\mu r) + B \cos(\mu r), & u_h &= A \sin(Kr) + B \cos(Kr), \\ u_k &= C e^{-\alpha r} + D e^{\alpha r}, & u_k &= C \sin(kr + \delta).\end{aligned}$$

A külső és belső hullámfüggvényeket és deriváltjait illesztani kell a határon. Ezenkívül a hullámfüggvény aszimptotikus véges volta miatt $D = 0$, az $r = 0$ pontban való véges volta miatt.

petílg (mivel a hullámfüggvény valójában $\frac{\psi}{r}$) $B = 0$. Elasztva a deriváltakat a hullámfüggvényekkel, kötött és szóró állapot energiájára a következő összefüggéseket kapjuk:

$$K \cotg(Kb) = -\alpha, \quad K \cotg(Kb) = k \cotg(kb + \delta)$$

A kötött állapot egyenlete egzaktul is megoldható, de az eredményt közelítőleg azonnal tudjuk értékelni. A deuteron kötési energiája 2.226 MeV. Tételünk fel első közelítésben, hogy $\alpha = 0$. Az egyenlet megoldása:

$$bK_0 = \frac{\pi}{2}, \quad b \approx 1.6 \text{ fm}, \quad b\sqrt{\frac{2\mu V_0}{\hbar^2}} \approx \frac{\pi}{2}, \quad V_0 \approx 10 \text{ MeV}$$

A kinetikus energia ezzel szemben 38 MeV, azaz a rendszer gyengén kötött.

$l = 0$ állapotban a potenciális energia megnő a centrifugális potenciál pozitív volta miatt:

$$V \rightarrow V_{eff} = V + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2}.$$

Ilyenkor a mag már nem biztos, hogy kötött. Kísérletileg az figyelhető meg, hogy a deuteronnak nincs gerjesztett állapota. A kötött állapotok energiájából összesen egy adatot tudunk meg, ami nem túl sokat mond a két nukleon potenciálról.

További információkat nyerünk a magerőről, ha a deuteron spinjét vizsgáljuk. A deuteron spinje mindig 1. Statisztikus megfontolások alapján azt várjuk, hogy a spin 75%-ban 1, 25%-ban 0. Úgyis látni nincs kötött binutron, illetve kötött biproton állapot sem. Ennek egyetlen oka lehet: csak a magerők spinfüggők. A potenciál gyengébb szingulet állapotban, mint tripletben. Mivel a magerők triplet állapotban éppen hogy kötő tudják a deuteron, a szingulet állapot potenciál 5%-os gyengülése már azt jelenti, hogy a rendszer nem lesz kötött. A binutron, mivel azonos részekből áll és így a Pauli elv érvényes rá, $l=0$ szimmetrikus térbeli hullámfüggvény esetén csak antiszimmetrikus spin hullámfüggvényrel rendelkezhet, ami szingulet állapotnak felel meg. A magerők spinfüggését leíró operátor

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2),$$

ahol $\boldsymbol{\sigma}_1$ és $\boldsymbol{\sigma}_2$ a két részecske spinoperátora. Mivel

$$\begin{aligned} \mathbf{S}^2 &= \frac{1}{4}(\boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2)^2, & \sigma^2 &= 3I \\ (\boldsymbol{\sigma}_1 \boldsymbol{\sigma}_2) &= 2\mathbf{S}(\mathbf{S} + 1) - 3 \end{aligned}$$

A deuteronnak alapállapotban létezik csak hullámfüggvénye ($l=0$), ami azt jelenti, hogy töltésszorosítás gömbszimmetrikus. Kísérletileg kimutatható, hogy a deuteronnak van kvadrupólmomentuma, ami nem szimmetrikus töltésszorosítást jelent. Ez azt jelenti, hogy az alapállapot $l=0$ és $l=2$ -es állapotok keveréke ($l=1$ nem lehet a paritásmegmaradás miatt).

$$\Psi_D = \Psi_0(r) + \Psi_2(r)P_2(\cos \Theta)$$

Centrális potenciál esetén az egyes paritások szeparálódnak, így ez a hullámfüggvény csak akkor adhat mélyebb energiát mint a $\Psi_0(r)$ állapot ha a magerők nem teljesen centrálisak. A nem centrális részt tenzoroknak nevezzük. A tenzorok így van megválasztva, hogy szingulet állapotra hatva vértust ad, triplet állapotra hatva az azonos $J=1$, $\Delta I = \pm 2$ -es állapotokat csatolja:

$$S_{12} = \frac{3(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{r})}{r^2} - (\boldsymbol{\sigma}_1 \boldsymbol{\sigma}_2).$$

3.4. Izospin

A kismengiségű n - p és p - p és a bonyolultan létrehozott n - n szórások eredményeit összehasonlítva az adódik, hogy Coulomb szórástól eltérő állapotban (szingulet ill. triplet) a hatáskeresztmetszetek megegyeznek. Ez azt jelenti, hogy a magerők a nukleonok között töltésfüggetlenek, a

neutron és proton magfűtéssel szempontról, ha nem lenne a protonnak töltése, vagy nem is lenne elektromágneses kölcsönhatás, azonos részek. Ezt a felismerést fogalmazta meg matematikai alakban Wigner, amikor bevezette az izospin fogalmát.

Ezerint a gondolatmenet szerint a proton és a neutron azonos részek, pont úgy mint a felfelé ill. lefelé mutató spinű elektronok. Az izospint hasonló mátrixszal lehet leírni, mint a spin, csak ezek az izospin térben, tehát az izospin hullámfüggvényekre hatnak. A τ komponens operátorát neutronra hajtva $1/2$ -t, protonra hajtva $-1/2$ -t kapunk. (Részecskefizikában definiáló szerint fordított az előjel.) Két nukleon esetén $T=1$ ill. $T=0$ lehet, $T=1$ három beállással (nn, np, pp 1, 0, -1 értékekkel), a $T=0$ (np, 0 értékkel) eggyel. Matematikailag az izospin operátorok teljesen azonosak a spin operátorokkal.

A magnetik töltéssfüggetlenek. Izotóp spin

$$\begin{aligned} \hat{T} &= \frac{1}{2} \sum \hat{\tau}, & \tau_{\pm} &= \tau_x \pm i\tau_y, \\ \tau_3 \nu &= \nu, & \tau_{-} \nu &= 0, & \tau_{+} \nu &= \pi, \\ \tau_3 \pi &= -\pi, & \tau_{-} \pi &= -\nu, & \tau_{+} \pi &= 0. \end{aligned}$$

3.5. Kis energiájú nukleon-nukleon szórás

Szórásunk egy R sugarú objektumon egy pontszerű részecskét b átkörzési paraméterrel. Félklasszikus érveléssel belátható, hogy a két részecske egymás hatását csak akkor érvé, ha

$$\hbar^2 l(l+1) < 2mER^2$$

Kis energián tehát a relatív impulzusmomentum 0. Érdemes ezért a parciális hullámok módszerét alkalmazni. A szóráselméletből tudjuk, hogy rugalmas szórás esetén a hullámfüggvény aszimptotikusan

$$\Psi \rightarrow e^{ikr} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}$$

alakba írható. A hatáskeresztmetszet ilyenkor:

$$\sigma = \int \sigma(\theta) d\Omega, \quad \sigma(\theta) = |f(\theta)|^2$$

$f(\theta)$ -t ill $\sigma(\theta)$ -t parciális hullámokra bontva

$$\begin{aligned} f(\theta) &= \frac{1}{k} \sum_l (2l+1) e^{i\delta_l} \sin \delta_l P_l(\cos \theta) \\ \sigma &= \frac{4\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) \sin^2 \delta_l \end{aligned}$$

Ha a potenciál nem centrális, a fenti gondolatmenet kissé komplikáltabb, mert a különböző parciális hullámok keverednek. δ_l -t fázistolásnak nevezzük, a két nukleon kölcsönhatás vizsgálatánál már találkozunk ezzel a fogalommal. δ -t a hatáskeresztmetszetéből meg tudjuk határozni, az ún. fázisanalízis szel foglalkozik, hogyan lehet a különböző δ_l értékekből a potenciált megkapni.

3.6. Nagyenergiájú szórások

A parciális hullámok módszerével meghatározhatjuk a kisenergiájú szóráshatáskeresztmetszeteket. Ahogy növekszik az energia, egyre több parciális hullám járulékát kell figyelembe venni. Ilyenkor célszerű más módszert alkalmazni.

Nagyenergiájú n-p szórás

A szóráshatáskeresztmetszet vizsgálatából az jön ki, hogy nagyenergiájú n-p szórásnál az előre és hátraszórás viszonya

$$\frac{\sigma(0)}{\sigma(\pi)} = \left[1 + \frac{4m\delta^2 E}{\hbar^2}\right] \sim 100 \quad \text{ha } E \sim 100 \text{ MeV}.$$

A kísérleti eredmény ezzel szemben



Kérdés, mi az oka ennek? A magerők közérőlkés jellegűek.



$$V \rightarrow \frac{1}{2}(1 + P)V$$

Bekövetkezhet tehát, hogy egy proton neutronná, egy neutron protonná alakul. A közérőlkés jelleg egyik következménye:

$$\Psi(r) \rightarrow \frac{1+P}{2}\Psi(r),$$

$$f(\Theta) \rightarrow \left(\frac{1+P}{2}\right)f(\Theta) = \frac{1+P}{2} \frac{1}{2ik} \sum (2l+1)(e^{2i\delta_l} - 1)P_l(\cos\Theta) \rightarrow \frac{1}{2}(f(\Theta) + f(\pi - \Theta))$$

Mivel

$$Y_{lm}(\pi - \Theta, \varphi) = (-1)^l Y_{lm}(\Theta, \varphi),$$

ezért páratlan állapotokban a magerők nagyon gyengék.

Nagyenergiájú p-p szóráss

Kísérleti megfigyelés

- $\sigma(\theta) \sim 100 - 500 \text{ MeV}$ -ig a szögfüggés közel isotróp. Itt már nem mindig magasabb a szóráss, pónok keletkezhetnek.
- $\sigma_k(E)$ azaz a teljes keresztmetszet független a beeső energiától kb. 600 MeV -ig.

Hogyan lehet ez?

a)

Ha a hatáskeresztmetszet szögfüggését nézzük nagyobb energiákon, P_2 járulékal:

$$\begin{aligned} l=1 & \quad P_1 \sim \cos\Theta \\ l=2 & \quad P_2 \sim \frac{3}{2}\cos^2\Theta - \frac{1}{2} \end{aligned}$$

azaz erősen szögfüggő kellene, hogy legyen. Ugyanakkor a hatáskeresztmetszetekhez a P_1 , P_2 ad járulékot, ugyanis ha nem adna,

$$\sigma_0 = \frac{4\pi}{k^2} \sin^2 \delta_0 < \frac{4\pi}{k^2} \sim 25 \text{ mb}, \quad \text{ha } E = 100 \text{ MeV}$$

lenne, ezzel szemben a kísérleti érték 30 mb. $l=1$ figyelembe vételével:

$$f(\Theta) \sim \sin^2 \delta_0 P_0^2(\Theta) + 6 \sin \delta_0 \sin \delta_1 \cos(\delta_0 - \delta_1) P_0(\Theta) P_1(\Theta) + 9 \sin^2 \delta_1 P_1^2(\Theta)$$

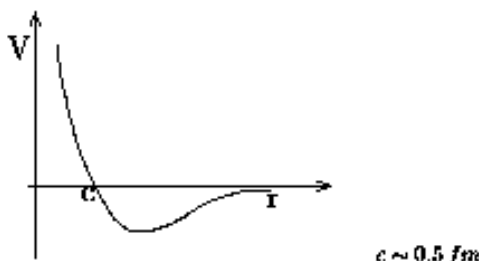
Az eltérés oka a spin-pálya csatolás. Ha ugyancs a Schrödinger egyenlet.

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + V_0(r) \Psi + V_1(r) \mathbf{L} \mathbf{S} \Psi = E \Psi$$

alakú, akkor más δ -t ad 3P_0 , 3P_1 és 3P_2 állapotra és ezek lineáris kombinációja lép fel $f(\Theta)$ -ban. Megmutatható, hogy ha $\delta_{11}^0 = \delta_{11}^1 = -\delta_{11}^2$, akkor P egyíttételtől éppen kiejtik egymást.

b)

A második jelenségre a magyarázat az, hogy δ_0 nagyobb energián negatívvá válik, és δ -k járulékal kiejtik egymást.



p-p szórásnál új jelenségek léptek fel, amelyeket az n-p szórásnál nem észleltünk. Az ok: a Pauli elv miatt bizonyos hullámok tiltottak, az n-p szórásnál sokkal több hullám ad járulékot, ez növeksztja a kvantatív képet.

Bizonyos jelenségek csak p-p szórásnál figyelhetők meg.

3.7. Két nukleon potenciál általános alakja a kísérletek alapján

1. Rövid hatótávolságú (magok mérete, α szóráss)
2. Közel töltésfüggetlen (kís energiáját n-p, n-n, p-p szóráss szóráshossza azonos)
3. Spinfüggetl (n spinje 1, nincs bisektron)
4. Nem teljesen centrális (tensorek, deuteron kvadrupólmomentuma)
5. Kísérleti jellegűek (nagyenergiájú n-p hátrasszóráss)
6. Spin-pálya csatolás (nagyenergiájú p-p szóráss közel isotróp)
7. Sebességfüggetl vagy lassító törvénst (nagyenergiájú p-p szóráss energiafüggetlen)

Potenciál hatása különböző állapotokban:

	1S_0	3S_1	1P_1	3P_0	3P_1	3P_2	1D_2	3D_1	3D_2	3D_3
V_c	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
$V_s(\sigma_1 \sigma_2)$	-3	+1	-3	+1	+1	+1	-3	+1	+1	+1
$V_{ls}(\mathbf{L} \mathbf{S})$	0	0	0	-2	-1	+1	0	-3	-1	+2
$V_T S_{12}$	0	3D_1	0	0	0	3F_2	0	3G_1	0	3G_3

3.8. Két nukleon potenciál általános alakja szimmetria elvekből

Szimmetria tulajdonságok

- Eltolás invariancia: csak $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, $\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2$, és σ_1, σ_2 -től függhet.
- Központ invariancia: köztől explicit módon nem függ
- Forgás invariancia: skalár kell hogy legyen
- Térfükkötés invariancia: paritás megmarad
- Közfűkkötés invariancia: időparitás megmarad
- Két rész felcserélésével szembeni invariancia
- Isotóp spin $\mathbf{s}$ tengelye körül forgás invariancia: töltésmegmaradás

Nézzük meg ezek után az egyes vektorok viselkedését az egyes operációk esetén.

3.8.1. Vektorok viselkedése szimmetrikus operációk esetén

	Térfükkötés	Közfűkkötés
$\mathbf{r}$	V	+
$\mathbf{p}$	V	-
σ	AV	-
$\sigma_1 \times \sigma_2$	AV	+
$\sigma \times \mathbf{r}$	V	-
$\sigma \times \mathbf{p}$	V	+
$\mathbf{r} \times \mathbf{p}$	AV	-

V: vektor, AV: axiálevktor.

V és AV vektorális szorzata mindig V

V és V vektorális szorzata mindig AV

AV és AV vektorális szorzata mindig AV

3.8.2. A legáltalánosabb potenciál szimmetriaelvek alapján

$V = V(r^2, p^2, L^2)$ függő, ezek külön nem szerepelnek.

$$\left. \begin{aligned} (\mathbf{r} \times \mathbf{p})(\mathbf{r} \times \mathbf{p}) &= \mathbf{L}^2 \\ (\mathbf{rp})(\mathbf{rp}) &= r^2 p^2 - \mathbf{L}^2 \\ rr &= r^2, \quad pp = p^2 \end{aligned} \right\} \text{ tehát ezek a kombinációk} \\ \text{sem szerepelnek}$$

$$(\sigma a)(\sigma b) = (ab) + i\sigma(a \times b)$$

σ_1, σ_2 mindegyik csak egyszer fordulhat elő.

Invariáns szorzatok szimmetrikus operációk esetén:

	Közfűkkötés	2 rész cseréje
1 (skalár)	+	+
$(\mathbf{rp})$	-	+
$(\sigma_1 \sigma_2)$	+	+
$(\sigma_1 + \sigma_2)(\mathbf{r} \times \mathbf{p})$	+	+
$(\sigma_1 - \sigma_2)(\mathbf{r} \times \mathbf{p})$	+	-
$(\sigma_1 \mathbf{p})(\sigma_2 \mathbf{p})$	+	+
$(\sigma_1 \mathbf{r})(\sigma_2 \mathbf{r})$	+	+
$(\sigma_1 \mathbf{r})(\sigma_2 \mathbf{p}) + (\sigma_1 \mathbf{p})(\sigma_2 \mathbf{r})$	-	+

$(\sigma_1 r)(\sigma_2 p) - (\sigma_1 p)(\sigma_2 r)$	-	-
$\{(\sigma_1(r \times p))(\sigma_2(r \times p))\}$	+	+
$(\sigma_1 \sigma_2)(rp)$	-	+
$\{(\sigma_1 + \sigma_2)(r \times p)\}(rp)$	-	-
$\{(\sigma_1 - \sigma_2)(r \times p)\}(rp)$	-	+
$(\sigma_1 p)(\sigma_2 p)(rp)$	-	+
$\{(\sigma_1 r)(\sigma_2 p) + (\sigma_1 p)(\sigma_2 r)\}(rp)$	+	+
$\{(\sigma_1 r)(\sigma_2 p) - (\sigma_1 p)(\sigma_2 r)\}(rp)$	+	-
$\{(\sigma_1(r \times p))(\sigma_2(r \times p))\}(rp)$	-	+

Mivel csupa skálármennyiségről van szó, a térfélkötést nem kell külön vizsgálni. Ezek alapján a legáltalánosabb potenciál:

$$V = V_1 + V_2(\sigma_1 \sigma_2) + V_3(\sigma_1 r)(\sigma_2 r) + V_4(\sigma_1 + \sigma_2)(r \times p) + \\ + V_5(\sigma_1(r \times p))(\sigma_2(r \times p)) + V_6(\sigma_1 p)(\sigma_2 p) + V_7\{(\sigma_1 r)(\sigma_2 p) + (\sigma_1 p)(\sigma_2 r)\}(rp)$$

Itt minden V_i -re igaz, hogy:

$$V_i = U_i + W_i(\tau_1 \tau_2)$$

Ha felteszük, hogy a potenciál p-től csak az $r \times p = L$ kombinációban függ, és bevezetjük a tenzorentőt,

$$\hat{S}_{12} = \frac{3(\sigma_1 r)(\sigma_2 r)}{r^2} - (\sigma_1 \sigma_2),$$

valamint a $\sigma_1 + \sigma_2 = 2\hat{S}$ vektort, akkor

$$\hat{V} = V_c + V_S(\sigma_1 \sigma_2) + V_T \hat{S}_{12} + V_{LS}(LS) + V_Q(LS)^2$$

adódik. Ez a legáltalánosabb potenciál, amit a szimmetriaelvek megengednek, és ez jön ki a kísérletekből is. A potenciál hatása singulett és triplet állapotra:

$$\begin{aligned} \hat{V} \Psi_{\chi_S} &= (V_c - 3V_S) \Psi_{\chi_S} \\ \hat{V} \Psi_{\chi_T} &= \\ &= \left(V_c + 3V_S + \frac{1}{2}(J(J+1) - L(L+1) - 2)V_{LS} + \frac{1}{4}(J(J+1) - L(L+1) - 2)^2 V_Q \right) \Psi_{\chi_T} + \\ &\quad + V_T \hat{S}_{12} \Psi_{\chi_T} \end{aligned}$$

4. fejezet

Alapállapotú atommagok

4.1. Magmodellek

4.1.1. Modellalkotás a magfizikában, maganyag fogalma

Az atommagok több szabadsági foktól függenek, ilyen hullámfüggvények Schrödinger egyenletét nem tudjuk megoldani. Valami módon néhány szabadsági foktól függő egyenletek megoldására kell a problémát visszavezetni.

Az alap egyenlet a Schrödinger egyenlet, azaz láthatóan független esetben $H\Phi = E\Phi$. A Hamilton operátor, feltételezve hogy a magonk kéttest erőik,

$$H = \sum_i \mathbf{t}_i + \frac{1}{2} \sum_i \sum_{j \neq i} v_{ij}, \quad \mathbf{t}_i = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta_i$$

alakban írható, ahol v_{ij} a két nukleon közötti kölcsönhatás operátora, $\mathbf{t}_i$ pedig a kinetikus energiáé. A v operátor függhet a spin operátortól, az impulzustól, stb. A Schrödinger egyenlet közelítő megoldására a módszer a perturbációszámítás. Kínáljuk egy H_0 perturbálatlan operátorból, és annak Φ sajátfüggvényéből. A teljes Hamilton operátor

$$H = H_0 + H_1, \quad H_0 \Phi = E \Phi,$$

alakban írható. Φ egy tetszőleges hullámfüggvény, amiről azt tételezzük fel, jó közelítésben leírja az atommagot. H_0 az ennek megfelelő Hamilton operátor.

A modellalkotásnál az alapkérdés az, mi az a néhány szabadsági fok, ami jellemző az atommagra. Egyik lehetőség az, hogy a magot az alakjával jellemezzük, és a hullámfüggvény az alakparaméterektől függ. Ezt a modellt nevezzük kollektív típusú modellnek, mert a mag egészét leíró kollektív mozgást jellemző paraméterektől függ. Ha a mag sugara

$$R = R_0 \left[1 + \sum_{\lambda \geq 2} \sum_{\mu = -\lambda}^{\lambda} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu} \right],$$

akkor a hullámfüggvény az $\alpha_{\lambda\mu}$ paraméterek függvénye.

A modellek másik legegyszerűbb típusa az, amikor a hullámfüggvényt egyrészeske hullámfüggvények antiszimmetrizált sorozataként írjuk fel. Ilyenkor a Hamilton operátorban H_0 -t egyrészeske operátorok összegeként választjuk

$$H_0 = \sum_i (\mathbf{t}_i + V_i).$$

A teljes hullámfüggvény

$$\Phi = A \prod_{i=1}^A \psi_i,$$

ahol a ψ_k -k az egyrészecske Schrödinger egyenletek megoldásai. Ezeket a modelleket nevezzük független részecske modelleknek, és az egyes modellek abban különböznek egymástól, hogyan választjuk meg az egyrészecske V_i potenciált. Teljesen világos, hogy a kétféle modell típus teljesen különböző magról alkotott elképzelések felel meg. A kollektív modellnek az az alapfeltevése, hogy az atommag alkotásánál a magon belül elvesztik individualitásukat, beolvadnak a mag egészébe. Ilyen rendszer a folyadék, a folyadékban nem beszélhetünk egyedi nukleonokról, csak a folyadék egészéről. Ezért az első ilyen modellt cseppmodellnek nevezték el. A független részecske modell alapfeltevése az, hogy a nukleonok egymástól közel függetlenül mozognak egy átlagos potenciálviszonyban, miközben megőrzik individualitásukat és kvantumszámukat.

4.1.2. Maganyag

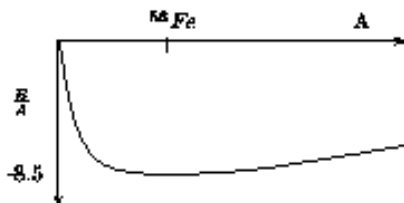
A modellalkotásnál segítséget nyújt egy fiktív rendszer, a maganyag fogalma. Ha a protonok között nem hatna elektromos taszítás, a magnak a legkedvezőbb állapota egy végtelen nagy, azonos neutron és protonszámból álló rendszer lenne. Ezt a fiktív rendszert nevezzük maganyagnak. Az első különhatás szempontjából célszerű a maganyagot bevezetni, mert a magerők hatását ebben a rendszerben lehet legjobban vizsgálni.

4.1.3. Magmodell típusok

- 1.) Cseppmodell
 - 1.a) Kollektív modell (visszatérés a cseppmodellhez)
- 2.) Független részecske modellek
 - 2.a) Ezek egy típusa: megengedünk kisláz deformációnak.
 - 2.b) Szelfkonzisztens független rész modellek (Hartree Fock)
- 3.) Egyesített magmodell

4.2. Telítettség és cseppmodell

A cseppmodell az atommag kísérleti tulajdonságaihoz közel jól tudja magyarázni a kötési energiát és a telítettséget. Ha megnézzük az egy nukleonra eső kötési energiát a tömegszám függvényében



azt látjuk, hogy átlagosan az egy nukleonra eső kötési energia azonos, kb. 8 MeV. Az egy részecskére eső kötési energiát az ún. félempírkus energia formulával lehet jól leírni.

$$B = -c_1 A + c_2 A^{\frac{2}{3}} + c_3 \left(\frac{N-Z}{A} \right)^2 A - c_4 \left(\frac{N-Z}{A} \right)^2 A^{\frac{2}{3}} + c_5 \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} + c_6 \frac{\delta}{A^{\frac{1}{2}+1}},$$

ahol

$$\delta = \begin{cases} -1 & \text{pár} & \text{pár} & \text{magra} \\ 0 & \text{pár} & \text{pár} & \text{magra} \\ +1 & \text{pár} & \text{pár} & \text{magra} \end{cases}$$

Az egyíthatók értékei :

$$\begin{aligned} c_1 &\sim 15 - 16 \text{ MeV}, & c_3 &\sim 32 \text{ MeV}, & c_5 &= 0.71 \text{ MeV}, \\ c_2 &\sim 18 - 20 \text{ MeV}, & c_4 &\sim 45 \text{ MeV}, & c_6 &= 16 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

Mivel az atommagok közel gömbalakúak, és a mag sugara illetve sűrűsége első közelítésben

$$R = r_0 A^{\frac{1}{3}}, \quad r_0 \sim 1.2 \text{ fm}, \quad \rho_0 = \frac{A}{V} \sim 0.16 \text{ fm}^{-3}$$

a félempírkus kötési energia formula első tagja a térfogattal arányos vonzó kifejezés, a második tag a felülettel arányosan csökkentő est. a vonzást. A harmadik és negyedik tag az ún. térfogati és felületi szimmetria tag, az ötödik tag a Coulomb energia és végül az utolsó tag a párenergia.

A cseppmodell alapján az első két tag világos, a második tag adja meg a felületi energiát, amelyik a folyadékoknál található felületi feszültségnek felel meg. A szimmetria energiák oka a Pauli elv. A legalacsonyabb energia állapotban a Pauli elv szerint csak egy részecske helyezkedhet el, de ha a neutronok és a protonok különböző részek, két részecske van a legmélyebb állapotban. A szimmetria tagok az $N=Z$ esetet favorizálják.

A párenergia fellépését kísérleti megfigyelések indokolják. A periódusos rendszerben kb. 250 olyan atommag van, amiben a neutron és protonszám páros, kb. 130-130 olyan, amiben csak egyik páros és végül összesen csak 4 olyan atommag van, amelyekben mindkét részecskeszám páratlan. Valahogy így néz ki, hogy a páros neutron ill. protonszámú magok erősebben vannak kötve. Ennek a tagnak a fellépését a mag szerkesztési vizsgálatoknál meg kell érteni.

A félempírkus kötési formulában jól látható a telítettség jelensége. A Coulomb energia a protonszám négyzetével arányos, míg a vonzó nukleáris energia csak a részecskeszámmal.

A maganyag energiáját megkapjuk, ha elhagyjuk a Coulomb energiát. Ilyenkor $N=Z$, és a rendszer végtelen lesz, azaz csak az első tag marad meg. Az energia -16 MeV részecskénként, azaz egyenként tömegsűrűsége független. Ezt a jelenséget nevezik energia telítettségnek.

Az energia telítettsége egyúttal a sűrűség telítettséget is jelenti. Ez a folyadékoknál ismert jelenség: a tenger víze és egy pohár víz első közelítésben egyformán sűrű. A folyadékcsepp modell alapján tehát érthető a telítettség. A független részecske modellek alapján azonban látszólag nem lehet megérteni, hogy a két nukleon kötésekéből származó energia miért nem a tömegsűrűsége négyzetével arányos. Ez a körülmény okozta a cseppmodell kezdeti sikertét, és ezeket a sikereket csak megértette a hasadástól 1938-ban Bohr által adott magyarázat.

4.3. Független részecske modellek

A cseppmodellre a döntő csapást a mágikus számok léte mérte. Vannak olyan neutron illetve protonszámú magok, amelyek különlegesen stabilak, az utolsó nukleonok erősen kötődtek bennük, sok stabil izotóp van adott neutron ill. protonszám mellett, és a kötési energiák kiemelkedően magasak. Ezek a számok: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126.

Hasonló jelenséget ismerünk az atomfizikából: ilyen különleges tulajdonságokkal rendelkeznek a nemagszók. Az elektronok az atommag Coulomb terében első közelítésben egymástól mintegy függetlenül mozognak. Minden egyes elektront adott kvantumszámok jellemznek. Az energiák degeneráltak: különböző kvantumszámokhoz tartozó állapotoknak azonos energiája van. Ha egy adott energiaértékhez tartozó valamennyi elektronállapot be van töltve, különlegesen stabil atom keletkezik, amelyik nehezen vesz részt kémiai kötésben, nehezen vesz fel vagy ad le elektront.

Az atomban azonban érthető ezeknek az állapotoknak a jelenléte: a mag elektron kölcsönhatás mellett az elektronok közötti kölcsönhatás, amíg nem túl sok elektron van, elhanyagolható.

A magon belül nincs egy centrális erő, ami a különleges nukleonszámok fellépését előidézhethetné. A magonők erősek, nem érthető, hogy ezek mi mellett hanyagolhatók el első közelítésben.

A mágikus számok léte azonban mégis azt bizonyította, hogy a magokon belül a független részecske modell kép a jó közelítés. A továbbiakban minden használandó modell ezen alapodik, és ezekkel kell az atommagok megfigyelt tulajdonságait megmagyarázni.

4.3.1. Fermi gáz modell

A független részecske modellben, mint láttuk, a hullámfüggvény egyrészecske hullámfüggvények antiszimmetrikált sorozata. A legegyszerűbb közelítés az, amikor perurbátlan hullámfüggvényeknek

a kinetikus energia operátor sajátfüggvényei, azaz síkhullámok, tekintünk. Ezt a modellt nevezzük Fermi gáz modellnek.

$$H\Psi = E\Psi, \quad H_0\Psi = E_0\Psi, \quad H_0 = \sum \epsilon_i, \quad \Psi = A \prod_{i=1}^A \psi_i$$

A teljes energia

$$E = \frac{(\Psi, H\Psi)}{(\Psi, \Psi)} = E_0 + \frac{(\Psi, H_1\Psi)}{(\Psi, \Psi)},$$

ami Born közelítésében

$$E_N = E_0 + \frac{(\Psi, H_1\Psi)}{(\Psi, \Psi)} = (\Psi, H\Psi).$$

Ha a perturbálatlan hullámfüggvényt behelyettesítjük a Schrödinger egyenletbe, és balról skalárisan szorozzuk az $A-1$ részecske hullámfüggvényével, kihagyva belőle az 1-ik állapotot.

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta_i \psi_i = \epsilon_i \psi_i$$

egyenlet adódik. Ennek megoldása síkhullámfüggvény.

Figyelembe véve, hogy a részecskéket spin és isospin érték is jellemzi, az egyrészecske állapotot jellemző hullámfüggvény

$$\psi_i = \varphi_i(\mathbf{r}) \chi_i \tau_i, \quad \varphi_i = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} e^{i\mathbf{p}_i \cdot \mathbf{r}}.$$

A kinetikus energia most éppen a perturbálatlan energiával egyezik meg:

$$E_0 = T = \frac{1}{\Omega} \sum \frac{\hbar^2}{2m} k_i^2 = \sum_i (\psi_i, \epsilon \psi_i)$$

Az energia kiszámításához térjünk át összegezés helyett integrálásra. A statisztikus fizika értelmében a lehetséges állapotok száma:

$$N = \sum_{i=1}^N 1 = \int \int_0^{p_N} dn(p)$$

$$dn = g \frac{d\Omega}{(2\pi\hbar)^3} \cdot 4\pi p^2 dp$$

ahol p_N a maximális p érték, ameddig az állapotok be vannak töltve. Ezt Fermi szintnek szokás nevezni. g az egy energia állapotban található részek száma (spin isospin faktor). Az állapotok szám a félsztéringot osztva az elemi Planck féle cella méretével. Bevezetve a $p = \hbar k$ jelölést:

$$N = \frac{\Omega \hbar^3}{6\pi^2} g, \quad k_N = \left(\frac{6\pi^2}{g} \right)^{\frac{1}{3}} \rho^{\frac{1}{3}}$$

Az integrálást elvégezve megkapjuk a részecskeszám és a Fermi impulzus közötti összefüggést. Két spin és két nukleon típus esetén $g = 4$, két spin esetén $g = 2$, így

$$k_n = (3\pi^2)^{\frac{1}{3}} \rho_n^{\frac{1}{3}}, \quad \rho = \rho_n + \rho_p, \quad k_p = \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{\frac{1}{3}} \rho^{\frac{1}{3}}$$

A kinetikus energia:

$$T = \sum \frac{\hbar^2}{2m} k^2 = \Omega \frac{\hbar^2}{2m} \frac{3}{5} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \rho^{\frac{5}{3}} = \frac{3\hbar^2}{10m} A \left(1 + \frac{5}{9} \pi^2 \right) \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \rho^{\frac{5}{3}},$$

$$\pi = \frac{N - Z}{A}.$$

A potenciális energia meghatározása egy kicsit nehezebb feladat, mert itt antiszimmetrikus két részecske hullámfüggvényeket kell figyelembe venni. Könnyű ugyanis belátni, hogy az egy részecske hullámfüggvények ortogonalitása miatt csak ezek adnak járulékot. A két részecske hullámfüggvényt tehát lehet választani térbeli, spin és isospin hullámfüggvények szorzatára (három részecske esetén ez már nem igaz).

$$\Psi_{ij} = \varphi_{ij} \chi_{ij} \pi_{ij}.$$

A teljes hullámfüggvény antiszimmetrikus kell hogy legyen. Figyelembe véve, hogy a triplet spin ill. isospin hullámfüggvények szimmetrikusak, a szinguletek antiszimmetrikusak

Isospin	Spin	Valószínűség	Térbeli rész
T=1	S=1	9/16	antiszim.
T=1	S=0	3/16	szim.
T=0	S=1	3/16	szim.
T=0	S=0	1/16	antiszim.

azaz a térbeli rész 3/8 valószínűséggel szimmetrikus, 5/8 -al antiszimmetrikus.

A szimmetrikus ill antiszimmetrikus térbeli két részecske hullámfüggvény síkhullámok esetén

$$\phi_{ij}(r_1, r_2) = \phi_{ij}(r_{12}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi_i(r_1)\varphi_j(r_2) \pm \varphi_i(r_2)\varphi_j(r_1)) = \frac{1}{\sqrt{2\Omega}}(e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{r}}(e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{r}} \pm e^{-i\mathbf{K}\cdot\mathbf{r}}))$$

ahol

$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{2}, \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2,$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2, \quad \mathbf{k} = \frac{\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2}{2}.$$

A potenciális energia mátrixeleme

$$V_{ij} = \langle \phi_{ij}(\mathbf{k}\mathbf{r}) | v(\mathbf{r}) | \phi_{ij}(\mathbf{k}\mathbf{r}) \rangle,$$

ami szimmetrikus és antiszimmetrikus részre bontva, R-re és a szög szerint integrálva

$$V_{ij} = \frac{3}{8\Omega} \int d^3r v(\mathbf{r})(1 + \cos 2\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}) + \frac{5}{8\Omega} \int d^3r v(\mathbf{r})(1 - \cos 2\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}) = \frac{4\pi}{\Omega} \int v(\mathbf{r}) r^2 dr \left[1 - \frac{1}{4} \frac{\sin 2kr}{2kr} \right].$$

Helyettesítsük $v(\mathbf{r})$ helyébe Yukawa potenciált, és integráljunk r-re

$$V_{ij} = -\frac{4\pi\gamma_0}{\Omega} \left[\frac{1}{\mu^2} - \frac{1}{4} \frac{1}{k^2 + \mu^2} \right].$$

Látható, hogy a kiértékelő tag sebességfüggő.

Az itt szereplő mátrixelem két részecske hullámfüggvénye között van kiértékelve. Ha a teljes hullámfüggvényrel számolunk

$$E_{p\pi\pi} = \langle \Phi | V | \Phi \rangle = \frac{1}{2} \sum_{i,j} \langle \phi_{ij} | V | \phi_{ij} \rangle = \frac{1}{2} \sum_{i,j} \langle \varphi_{ij} | V | \varphi_{ij} \rangle$$

azaz éppen a V_{ij} kifejezés impulzusra való kettős összegezése lesz. A kettős összegezést csak k-tól függő kifejezés esetén átalakíthatjuk k szerinti összegezéssé.

$$\sum_i \sum_j = \left[\frac{4 \cdot 4\pi\Omega^2}{(2\pi)^3} \right] \int_0^{k_F} k_i^2 dk_i \int_0^{k_F} k_j^2 dk_j = \frac{16\Omega^2}{3\pi^4} \int_0^{k_F} k^2 dk \left[2k_F^3 - 3k_F^2 k + k^3 \right].$$

$\frac{\mu}{2k_F} \ll 1$ esetén sorbafejtve és integrálva a potenciális energia

$$E_{p\pi\pi} = -\frac{2\pi\gamma_0}{\mu^2} A\rho \left(1 - \frac{9}{16} \frac{\mu^2}{k_F^2} \right) = -A\beta\rho + A\gamma\rho^{\frac{1}{2}}.$$

Az egy részecskén jutó teljes energia nagysága

$$W = \frac{E}{A} = \alpha \rho^{\frac{2}{3}} - \beta \rho + \gamma \rho^{\frac{1}{3}}.$$

Es a kifejezés nem telített a sűrűségben, legmélyebb energia állapota

$$\rho = \infty.$$

Látható, hogy nem a magerők rövid hatótávolsága okozza a telítettséget: itt rövid hatótávolságú erőkkel számoltunk, és az energia mégsem telített.

Hogyan lehet telítettséget elérni?

Legegyszerűbb eset, ha $v = -v_0 + v_1 k^2$ sebességfüggő magerőt használunk, mint már az előzőekben is. Ekkor a v_1 -es tag előjele ellenkező, mint v_0 -é, és $\rho^{\frac{2}{3}}$ -nál magasabb ρ függvény szerepel benne, azaz

$$W = \frac{E}{A} = \alpha \rho^{\frac{2}{3}} - \beta \rho + \gamma \rho^{\frac{1}{3}} + \delta \rho^{\frac{4}{3}},$$

ami már telített ρ -ban.

4.3.2. Harmonikus oszcillátor modell

A Fermi gáz modell nyilvánvalóan végtelen maganyagra igaz, hiszen a sűrűsülműkből képzett sűrűség

$$\rho = \text{const}$$

azaz mindenütt egyformán valószínű. Véges magokra olyan egyrészecske potenciált kell választanunk, amelyiknél a kapott sűrűség a mag sűrűségével közel megegyezik. Első közelítésben tekintsünk egy harmonikus oszcillátor potenciált.

$$V(r) = -V_0 + \frac{1}{2}m\omega^2 r^2 = V_0 \left(\frac{r^2}{R^2} - 1 \right).$$

Az egy-részecske Schrödinger egyenletek ilyenkor

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \varphi_n(r) + V_0 \left(\frac{r^2}{R^2} - 1 \right) \varphi_n(r) = E_n \varphi_n(r).$$

Kvantummechanikából ismert, hogy ezeket a parciális differenciálegyenleteket szétválasztással megoldhatjuk. Ha a hullámfüggvényt

$$\varphi_n(r) = \varphi_{n_1}(x) \varphi_{n_2}(y) \varphi_{n_3}(z)$$

alakban keressük, megkapjuk az egydimenziós harmonikus oszcillátor egyenleteket.

$$\frac{d^2 \varphi_{n_i}}{dx_i^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(e_{n_i} - \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 \right) \varphi_{n_i} = 0.$$

Ezeknek a megoldásai Hermite polinomok, és az energia értékek

$$e_{n_i} = \hbar \omega \left(n_i + \frac{1}{2} \right).$$

A teljes energia a három részenenergia és a konstans potenciális energia összege

$$E_n = -V_0 + e_{n_1} + e_{n_2} + e_{n_3} = -V_0 + \hbar \omega \left(n + \frac{3}{2} \right),$$

ahol $n = n_1 + n_2 + n_3$.

Látható, hogy egy adott E energiához több állapot tartozik, azaz az állapotok degeneráltak. A degeneráltság foka

$$N = 2 \sum_{k=0}^n (n+1-k) = 2 \sum_{k=0}^n (k+1) = (n+1)(n+2),$$

ahol a 2 sorozó a kétféle spinállapot miatt lép fel.

Nézzük meg, milyen méltós számokat ad a harmonikus oszcillátor modell

n	0	1	2	3	4	5	6
N	2	6	12	20	30	42	56
L	0	1	0 2	1 3	0 2 4	1 3 5	0 2 4 6
N	2	6	2 10	6 14	2 10 18	6 14 22	2 10 18 26
ΣN	2	8	20	40	70	112	168

Írjuk fel a harmonikus oszcillátor egyenletét polárkoordinátákban, kvantumszámok n, l, m . Adott n esetén l 0 és n között változhat, de paritás megmaradás miatt vagy páros, vagy páratlan. 2 spin miatt adott l -hez $2(2l+1)$ állapot tartozik. Harmonikus oszcillátor potenciál nem írhatja jól le a magot, ugyanis $V \rightarrow \infty$ ha $r \rightarrow \infty$, a valódi V ezzel szemben 0-hoz tart. A hasonlóan potenciál alakjára információt nyerhetünk a sűrűség-eloszlásból. Végtelen maganyagban

$$\rho(r) \sim k_F^3(r)$$

Leggyengébb esetben

$$E_F = T_F + V = \frac{\hbar^2}{2m} k_F^2(r) + V$$

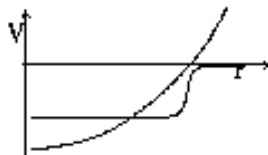
Tehát a potenciál alakja

$$V \sim E_F - c\rho^{\frac{2}{3}}.$$

Eznek a módosított változatát hívják Saxon-Woods potenciálnak.

$$V \sim \frac{V_0}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$$

A Saxon Woods és harmonikus oszcillátor potenciál összehasonlításából látható, hogy az első a szélen mélyebb, a középen kevésbé mély. Hogy változtatja ez mágikus számokat?



Az ábrából látható, hogy mélyül a nagy l -ű állapotok energiáját.

1949-ben Mayer-Jensen : spin-pálya csatlakozás van egyrészecske potenciálban. (Relativisztikus tárgyalásban nemrelativisztikus közelítést véve ez magától kijön)

$$V = -V_c + 2V_{LS}LS = -V_c + V_{LS}(\hat{J}^2 - \hat{L}^2 - \hat{S}^2),$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\varphi_n - V\varphi_n + V_{LS}(\hat{J}^2 - \hat{L}^2 - \hat{S}^2)\varphi_n = E_n\varphi_n.$$

$$E_{n,j} = E_n - V_{LS}\left(j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4}\right).$$

$$\begin{aligned} j_+ &= l + \frac{1}{2} \\ j_- &= l - \frac{1}{2} \end{aligned} \quad 2(2l+1) = (2j_+ + 1) + (2j_- + 1).$$

Ezek után a mágikus számok:

n	l	j	N	$\sum N$
0	0	1/2	2	2
		3/2	4	
1	1	1/2	2	8
		5/2	6	
2	2	3/2	4	20
		7/2	8	
	0	1/2	2	28
		5/2	6	
3	1	3/2	4	50
		7/2	8	
	1	3/2	4	50
		7/2	8	
4	2	5/2	6	82
		9/2	10	
	0	1/2	2	82
		5/2	6	
5	3	7/2	8	126
		11/2	12	
	1	3/2	4	126
		7/2	8	
6	1	3/2	4	126
		7/2	8	
	1	3/2	4	126
		7/2	8	

4.3.3. Hartree Fock közelítés

Kérdés, milyen a legjobb egyrészecske potenciál. Eddig sűrűség analógia alapján választottuk. A válasz variációsánálással kapható meg. Egy tetszőleges hullámfüggvényt sorbafejtve a H saját-függvényei szerint.

$$\Phi = \sum c_k \psi_k,$$

ahol

$$H\psi_k = E_k \psi_k.$$

Az E_k energiák közül E_0 a legmélyebb, így

$$\langle \Phi | H | \Phi \rangle = \sum c_k c_{k'} E_k \langle \psi_k | \psi_{k'} \rangle = \sum |c_k|^2 E_k \geq E_0,$$

azaz tetszőleges hullámfüggvénnyel képezve H sajátértékét, az mindig nagyobb a valódi energinál. Feltételes variációsánálással ortogonális függvényeket használva

$$W = \langle \Phi | H | \Phi \rangle = \sum_i \langle \varphi_i | h | \varphi_i \rangle + \frac{1}{2} \sum_{i,j} \langle \varphi_i \varphi_j | \hat{v} | \varphi_i \varphi_j \rangle,$$

$$\delta(W - \sum_i \epsilon_i \langle \varphi_i | \varphi_i \rangle) = 0.$$

ahol $\sum_{i,j} \langle \varphi_i \varphi_j | \hat{v} | \varphi_i \varphi_j \rangle$ antiszimmetrizált mátrixelemet jelent.

Innen megkapjuk a hullámfüggvényekre vonatkozó egy-részecske egyenletrendszer:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \varphi_i(r_1) + \sum_j \langle \varphi_j(r_2) | v | \varphi_j(r_2) \varphi_i(r_1) \rangle - \sum_j \langle \varphi_j(r_2) | v | \varphi_i(r_2) \varphi_j(r_1) \rangle = \epsilon_i \varphi_i(r).$$

Bevezetve a

$$\int \rho(\mathbf{r}_1) \psi(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}_1 \psi_i(\mathbf{r}_1) = \sum_j \int \varphi_j(\mathbf{r}_1) \psi(\mathbf{r}) \varphi_i(\mathbf{r}_1) d^3\mathbf{r}_1 \psi_j(\mathbf{r}) = \int V(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \varphi_i(\mathbf{r}') d^3\mathbf{r}'$$

jelelést,

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \varphi_i(\mathbf{r}) + \int V(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \varphi_i(\mathbf{r}') d^3\mathbf{r}' = e_i \varphi_i(\mathbf{r})$$

lész az egyenlet.

A megoldandó egyenletekben celszerű a nem lokális potenciálok helyett ekvivalens lokális potenciált használni.

$$U_i(\mathbf{r}) = \frac{1}{\varphi_i(\mathbf{r})} \int V(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \varphi_i(\mathbf{r}') d^3\mathbf{r}', \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \varphi_i(\mathbf{r}) + U_i(\mathbf{r}) \varphi_i(\mathbf{r}) = e_i \varphi_i(\mathbf{r}).$$

A megoldás önkonzisztens módonnal kapható meg:

$$W = \sum (\varphi_i | \hat{H} | \varphi_i) + \frac{1}{2} \sum (\varphi_i \varphi_j | \hat{H} | \varphi_i \varphi_j) \neq \sum e_i$$

A teljes energia nem az egyrészecske energiák összege, míg a hármodellben az volt.

4.3.4. Független részecske modellek

A független részecske modell lényege: a nukleonok egymástól közel függetlenül mozognak egy átlagos, sokmennyiségű nukleon által kialakított potenciálfüggvényben.

Ilyen potenciálfüggvényt csak Hartree-Fock közelítésben kapunk. A többi független részecske modell egy kísérlet, a nagy nukleonjából független potenciálfüggvényt használ. A teljes hullámfüggvény csak közelítésben egyrészecske hullámfüggvények antiszimmetrikus szorzata.

Foglaljuk össze a független részecske modelleket:

$$H = H_0 + H_1 = \sum \hat{\epsilon}_i + \frac{1}{2} \sum \pi_{ij}$$

$$H_0 \Phi = E_0 \Phi, \quad H \Psi = E \Psi, \quad \Phi = A \prod_{i=1}^A \varphi_i.$$

$$E = E_0 + \frac{(\Phi, H_1 \Psi)}{(\Phi, \Psi)}.$$

Born közelítés : $E = E_0 + (\Phi, H_1 \Phi) = (\Phi, H \Phi).$

A független rész modellek abban különböznek, hogyan választjuk H_0 -t:

1. Végtelen rendszer: Fermi gáz modell

$$H_0 = \sum \hat{\epsilon}_i \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \varphi_i = e_i \varphi_i$$

$$\varphi_i = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} e^{i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}_i} \chi_i \pi_i$$

2. Harmonikus potenciál, hármodell, stb.

$$H_0 = \sum (\hat{\epsilon}_i + V_i), \quad H_1 = \frac{1}{2} \sum \pi_{ij} - \sum V_i,$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \varphi_i + V_i \varphi_i = e_i \varphi_i, \quad \text{lokálisított}$$

$$\begin{aligned} V_i &= V_{\text{m0}}, & V_i &= V_{\text{Szazm-Wood}}, & V_i &= V_{\text{SW}} + V_{\text{LS}}, \\ E &= E(n), & E &= E(n, l), & E &= E(n, j). \end{aligned}$$

3. A potenciál önkonszisztens van meghatározva : Hartree-Fock számolás

$$\begin{aligned}
 V_i \varphi_i &= \sum_j (\varphi_j | \partial_{12} | \varphi_j \varphi_i) = \int V(r, r') \varphi_i(r') d^3 r' \\
 -\frac{\hbar^2}{2m} \varphi_i(r) + U(r) \varphi_i(r) &= e_i \varphi_i(r), \\
 U_i(r) &= \frac{1}{\varphi_i(r)} \int V(r, r') \varphi_i(r') d^3 r'.
 \end{aligned}$$

4.3.5. Az egyrészecske energia fogalma

A független részecske modellben mindig definiálhatunk egyrészecske energiát.

$$\begin{aligned}
 \hat{Q} &= \mathcal{A} \prod \varphi_i, & H_0 &= \sum (\hat{k}_i + \hat{V}_i) = \sum \hat{k}_i, \\
 \hat{h}_i \varphi_i &= e_i \varphi_i, & e_i &= \langle \varphi_i | \hat{h}_i | \varphi_i \rangle = \hat{k}_i + V_i, \\
 \hat{\tau}_i &= (\varphi_i, \hat{h}_i \varphi_i), & V_i &= \langle \varphi_i | \hat{V}_i | \varphi_i \rangle.
 \end{aligned}$$

Héjmodellnél az energia: $E_0 = \sum (\hat{k}_i + V_i) = \sum e_i$.

Külös potenciál van, az eredmény erősen közelítő.

Hartree-Fock számolás

$$e_i = \hat{k}_i + \langle \varphi_i | \hat{U}_i | \varphi_i \rangle = \hat{k}_i + U_i,$$

$$\begin{aligned}
 E &= \sum \hat{k}_i + \frac{1}{2} \sum \langle \varphi_i \varphi_j | \partial_{12} | \varphi_i \varphi_j \rangle = \\
 &= \sum \hat{k}_i + \frac{1}{2} \sum U_i = \frac{1}{2} \sum e_i + \frac{1}{2} \sum \hat{k}_i.
 \end{aligned}$$

U_i most lényegesen állapotfüggő, nem várt héjak esetén például deformált lesz.

Önkonszisztens potenciál esetén, amikor a nukleonok együttesen alakítják ki azt a potenciálváltozást, amiben mozognak, az energia nem az egyrészecske energiák összege. Ez a fizikai valóság.

4.3.6. Független részecske modell alkalmazhatóságának oka

A modell akkor alkalmazható, ha a részecskék megtartják kvantumszámukat.

Képzelfünk el egy rendszert, ahol a nukleonok kezdetben mind adott kvantumszámokkal rendelkeznek. Két nukleon fluktuáció után azonban ezek a kvantumszámok megváltoznak. Mivel a kölcsönhatás erős, sok fluktuáció következhet be, a kvantumszámok teljesen összekeverednek, és végül nincs már értelme beszélni róluk. Miért nem így van ez?

Az ok elsősorban a Pauli elv. A Pauli elv értelmében két nukleon kölcsönhatása során nem kerülhet olyan állapotba, amiben már van egy részecske. Tehát az fluktuáció során csak akkor változhat meg a kvantumszám, ha a k érték a Fermi szint fölé kerül.

A határozatlansági reláció értelmében Δr ideig fennállhat $\Delta E \sim \frac{\hbar}{\Delta r}$ energiabonytalanság, azaz két részecske bizonyos valószínűséggel a Fermi szint fölé kerülhet. Nézzük meg ennek a feltételét.

Tekintsünk két nukleont kezdeti sűrűségű állapotban, k_1, k_2 hullámszámmal. Hason kölcsh a két nukleon V mély derékszerű potenciállal. A relatív Schrödinger egyenlet

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2 u}{dr^2} + K^2 u &= 0 & r < b, \\
 \frac{d^2 u}{dr^2} + k^2 u &= 0 & r > b.
 \end{aligned}$$

A szórási során egy részecske k hullámszáma legfeljebb K értékkel változhat, ahol

$$K = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (V_0 + E)} \sim \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} V_0}.$$

A Fermi szint fölé kerülés feltétele az, hogy $K > k_F = \left(\frac{3\rho}{2} \right)^{\frac{1}{3}}$.

$$V_0 > \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{3\pi^2}{2} \rho \right)^{\frac{2}{3}}.$$

Maganyagban $k_F = 1.36 \text{ fm}^{-1}$, tehát a független részecske modell alkalmazhatóságának a feltétele

$$V_0 < 40 \text{ MeV}.$$

A Pauli elv miatt tehát a rendkívül nagy maganyag sűrűség a modell alkalmazhatóságának az oka. Haiba esnek a potenciálok, annyira nem, hogy egy átlagos nukleónnál a Fermi szint fölé kerüljenek a nukleonok.

4.4. Magmomentumok független részecske modell alapján

4.4.1. Spin

Zárt, békli magban minden állapot be van töltve, a mag gömbesimmetrikus, a teljes impulzusmomentum zérus. A mag spinje alatt a teljes impulzusmomentumát értjük.

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S} = \sum \mathbf{j}_i$$

Tapasztalati tény, hogy minden páros páros mag impulzusmomentuma zérus. Ez csak úgy lehet, ha két nukleon impulzusmomentuma azonnal összeradódik ellentétesen. Az állapot betöltődése mindig a legnagyobb m értékkel kezdődik.

$$\mathbf{j}_1 + \mathbf{j}_2 = 0, \quad (j_1)_x = j(j_2)_x = -j(j_2)_x = j - 1, \quad (j_2)_x = -j + 1 \dots$$

Páratlan mag impulzusmomentuma az utolsó nukleon impulzusmomentuma, ebből tudjuk meghatározni, hogy töltődnek be a nuklók egymás után. A felhasadás sorrendje a már ismertetett. Elmélet és tapasztalat teljes egyezése.

4.4.2. Elektromágneses kvadrupólmomentum

A mag viselkedését ρ töltéssűrűséggel és $\mathbf{j}$ áramsűrűséggel jellemezhetjük. Elektromágneses térben ha a tér skalár ill vektorpotenciálja Φ és $\mathbf{A}$, a potenciális energia:

$$U(\mathbf{R}) = \int \rho(\mathbf{r})\Phi(\mathbf{R} + \mathbf{r})d^3r + \frac{1}{c} \int \mathbf{j}(\mathbf{r})\mathbf{A}(\mathbf{r} + \mathbf{R})d^3r.$$

Mivel a mag mérete kicsi a mag és a megfigyelőpont távolságához képest, $\mathbf{r}$ sorozat sorbafejthető. A potenciál:

$$U = q\Phi(\mathbf{R}) - \hat{\mathbf{M}}\mathbf{H}(\mathbf{R}) - \frac{1}{6} \sum Q_{ij} \frac{\partial E_j}{\partial x_i},$$

$$Q_{ij} = \int \rho(\mathbf{r})(3x_i x_j - \delta_{ij} r^2) d^3r,$$

ahol q a töltés, $\hat{\mathbf{M}}$ a mag mágneses momentuma és $\hat{Q}_{ij}$ a mag elektromos kvadrupólmomentum operátora. Főtengelepre transzformálva

$$\hat{Q}_{ij} = \hat{Q}_z \delta_{ij}.$$

Kvadrupólmomentum alatt $\hat{Q}_z$ -nek a sajátértékét értjük, azaz

$$Q = \langle \Psi | \hat{Q}_z | \Psi \rangle = \int \rho(\mathbf{r})(3z^2 - r^2) d^3r$$

Ha egyetlen nukleon van a zárt, tövessz gömbesimmetrikus magon kívül, a kvadrupólmomentum ezen nukleon kvadrupólmomentuma lesz.

$$Q = \langle \varphi_{njj}(r) | 3x^2 - r^2 | \varphi_{njj}(r) \rangle.$$

Gömbfüggvények szorzás szabályai alapján $j_x = m$ -re

$$Q(m) = \sum 2im \frac{1}{2} m_x |jm\rangle^2 \langle r^2 \rangle = \frac{j(j+1) - 3m^2}{2j(j+1)} \langle r^2 \rangle.$$

Ha $m = j$

$$Q(\text{rárt}) = \sum_{m=-j}^j Q(m) = 0,$$

$$Q(1) = -Q(2j) = \frac{-2j-1}{2(j-1)} \langle r^2 \rangle.$$

Abszolút értékben a kvadrupólmomentum nő mindaddig, amíg $j(j+1) < 3m^2$, azaz $m \sim \frac{j}{\sqrt{3}}$.

Az elméleti számítások nagyon jól megadják a kísérleti értékek előjelét, de abszolút értékben teljesen rosszak, a tapasztalat szerint a magok sokkal deformáltabbak, mint ahogy a héjmodell mondja.

4.4.3. Magok mágneses momentuma

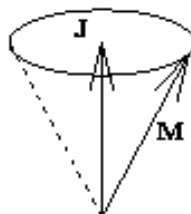
A mágneses momentum operátora:

$$\hat{M} = \mu_m \sum_{k=1}^A (g_k^i \mathbf{1}_k + g_k^s \mathbf{s}_k),$$

$$g_k^i = \begin{cases} 1 & \text{proton} \\ 0 & \text{neutron} \end{cases} \quad g_k^s = \begin{cases} 2.793 & \mu_m \\ -1.913 & \mu_m \end{cases},$$

ahol a g -k az ún. gromágneses faktork, és $\mu_m = \frac{e\hbar}{2m_p c}$.

A magok teljes impulzusmomentuma jó kvantumszám, M a teljes impulzusmomentum operátor iránya körüli precesszió:



A mag mágneses momentuma alatt $\hat{M}$ $\hat{J}$ -re vetített értékét értjük, azaz

$$\mu = \frac{1}{\mu_m} \langle \Psi_{JJ}, \hat{M}_x \Psi_{JJ} \rangle = \frac{1}{\mu_m} \frac{\langle J_x \rangle \langle \hat{M} \rangle}{\langle J^2 \rangle} = \frac{1}{\mu_m} \frac{1}{J+1} \langle \hat{M} \rangle.$$

Páros-páros magoknál az impulzusmomentum zérus, így a mágneses momentum is zérus kell hogy legyen. Páratlan magokra ha az utolsó nukleon neutron

$$\hat{M}_n = \mu_m g^n a, \quad \mu_n = \frac{g_n}{j+1} \langle a(a+1) \rangle = \frac{g_n}{2(j+1)} \left[j(j+1) - l(l+1) + \frac{3}{4} \right],$$

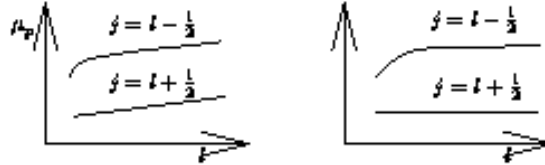
míg ha proton

$$\hat{M}_p = \mu_m (1 + g_p a), \quad \mu_p = \frac{1}{j+1} \langle (1 + g_p a)(j+1) \rangle,$$

$$\mu_p = \frac{1}{2(j+1)} \left[j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4} + g_p(j(j+1) - l(l+1) + \frac{3}{4}) \right].$$

A kísérleti adatok ettől kicsit eltérnek, de nem nagyon.

$$\begin{array}{lll} j = l + \frac{1}{2} & \text{Rightarrow} & \mu_n = \frac{1}{2}g_n \\ j = l - \frac{1}{2} & \text{Rightarrow} & \mu_n = -\frac{1}{2}g_n \frac{j}{j-1} \end{array} \quad \begin{array}{lll} \mu_p = j + \frac{1}{2}g_p \\ \mu_p = \left(j - \frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{1}{2}g_p \right) \frac{j}{j-1} \end{array}$$



A mágneses momentumok mérése azért fontos, mert számos gyakorlati alkalmazása van (mágneses rezonancia, Műhasbauer effektus), és a mérés révén sok mindent megtudunk az anyagról.

4.5. Egyesített magmodell

4.5.1. Atommagok energiája deformált potenciálvölgyben

Nagy kvadrupólmomentum nagyobb deformáltságot jelent. Felül kell vizsgálni független részecske modellt.

Kérdés, nukleonok energiája gömbsszimmetrikus vagy deformált potenciálvölgyben mélyebb-e?

Eddig természetesenek vettük választ. Meg kell nézni!

Tekintsük a nukleonok energiáját deformált potenciálvölgyben

$$V = -V_0 + \frac{1}{2}m(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2),$$

ahol

$$\omega_x \omega_y \omega_z = \omega^3, \quad \omega_x = \omega_y = \omega e^{\frac{\alpha}{2}}, \quad \omega_z = \omega e^{-\alpha}$$

Az egy részecske energiája

$$E_n = -V_0 + \hbar\omega_x(n_x + \frac{1}{2}) + \hbar\omega_y(n_y + \frac{1}{2}) + \hbar\omega_z(n_z + \frac{1}{2}),$$

míg a mag teljes energiája:

$$E = \sum E_i = V_0 A + \hbar\omega_0 \sum_i \left[e^{\frac{\alpha}{2}}(n_x + n_y + 1)_i + e^{-\alpha}(n_z + \frac{1}{2})_i \right]$$

Keressük a minimális energiát α függvényében

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial \alpha} &= \frac{\hbar\omega_0}{2} \sum_i \left[e^{\frac{\alpha}{2}}(n_x + n_y + 1)_i + e^{-\alpha}(n_z + \frac{1}{2})_i \right] = 0, \\ \Rightarrow e^{\frac{3}{2}\alpha} &= \frac{\sum_i (2n_x + 1)_i}{\sum_i (n_x + n_y + 1)_i} \end{aligned}$$

Ha az egyes nukleonállapotok úgy vannak betöltve, hogy

$$2 \sum (n_x + \frac{1}{2})_i = \sum (n_x + n_y + 1)_i \Rightarrow \alpha = 0.$$

Zárt héjút mag soha nem deformált.

Vezessük be a következő jelölést :

$$\sigma_z = \sum_i (t_{iz} + \frac{1}{2})_i$$

A mag kvadrupólmomentuma

$$Q = \sum_i [3(z_i^2) - (r_i^2)] = \sum_i (2z_i^2 - x_i^2 - y_i^2) = \\ = \sum_i \left(\frac{2E_x}{\omega_x^2} - \frac{E_x}{\omega_x^2} - \frac{E_y}{\omega_y^2} \right) \frac{1}{im} = \frac{\hbar^2}{2im} \left[\frac{2\sigma_x}{\omega_x} - \frac{\sigma_x}{\omega_x} - \frac{\sigma_y}{\omega_y} \right].$$

Itt felhasználtuk, hogy $E = t_z + \frac{1}{2}m\omega_z x_z^2$, t_z nem deformált, $t_x = t_y = t_z$, így a teljes energia különbségek éppen a potenciális energia különbségek. Zárt héjra

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \frac{1}{3}\sigma_0.$$

Kifejezve az ω -kat a σ -kal, a teljes kvadrupólmomentum:

$$\omega_x = \omega_0 a^{\frac{2}{3}} = \omega_0 \left(\frac{2\sigma_x}{\sigma_x + \sigma_y} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad \omega_y = \omega_0 \left(\frac{2\sigma_y}{\sigma_x + \sigma_y} \right)^{-\frac{1}{3}},$$

$$Q = \frac{\hbar}{2im\omega_0} \left[(2\sigma_x)^{\frac{2}{3}} (\sigma_x + \sigma_y)^{-\frac{1}{3}} - (\sigma_x + \sigma_y)^{-\frac{2}{3}} (2\sigma_x)^{\frac{1}{3}} \right].$$

Legyen a zárt héjon kívül egy nukleon, N_x , N_y , N_z kvantumszámokkal. Ekkor a σ -k

$$\sigma_x = \frac{\sigma_0}{3} + N_x + \frac{1}{2} = \frac{\sigma_0}{3} \left[1 + \frac{3}{\sigma_0} (N_x + \frac{1}{2}) \right],$$

és a teljes kvadrupólmomentum

$$Q = \frac{\hbar}{m\omega_0} (2N_x - N_x - N_y) = \frac{Z}{A} Q_p,$$

ahol Q_p az utolsó rész kvadrupólmomentuma. Ez azt jelenti, hogy már egyetlen külső nukleon esetén is megnő a kvadrupólmomentum.

$$Q = Q_p + \frac{Z}{A} Q_p.$$

Zárt törvénstől távol sok nukleon van a magon kívül, ezért a törvén erősen deformálódik. A tényleges Hartree Fock számolás ezt jól megadja, de a számolás bonyolult, az állapotok nem degeneráltak, arányból tényleg 197 hullámfüggvényt kell szelfkonszisztensen megoldani.

4.5.2. Kollektív modell

Azt akarjuk, hogy olyan legyen a perturbálatlan hullámfüggvény, hogy a mag alakján

$$R = R_0 \left[1 + \sum \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu} \right]$$

sugarat adjon. Ebből a célból a Hamilton operátort négy részre osztjuk

$$H = H_{coll}(\alpha_{\lambda\mu}) + H_{res}(\sigma_i) + H_{coll}(\sigma_i, \alpha_{\lambda\mu}) + H'$$

ahol H_{coll} csak a kollektív, H_{res} csak az σ_i egy részecske koordinátáitól függ, H_{coll} írja le a kollektív és egy részecske koordináták közti csatolást és H' a maradék kölcsönhatás

$$H_{coll}^{(0)}(\alpha_{\lambda\mu}) = E_{coll}^{(0)}(\alpha_{\lambda\mu})$$

A kollektív Hamilton operátor

$$H_{coll} = \frac{1}{2} \sum_{\lambda\mu} C_\lambda |\alpha_{\lambda\mu}|^2 + \frac{1}{2} \sum_{\lambda\mu} B_\lambda |\dot{\alpha}_{\lambda\mu}|^2$$

ahol C_λ és B_λ a forgó és vibráló folyadékkorpp mozgását írja le.
Főtengelyre deformálva a forgásellipszoidot

$$\begin{aligned}\alpha_{20} &= \beta \cos \gamma, & \alpha_{22} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \gamma, & \alpha_{lm} &= 0 \\ V &= \frac{c}{2} \beta^2, & T &= \frac{1}{2} B (\dot{\beta}^2 + \beta^2 \dot{\gamma}^2) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \omega_k^2 \Theta_{k\gamma}, \\ \Theta_{k\gamma} &= 4B\beta^2 \sin^2 \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} k \right),\end{aligned}$$

ahol $\Theta_{k\gamma}$ az effektív tehetetlenség nyomaték.

T-ben az első tag a kinetikus energia a főtengely koordináta-rendszerben, a második tag a főtengelynek a fix tengely körül forgása miatt fellépő energia:

$$\hbar L_k = \omega_k \Theta_k.$$

$$H = T_{\beta\gamma} + \hbar \sum \frac{L_k^2}{2\Theta_k} + \frac{1}{2} C \beta^2.$$

Operátorokra áttérve a kollektív Hamilton operátor Schrödinger egyenlete megoldható.

A gerjesztett állapotok a forgás és a rezgés. Ezek energiája:

$$E_{rot} = \frac{\hbar^2}{2\Theta} J(J+1),$$

illetve

$$E_{vib} = E_0 + \sum_m \hbar \omega \left(n_m + \frac{1}{2} \right).$$

A gerjesztett magok energiaszintjeinek tanulmányozásánál látni fogjuk, hogy a rotációs energiaszintek jóval mélyebben vannak, mint a vibrációs energiaszintek.

4.5.3. Egyesített magmodell

A perturbálatlan Hamilton operátort aszerint választjuk meg, milyen a mag betöltöttsége.

1. Gyenge csatolás

$$H_0 = H_{rot} + H_{vib} \Rightarrow \Psi = \Phi(\alpha_{\lambda\mu}) \mathcal{A} \prod_i \varphi_i(\mathbf{r}_i)$$

$$H_{rot} = \sum (\hat{\mathbf{r}}_i + V_i(i))$$

$$E = E_{rot} + E_{vib} + E_{perturb}$$

2. Erős csatolás

$$H_0 = H_{rot} + H_{vib} + H_{csat} = \sum (\hat{\mathbf{r}}_i + V_i(\alpha_{\lambda\mu}, i))$$

$$H_{vib} + H_{csat} = \sum \hat{\mathbf{r}}_i + \frac{1}{2} \sum V(\alpha_{\lambda\mu}, i)$$

$$\Psi = \Phi(\alpha_{\lambda\mu}) \mathcal{A} \prod_i \varphi_i(\mathbf{r}_i, \alpha_{\lambda\mu})$$

Ezekkel a perturbálatlan Hamilton operátorokkal oldjuk meg a hullámfüggvényekre vonatkozó egyenleteket.

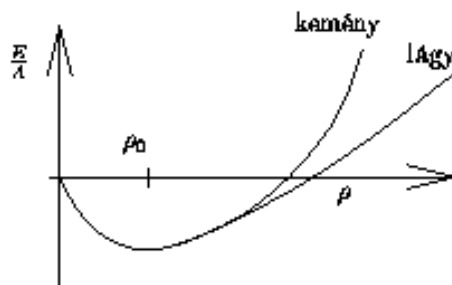
4.6. Állapotegyenlet és effektív tömeg

Állapotegyenlet

Alapállapotú maganyag állapotegyenlete az energia és a sűrűség összefüggését adja meg. A maganyag egy részecskére jutó energiája, mint láttuk, -16 MeV . A magok centrális sűrűsége, amit a tömegeloszlás mérésekből ismerünk, $0.16 - 0.17 \text{ fm}^{-3}$, ennél az értéknél minimális a mag energiája. Ez azt jelenti, hogy akármi is a maganyag állapotegyenlete, azt a két adatot ki kell elégítenie, azaz

$$\begin{aligned} \frac{E}{A}(\rho_0) &= -16 \text{ MeV}, \\ \left(\frac{d^2 E}{d\rho^2} \right)_{\rho=\rho_0} &= 0, \quad \hat{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}, \\ \kappa &= 9\rho_0^2 \left(\frac{d^3 E}{d\rho^3} \right)_{\rho=\rho_0}, \quad \rho_0 : \text{maganyag sűrűsége.} \end{aligned}$$

A harmadik adat a maganyag összenyomhatóságra vonatkozik, ezzel kapcsolatban jobban eltérnek a vélemények. Eredetileg félkal meggondolások azt mondták, hogy a kompresszibilitás értéke 400, újabbban azonban asztrofizikai alapon (szupernova robbanás illetve a pulsárok felgyorsulása) vannak olyan nézetek, hogy a kompresszibilitás ennél jóval kisebb értéket, mintegy 150-220. A kompresszibilitás értéke szerint beszélhetünk kemény ill. lágy állapotegyenletről.



Az egy részecskére jutó kinetikus energia

$$\frac{E_{\text{kin}}}{A} = \alpha \hat{\rho}^{\frac{2}{3}}, \quad \alpha = 23 \text{ MeV}.$$

A potenciális energiának van egy ρ -val arányos vonzó része, és egy telítettséget okozó, ρ magasabb hatványával arányos taszító része. Legegyszerűbb esetben az alapállapotú állapotegyenletet a következő módon írhatjuk fel

$$\frac{E}{A} = \alpha \hat{\rho}^{\frac{2}{3}} - \beta \hat{\rho} + \gamma \hat{\rho}^{\sigma+1}, \quad \frac{2}{3} \alpha \hat{\rho}^{\frac{2}{3}} - \beta + (\sigma+1) \gamma \hat{\rho}^{\sigma} = 0.$$

Az egy részecskére jutó kötési energia és a telítettség feltétele

$$\begin{aligned} \alpha - \beta + \gamma &= -16, & \frac{2}{3} \alpha - \beta + (\sigma+1) \gamma &= 0, \\ \beta &= -39 - \gamma, & \sigma \gamma &= 23.5. \end{aligned}$$

$$\sigma = \begin{cases} 1 & \beta = 62.5 & \gamma = 23.5 & \text{kemény állapotegyenlet,} \\ \frac{1}{6} & \beta = 180 & \gamma = 141 & \text{lágy állapotegyenlet.} \end{cases}$$

A kompresszibilitás értéke kemény és lágy esetre

$$\kappa = \begin{cases} 380 \\ 201 \end{cases}.$$

Effektív tömeg

Az energia egyenletből visszakövetkeztethetünk a maganyagban fellépő effektív potenciálra:

$$E_{k\pi} - E_{kin} = \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \langle ij | \hat{V}_{eff} | ij \rangle.$$

Tekintsük most azt az egyszerű esetet, amikor az effektív potenciál $v = v_1 + v_2 k^2$. Az energia ezzel, mint láttuk

$$\begin{aligned} \frac{E}{A} = W &= \frac{1}{A} \left[\sum_i \epsilon_i + \frac{1}{2} \sum_{ij} v_{ij} \right] = \\ &= \frac{3\hbar^2}{10m} \rho^{\frac{5}{3}} - \frac{1}{2} v_1 \rho + \frac{3}{5} v_2 \rho k_F^2. \\ \Rightarrow \quad \frac{\hbar^2}{5m} \rho^{-\frac{1}{3}} - \frac{1}{2} v_1 + v_2 k_F^2 &= 0 \quad \text{telítettség} \end{aligned}$$

Az egyrészecske energia

$$\begin{aligned} V_i &= \sum_j V_{ij} = -\frac{A}{\Omega} v_1 + \frac{A}{\Omega} v_2 (k_i^2 + \frac{3}{5} k_F^2), \\ E_i &= \frac{\hbar^2 k_i^2}{2m} - v_1 \rho + v_2 \rho k_i^2 + \frac{3}{5} v_2 \rho k_F^2 = -V_0(\rho) + \frac{k_i^2}{2m}, \\ \frac{1}{2m^*} &= \frac{1}{2m} + \frac{3}{5} \frac{v_2 \rho}{\hbar^2}, \quad V_0(\rho) = v_1 \rho - \frac{3}{5} v_2 \rho k_F^2 = v_0(\rho) \rho. \end{aligned}$$

azaz a nukleon úgy mozog a maganyagban, mintha a tömege kisebb lenne, mint a szabad nukleon tömege. Mivel az effektív tömeg sűrűségfüggő, véges magokban ez helyfüggő értékek felé mozog, amint azt láttuk. A maganyag belsejében $m^* \sim 0.6m - 0.7m$. A $v_0(\rho)$ egyrész potenciál sűrűségfüggő. Nézzük meg a Fermi szinten levő (legkevésbé kötött) nukleon kötési energiáját a magban:

$$E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} - v_1 \rho + \frac{3}{5} v_2 \rho k_F^2.$$

Ha kivonjuk ezt az egy részecske-re eső kötési energiából,

$$E_F - W = \frac{2}{5} \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} - \frac{1}{2} v_1 \rho + v_2 \rho k_F^2 = 0,$$

azaz éppen a telítettség feltételét kapjuk meg. A telítettség miatt az egy részecske-re eső kötési energia megegyezik az utolsó nukleon kötési energiájával. Ez az összefüggés véges magokra is igaz közelítőleg, de ott $E_F < W$.

$$\begin{array}{ll} E_F \sim -(10-14) & E_F \sim -(4-9) \\ \text{könnyű magra} & \text{nehéz magra} \end{array}$$

Természetesen a bázisrészlet miatt korrekciók ehhez képest fluktuációt okoznak.

5. fejezet

Gerjesztett magok

5.1. A reakciók típusai, reakciómechanizmus

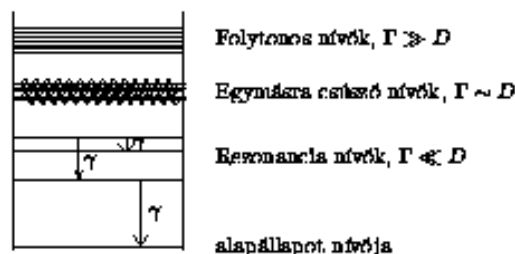
Két oka van, hogy a magreakciókat még kevésbé lehet mikroszkópiusan, azaz két részecske kölcsönhatásokból kiindulva tárgyalni, mint az alapállapotú atommagokat. Az egyik ok az egyrészecske modellek használhatóságával függ össze. Az atommag egy erősen kölcsönható rendszer és egy közel független részecskékből álló rendszer finom keveréke. Elvileg a nukleonokat erős kölcsönhatás tartja össze, gyakorlatilag azonban alapállapotú atommagokban even kölcsönhatások nagy része a Pauli elv miatt tiltott, így nem hat, és a független részecske kép jó közelítésben érvényes. Gerjesztett magok esetén azonban ez a kép elromlik, a Fermi tengeren belül egyre több lyukállapot jelenik meg, és a Pauli elv tiltó hatása egyre kevésbé érvényesül. Éppen ezért a független részecske elképzelés magasabb gerjesztések esetén egyre rosszabb. Gerjesztett állapotok szerkesztését nehéz meghatározni, mert túl sok módon jöhet létre az állapot és a közelítő képek nem tudják megmondani, melyik állapot hogyan jött létre, legfeljebb csak arra adnak becsléseket, hogy melyik energiatartományban melyik gerjesztés típusa a domináló. A magreakciók idelegyészés kó veltség leírását nem sikerült még megtalálni, a különböző jelenségek magyarázatára sokféle leírásmód létezik, amiből nehéz kiválasztani a legmég elelőbbet.

Az alapállapotú atommagokat, mint azt láttuk, a héjmodell jól leírja: A céltárgymagban ezek szerint a nukleonok egy V_{ext} egyrészecske potenciálfüggvényben mozognak, miközben V_{nn} maradék kölcsönhatás hat. köztük.

A héjmodell-potenciálban meghatározhatjuk az egyes nukleonok energiaszintjeit. Az állapotok egy része alapállapotban be van töltve nukleonokkal, más részük üres. Az üres állapotok lehetnek negatív energiaszintűek. Ha egy nukleon egy negatív energiaszintű gerjesztett állapotban van, nem léphet ki a magból, hanem γ -sugárzás kibocsátása mellett alapállapotba. megy át. Azok az állapotok, amelyek közvetlenül az egy nukleon szeparációs energiaszintje felett vannak, virtuális vagy kvázistacionárius állapotok. Ezeknek az állapotoknak véges, de viszonylag hosszú az élettartama, ugyanis csak rugalmas szórással vagy γ sugárzással bomolhatnak. Ha egy reakció során ilyen állapotot gerjesztünk, a hatáskeresztmetszet hirtelen megnö, erős rezonanciát mutat. A rezonanciák keskenyek, ugyanis a határoztatlansági reláció értelmében egy állapot energia bizonytalansága és bomlási ideje között az összefüggés

$$\Delta E \cdot \Delta t \sim \hbar, \quad \Gamma \sim \hbar,$$

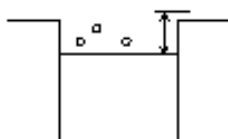
és egymástól elég messze vannak. Minél nagyobb egy állapot energiaszintje, annál többféle módon bomolhat el, így annál rövidebb lesz az élettartama. Növekvő energiaszinttel a rezonanciák, azaz a gerjesztett állapotok szélessége növekszik. Azt a tartományt, ahol a nukleon szélessége jóval nagyobb, mint az egymástól való távolságuk, kontinuumnak nevezzük. A bizonytalanság itt már folyamatosnak tekinthető. Az ábrán egy héjmodell potenciál növekedése látható.



A gerjesztett nívó lehet:

Kollektív (forgás, rezgés)

Egy részecske (a nukleonok a Fermi szint felé kerülnek)



A potenciálváltozgatás eredményeként.

Gerjesztési típusok

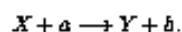
1. Magreakciók
2. Elektromágneses átmenetek (mag spektroszkópia)
3. β bomlás
4. Hasadás
5. Nehézion reakciók

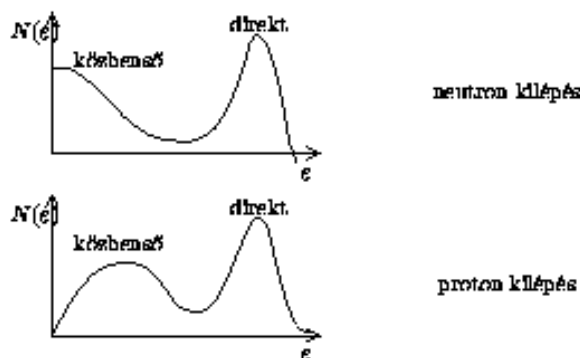
A gerjesztés módja: részecskéket vagy fotonokat lövünk a magba

Magreakciónak nevezzük a nukleáris részecskék ütközése során végmenet folyamatokat. Egy magreakciót, mint időben lejátszódó folyamatot, három részre lehet bontani.

1. A kezdeti állapotban az α bombázó részecske meghatározott kinetikus energiával közelít az alapállapotban levő X célbárgy mag felé. Nukleáris kölcsönhatás nem működik a részecskék között, mivel a magerők rövid hatótávolságúak.
2. A közbeeső állapotban a magreakcióban résztvevő valamennyi részecske egy korlátozott térfogaton belül található, működik intenzív nukleáris kölcsönhatás működik közöttük. Ennek eredményeképpen energia, impulzus és impulzusmomentum átadással járó nukleon-nukleon vagy nukleon-mag ütközések következnek be, majd a rendszer két vagy esetleg több részrendszerré, az ún. reakciótermékekre válik szét.
3. A magreakció végső szakaszában a reakciótermékek a magerők hatótávolságánál lényegesen nagyobb távolságra válnak el egymástól.

Általános formula:





A teljes hatáskeresztmetszet rezonanciaszerkezetet mutat.

5.3. Magreakciók hatáskeresztmetszete

Nézzük meg, mi mondható a hatáskeresztmetszetről egyszerű geometriai megfontolások alapján. Tekintsük azt az esetet, amikor a beeső részecskenyaláb egy teljesen fekete testként viselkedő gömbön szóródik. A részecskék spinjét a most következő tárgyalásokban mindvégig elhanyagoljuk. A beeső részecske impulzusmomentuma $M\hbar$, ahol b a centrumtól a beesési irányra merőleges távolsága a részecskének. Ezt az impulzusmomentumot kvantálni kell

$$M\hbar b_l = M\hbar, \quad b_l = l\lambda, \quad \lambda = \frac{\hbar}{Mv},$$

ahol λ a beeső részecske de Broglie hullámhossza. Minden b_l és b_{l-1} közötti értékkel paraméterrel rendelkező részecske impulzusmomentuma M . Ezen részecskék nagyon valószínűségeknak hatáskeresztmetszete nem lehet nagyobb, mint a geometriai területek különbsége

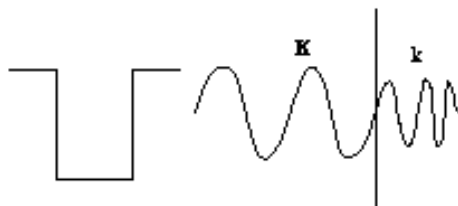
$$\sigma_l \leq \pi(b_l^2 - b_{l-1}^2) \sim (2l+1)\pi\lambda^2,$$

ha $b_l < R$ ill. $l < \frac{R}{\lambda}$. Ha $b_l > R$ ill. ha $l > \frac{R}{\lambda}$ a hatáskeresztmetszet véges. Termikus neutronok esetén λ nagy, $\pi\lambda^2 \sim 2.56 \cdot 10^7$ barn nagyságrendű lehet. Ha valamennyi parciális hullámra összegezzük, a hatáskeresztmetszet egy felső korlátját kapjuk.

$$\sigma = \sum_l \sigma_l \leq \pi\lambda^2 \sum_0^{\frac{R}{\lambda}} (2l+1) \leq \pi(R+\lambda)^2.$$

A befutó hullám $l=0$ -ás része :

$$A \sin kr = 2iA(e^{-ikr} - e^{ikr})$$



A potenciálbelgyön belül megváltozik a hullámzána. Utána

$$B \sin(kr + \delta) = 2iB e^{-i\delta} (e^{-ikr} - e^{i(kr-\delta)}).$$

A beeső hullám nem változik meg, csak a kifutó.

$$A = B e^{-i\delta}.$$

A kifiző hullám amplitúdójának megváltozása:

$$e^{2i\delta}, \quad |e|^2 = 1.$$

Csak a fázis változhat.

Ha a potenciál komplex,

$$D \sin K^* b = E \sin(kb + \delta) \quad DK^* \cos K^* b = E k \cos(kb + \delta)$$

$$D(e^{iK^* b} - e^{-iK^* b}) = E(e^{i(kb+\delta)} - e^{-i(kb+\delta)}),$$

$$D(e^{iK^* b} - e^{-iK^* b}) = E(e^{i(kb+\delta)} - e^{-i(kb+\delta)}),$$

$$K^* D(e^{iK^* b} - e^{-iK^* b}) = E k(e^{i(kb+\delta)} - e^{-i(kb+\delta)}).$$

Ha a befutó hullám változatlan, $A = B e^{-i\delta}$, de a $K^* \operatorname{ctg} K^* b = k \operatorname{ctg}(kb + \delta)$ egyenletnek csak komplex δ megoldás felel meg.

$\Rightarrow$ A kifiző amplitúdó csökken

Komplex $K^* \rightarrow$ komplex V

Általános esetre:

$$\Psi^{(-)} = \sum_i \frac{2l+1}{2kr} i^{l-1} P_l(\cos \theta) [e^{-i(kr-\frac{l\pi}{2})} - \eta_k e^{i(kr-\frac{l\pi}{2})}],$$

$$\Psi_{\text{in}} = e^{ikr} = \sum \frac{2l+1}{2kr} i^{l-1} P_l[e^{-i(kr-\frac{l\pi}{2})} - e^{i(kr-\frac{l\pi}{2})}],$$

$$\Psi_{\text{ex}} = \Psi^{(-)} - \Psi_{\text{in}} = f(\theta) e^{i\frac{l\pi}{2}},$$

$$f(\theta) = \sum \frac{2l+1}{2k} i^{l-1} (1 - \eta_k) e^{-i\frac{l\pi}{2}} P_l(\cos \theta),$$

$$\sigma_{\text{ex}} = \frac{\pi}{k^2} \sum (2l+1) |1 - \eta_k|^2.$$

Valós potenciál esetén $\eta_k = e^{2i\delta_l}$

$$\sigma_{\text{ex}} = \frac{4\pi}{k^2} \sum (2l+1) \sin^2 \delta_l.$$

Ha reakció is van, $|\eta_k| < 1$

$$\Psi_{\text{in}} + \Psi_{\text{ex}} + \Psi_r = 0 \Rightarrow \Psi_r = -\Psi^{(-)},$$

$$\sigma_r = \frac{\pi}{k^2} \sum (2l+1) (1 - |\eta_k|^2).$$

σ_{ex} maximum, ha $\eta_k = -1 \Rightarrow \sigma_{\text{ex}}^2 = \frac{4\pi}{k^2} (2l+1).$

σ_r maximum, ha $\eta_k = 0$. Ekkor

$$\sigma_r^2 = \frac{\pi}{k^2} (2l+1), \quad \sigma_{\text{ex}}^2 = \frac{\pi}{k^2} (2l+1).$$

Négysszögpotenciál neutronra $l=0$ esetre

$$U_0 = A \sin Kr \quad K^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (E + V_0)$$

$$f_0 = -KR \operatorname{ctg} KR = Re f_0 \quad Im f(0) = 0$$

$$\Delta_0 = 0, \quad P_0 = -KR, \quad e^{2i\phi_0} = e^{-2i\delta_0},$$

$$\sigma_r^0 = 0$$

$$\sigma_{\text{in}}^0 = \frac{\pi}{k^2} \left| 1 - e^{2i\delta_0} - \frac{2iKR}{-KR \operatorname{ctg} KR - iKR} \right|^2.$$

Reszonancia:

$$\operatorname{Re} f_0 = \Delta_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad \operatorname{ctg} KR = 0, \quad KR = (n+1) \frac{\pi}{2}.$$

$$\sigma_{xx} = \frac{\pi}{k^2} | -e^{2ikR} - 1 |^2 \sim \frac{4\pi}{k^2}.$$

Reszonanciától távol

$$\sigma_{xx} = \frac{\pi}{k^2} | 1 - e^{2ikR} |^2 \sim 4\pi R^2.$$

$$\lambda = \frac{1}{k} \ll R$$

$D(kR)$ – a két rezonancia távolsága π

$\Rightarrow$ Reszonancia szélesség $\sim 1 \text{ MeV}$, távolság $\sim 10 \text{ MeV}$

A hasadás, reaktor és sugárvédelem Marx György könyvében található.

5.4. A béta bomlás elmélete

β bomlás során a magban egy neutron átalakul protonná.

$$A \rightarrow B + \bar{\nu} + e^-.$$

A β bomlás során bekövetkező átmenet valószínűsége

$$dm_{\beta\alpha} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle \beta | H_w | \alpha \rangle|^2 \rho(E),$$

ahol ρ_α a végállapot energiasűrűsége. Ha a mag egy adott energáljű állapotha bomlik, a végállapot energiasűrűségéhez a $\bar{\nu}$ -k és az e -k adnak járulékot.

$$\rho(E) = \frac{\Omega^2}{(2\pi\hbar)^6} \frac{d}{dE_{\max}} [p_n^2 dp_n d\Omega_n \cdot p_w^2 dp_w d\Omega_w].$$

Legyen az elektron energálja E és $E + dE$ között. Figyelembe véve, hogy a lehetséges maximális energia

$$E_{\max} = E_n + E_{\bar{\nu}},$$

és hogy a neutrínó energálja

$$E_{\bar{\nu}} = p_{\bar{\nu}} c \quad \Rightarrow \quad p_{\bar{\nu}}^2 = \frac{E_{\bar{\nu}}^2}{c^2} = \frac{1}{c^2} (E_{\max} - E_n)^2,$$

azaz

$$\frac{dp_{\bar{\nu}}}{E_{\max}} = \frac{1}{c} \frac{dE_{\bar{\nu}}}{E_{\max}} = \frac{1}{c} \quad \rho(E) = \frac{d\Omega_n d\Omega_w}{(2\pi\hbar)^6} \frac{1}{c} p_n^2 dp_n p_w$$

Mindenek alapján az átmeneti valószínűség

$$dm_{\beta\alpha} \sim |\langle p_{n\bar{\nu}} | H_w | \bar{n} \rangle|^2 p_n^2 (E_{\max} - E_n)^2 dp_n$$

ahol az átlagolás jel a szövegre átlagolt mátrixelem. Ezt az összefüggést módosítja még a Coulomb kölcsönhatás:

$$\left(\frac{dm_{\beta\alpha}}{p_n^2 dp_n} \right)^{\frac{1}{2}} \sim |H_{\alpha\beta}| (E_{\max} - E_n)$$

Curie ábra

Impulzusmomentum és paritás megmaradás okok miatt tiltott az átmenet, ha a mátrixelem véges, illetve nagyon kicsi.

Fermi átmenet:

$$\pi_n = \pi_{\bar{n}} \quad \Delta I = 0 \quad 0 \rightarrow 0$$

Gamow-Teller átmenet:

$$\pi_n = \pi_0 \quad \Delta I = 0, \pm 1 \quad 0 \rightarrow 0$$

$$\begin{aligned} & \langle p e^{-} \bar{\nu} | H_{\sigma\nu} | n \rangle \\ & \langle B(p) | H_{\sigma\nu} | A(n) \rangle \end{aligned}$$

Kísérleti példák

$$\overline{|H_w|^2} \sim \frac{1}{ft_{\frac{1}{2}}} \quad ft_{\frac{1}{2}} = \ln 2 f \tau$$

n	$\rightarrow$	p	$\frac{1}{2}^- \rightarrow \frac{1}{2}^-$	$t_{\frac{1}{2}}$	E_m	$ft_{\frac{1}{2}}$
${}^6\text{He}$	$\rightarrow$	${}^6\text{Li}$	$0^- \rightarrow 1^-$	10.6 perc	0.872	1100
${}^{14}\text{O}$	$\rightarrow$	${}^{14}\text{N}$	$0^- \rightarrow 0^-$	0.813 s	3.5	810
				71.4 s	1.812	3100

$$H_w \sim 10^{-4}$$

$$\begin{aligned} {}^7\text{Be} \rightarrow {}^7\text{Li} \quad & \frac{3}{2}^- \rightarrow \frac{3}{2}^- \quad \log ft = 3.85 \quad F, G, T \\ & \frac{3}{2}^- \rightarrow \frac{1}{2}^- \quad 3.44 \quad \text{keverék} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} {}^6\text{Li} \rightarrow {}^6\text{Be} \quad & 2^- \rightarrow 2^- \quad \log ft = 5.67 \\ & 2^- \rightarrow 0^- \quad > 8 \quad \text{tiltott.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} {}^{14}\text{O} \rightarrow {}^{14}\text{N} \quad & 0^- \rightarrow 0^- \\ & 0^- \rightarrow 1^- \quad \text{megengedett.} \end{aligned}$$

5.5. Atommagok elektromágneses átmenetei

Az atomok és molekulák átmenetel között, végbenemő elektromágneses átmenetek egyértelmű, igen hatékony eszközt szolgáltatott ezen rendszerek kísérleti vizsgálatára. Noha az elektromágneses átmenetek tanulmányozása az atommagok esetében nem foglal el olyan kivételes helyzetet, mint az atomspektroszkópiában, mindazonáltal a magszerkezetre vonatkozó ismeretek rendkívül fontos forrása. Különlegesen fontos a γ sugárzás az atommag alacsonyban gerjesztett, nívóinak tanulmányozásánál, ezek ugyanis csak γ bomlással tudnak bomlani és némelyek csak γ sugárzással gerjeszthetők. Az elektromágneses átmenetek tanulmányozása révén szerzett ismeretek két részre oszthatók. A kibocsátott γ sugarak szögeloszlása és az egymás után kibocsátott sugarak egymáshoz képesti szöge, azaz szögkorrelációja csak az átmenet multipól jellegétől és a szereplő nívók kvantumszámaitól függ, tehát geometriként tekinthetjük. A sugárzásos befogás hatáskeresztmetszetének, illetve a sugárzás élettartamának mérése ezzel szemben a kölcsönhatás operátor mátrixelemének a négyzetétől függ, azaz ezek révén a gerjesztett állapotok hullámfüggvényére vonatkozóan szerzünk információt.

Az atommagok legalacsonyabb gerjesztett állapotai kötött vagy kvázistacionárius állapotok, tehát viszonylag keskeny, élesen elkülönülő nívók. Az állapotokat látszólag csak spinjük, paritásuk, energiájuk jellemzi, de az elektromágneses átmenetek tanulmányozásánál kiderül, hogy fontos az állapotok szerkezete is: hogyan keletkezett a gerjesztett állapot. A gerjesztések lehetnek egyrészecské ill. kollektív gerjesztések. Az egyrészecské gerjesztések első sorban a magasabb gerjesztések esetén, $E > 5 - 6 \text{ MeV}$ -nél jelentősek: az atommag alacsonyban gerjesztett állapotai kollektív állapotok. Ezeknek a kollektív gerjesztéseknek az energiája $\frac{1}{2} - 1 \text{ MeV}$ nagyságrendű gömbaszimmetrikus magok közelében, és 100 keV alá csökken deformált magoknál.

Páros-páros magoknál kétféle paritású állapotot figyeltek meg: a vibrációs és rotációs gerjesztéseket. A vibrációs gerjesztések nívói $0^+, 2^-, 4^-$ nívók stb. és a második nívó gerjesztési energiája majdnem kétszer akkora, mint az első nívóé. A vibrációs nívók harmonikus oszcillátor típusú gerjesztések, ahol minden oszcillátor kvantum ugyanannyi energiával rendelkezik. A másik típus a rotációs nívók csoportja, ezek energiája $I(I+1)$ -gyel arányos. Az első típus gömbszimmetrikus magoknál dominált, a második a deformált magoknál. A kísérletek bizonyossága szerint a kollektív nívók kollektív nívókba, egyrészessé nívók egyrészessé nívókba bomlanak erősebben, ilyenkor ugyanis a mag szerkezete nem változik.

Egy gerjesztett atommag egy oszcilláló töltés, az pedig az elektrodinamikából ismert módon sugározni képes. A töltött rendszer és az elektromágneses tér között a kölcsönhatás energiája:

$$H_1 = - \int \left[\frac{1}{c} \mathbf{j} \mathbf{A} + M \mathbf{H} \right] d^3r,$$

ahol $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ az elektromágneses vektorpotenciál, $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ a mágneses térféleség, $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ a nukleonok által keltett áram, $M(\mathbf{r})$ a nukleonok mágneses momentuma. A fenti kölcsönhatás miatt az 1 sec alatt bekövetkezett sugárzás valószínűségeit, T -t a sugárzás impulzusmomentuma és paritása szerint sorbafejthetjük. Ha T paritása $(-1)^l$, a sugárzást elektronos multipólusnak nevezzük, ha a paritás $(-1)^{l-1}$ -nel arányos, a sugárzást mágneses multipólus. A sorfejtésből mindig csak az első el nem tűnő tagot kell megtartani, mert az egyes multipólusok erősen csökkenő sorozatot alkotnak. A foton impulzusmomentuma 1, így a foton legalább 1-es impulzusmomentumot elvisz. Az $l=1$ sugárzást dipól, az $l=2$ sugárzást kvadrupól, stb. sugárzásnak szokás nevezni. Minél kisebb két. állapot impulzusmomentuma a különbsége, annál valószínűbb a sugárzás.

Az elektromágneses sugárzások esetén fenn kell állni az impulzusmomentum és a paritás megmaradási szabályoknak. Ha a kezdeti állapot impulzusmomentuma I_a , a végállapoté I_b , a multipólus sugárzásé l , akkor

$$\begin{aligned} I_a &= I_b + l, \\ |I_a - I_b| &\leq l \leq I_a + I_b, \\ M_a - M_b &= m, \end{aligned}$$

ahol M -ek az impulzusmomentumok harmadik komponensének sajátértékei.

Mivel $l = 0$ sugárzás nincs, az $I_a = 0 \rightarrow I_b = 0$ átmenetek szigorúan tiltottak. A paritás megmaradási törvények szerint $\pi_a = \pi_b$ esetén páros, $\pi_a = -\pi_b$ esetén páratlan paritású sugárzás a megengedett.

A következő táblázatban fel vannak tüntetve a kezdeti és végállapot impulzusmomentum ill. paritáskülönbségei mellett a lehetséges multipólus sugárzások.

A kölcsönhatás miatt átmenet keletkezik (T), sorbafejthetjük a sugárzás paritása és impulzusmomentuma szerint.

Ha T paritása $\sim (-1)^l$, akkor elektronos multipólus sugárzásról, ha $(-1)^{l-1}$, akkor mágneses multipólus sugárzásról beszélünk.

ΔJ	$\pi_a \pi_b$	Multipól
$0 \rightarrow 0$	± 1	tiltott
$\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}$	$+1$	$M1$
$\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$	-1	$E1$
0	$+1$	$M1, E2$
0	-1	$E1, M2$
1	$+1$	$M1, E2$
1	-1	$E1, M2$
2	$+1$	$E2, M3$
3	-1	$M3, E4$

Egy adott $l=1$ elektron multipólus sugárzás kb. egy nagyságrenddel erősebb, mint az ugyanolyan mágneses multipólus sugárzás.

Mint látható, a $0 \rightarrow 0$ átmenetek tiltottak. Ilyen átmenetek helyett a mag belső konverzióval vagy

belső párkeltással veszítheti el az energiáját.

$A=185$ magra számolt átmenet erősségek:

	E	$l = 1$	$l = 2$	$l = 3$	$l = 4$	$l = 5$
	keV	sec	sec	sec	sec	sec
$E1$	150	$8 \cdot 10^{-16}$	$8 \cdot 10^{-11}$	10^{-4}	$2 \cdot 10^{-1}$	$3 \cdot 10^6$
M	150	$3 \cdot 10^{-11}$				$2 \cdot 10^6$
$E1$	900	$3 \cdot 10^{-17}$				$3 \cdot 10^{-1}$
M	900	10^{-13}				8

5.6. Maghasadás

Az atommagok kötési energiáját, mint láttuk, a félempirikus kötési energialeplet elég jól megadja. Az egy részecskére eső kötési energia a vas körüli elemek tartományában maximuma, $\sim 8,6$ MeV körüli érték. Könnyebb elemek esetén túl nagy a mag felülete a térfogathoz képest, így a nagy pozitív felületi energia csökkentli a kötést, nehéz elemeknél a protonszámnal arányosan növekvő Coulomb tasztítás jut egyre nagyobb szerephez. Energetikai okokból azt várhatjuk, hogy a könnyű magok középnéhez magokká egyesülnek, a nehéz magok könnyebbekké válnak szét. Mindkét folyamatban energia szabadul fel. Az első folyamatot fűződnek nevezik, a másodikat hasadásnak. Mindkét folyamat energiatermelésre alkalmazható, de főleg viszonyban az energiatermeléssel csak a hasadás esetén sikerült elérni a reaktorokban. Fűdési reaktorok csak a csillagokban működnek.

Két könnyű elem fűdése általában nem következhet be magától, ugyanis az atommagok pozitív töltése miatt fellépő Coulomb tasztítás miatt nem kerülnek olyan közel egymáshoz, hogy a vonzó mágterők érvényesülhessenek. Ugyanakkor a nehéz elemek elhasadását is akadályozza a Coulomb potenciál. Két nehéz elem csak akkor tud szétválni egymástól, ha a Coulomb gáton keresztüljutnak. A klasszikus Coulomb gát urán körüli elemeknél 200 MeV körüli van, ilyen nagyságrendű energiával kell a hasadás történéző magoknak, mászóval fragmentáknak rendelkezniük. Mivel nehéz elemeknél a Coulomb gát vastag, alagút effektussal is csak ilyen nagyságrendű energiák révén hasadhat jelentős mértékben a mag. Ilyen nagyságrendű gerjesztések nincsenek a magban, a fenti energetikai megfontolás valahol hibás. Ahhoz, hogy megállapíthassuk, hol hibás, részletesebben meg kell vizsgálnunk a hasadás mechanizmusát.

5.6.1. A hasadás kísérleti leírása

1934-ben Fermi és munkatársaival megkezdtek a deuteron besugárzás révén kapott új elemek ill. új izotópok vizsgálatát. Az az elképzelés merült fel, hogy a legnehezebb elemeket (Th, Pa, U) neutronokkal besugárzva azok β -bomlanak és így új transzúrán elemek hozhatók létre. Uránmagot neutronnal besugárzva négy bétaaktív radioizotópot találtak. Három ezek közül a 234, 235 és 238-as urán izotópokhoz tartozott, de a negyedikről nem tudták megállapítani, mi lehet. Hahn és Strassmann elkezdtek ezt az aktivitást vizsgálni és megállapították, hogy nem lehet az urán szelénre hordozó anyagából, a báriumtól elválasztani. Számos ellenőrző kémiai kísérlet sorozat után Hahn arra a megfontolásra jutott, hogy neutronnal besugárzva az 56-os rendszámú bárium egy radioaktív izotópja keletkezik.

Melner és Frisch a szelénre jelenség magyarázatára a következő elképzelést vetették fel: a neutron befogó gerjesztett uránmag a gerjesztés hatására oszliklálani kezd, kétféle elválasztás és elhasad. A hasadás termékek két, durván egyforma nagyságú töredék mag és esetleg neutronok, elektronok stb. A hasadás során kioldható energia, ami egy mag esetén ~ 200 MeV. A hasadás termékek, amint azt Frisch kísérletileg is igazolta, nagy hatótávolsággal rendelkeznek. A két termék általában nem egyforma, egy nagyobb és egy kisebb termék keletkezik 100 ill. 60 MeV átlagos energiával.

A hasadás végbemenése során három fűdési célszerű megkülönböztetni: Az első fűdésben az A_0, Z_0 kétféle mag két, nagy, A_1, Z_1 ill. A_2, Z_2 magra esik szét. Az urán jóval neutrondúsabb mag, mint a hasadáskor keletkezett töredék magok, ezért a hasadás után mintegy 10^{-16} s-on belül neutron (és esetleg α -rész) lép ki a magból, amit fotonok kilépése követ, egy A_3, Z_3 ill. A_4, Z_4 magot hagyva hátra. Ha ezeknek a magoknak a fűdési tartama elég nagy, radiokémiail működésükkel észlelhetők.

Mag	Neutronszám
^{230}Th	1.21 ± 0.15
^{235}U	2.30 ± 0.20
^{240}Pu	2.23 ± 0.05
^{244}Cf	3.90 ± 0.14
^{244}Fm	4.05 ± 0.19

5.1. táblázat. Atommagok hasadásánál kilépő átlagos neutronszám

Céltárgymag	X	E_b	S_n	e_n
^{230}Th	0.750	4.8	6.4	0
^{232}Th	0.732	6.4	5.2	1.2
^{235}U	0.750	4.8	6.4	0
^{238}U	0.740	5.9	5.1	0.3
^{239}Pu	0.754	4.3	6.4	0
^{240}Pu	0.775	3.5	5.5	0
^{244}Pu	0.8	2.5	5.5	0

5.2. táblázat.

Nehéz magok hasadás energiája (E_b), szeparációs energiája (S_n) és a bombázó neutronok hasadásához szükséges kinetikus energiája

Ezek után a neutronban gazdag magok β -bomlások során A_n, Z_n ill. A_n, Z_n végállapotokba mennek át. Míg a β -bomlások közben vagy utána is előfordul néha, hogy újra neutronok lépnek ki a magból. Ezek a β -bomlás lassú volta miatt jóval később lépnek ki, mint a hasadás elején kilépő neutronok, néha egy egész perccel később. Ezeket a neutronokat késleltetett neutronoknak szokás nevezni. A hasadásokra jellemző és a későbbiek szempontjából fontos adat a hasadás során átlagosan kilépő neutronok száma. Az 5.1 táblázatban feltüntetettük néhány elemnél a spontán hasadás esetén átlagosan kilépő neutronok számát.

Külön szoktunk beszélni spontán és gerjesztett hasadásról. Ha a hasadás energiája kicsi, a hasadás alagút-effekttel magától is bekövetkezik véges idő alatt. Az 5.1 ábrán a spontán hasadás félelet-tartama van feltüntetve különböző magokra. A 236-nál nagyobb tömegszámú magok már rendkívül könnyen hasadnak. Könnyebb magok, mint a ^{240}Pu transzúrán elem spontán hasadásával viszonylag lassan bomlik, de a félelet-tartama sokkal rövidebb az ábrán látható értéknél, ugyanis a bomlás elején α -rész kibocsátással történik.

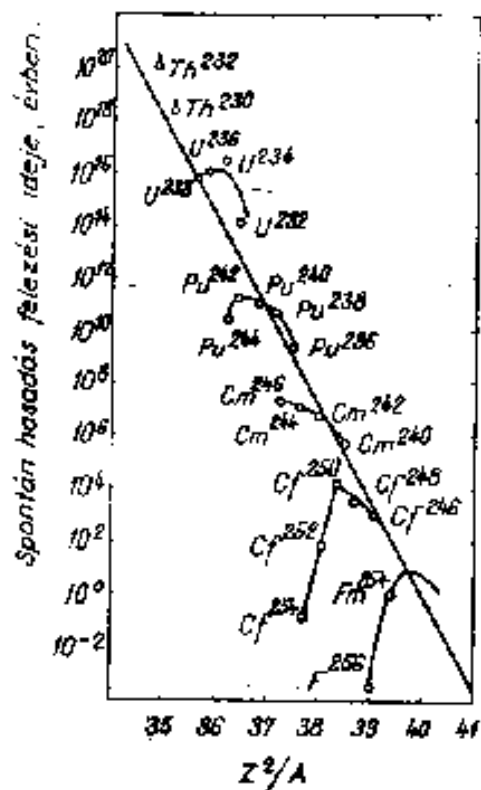
Stabil elemek és még az első transzúrán elemek esetén is a hasadás elején neutronok keletkeznek, a magot valamilyen módon gerjesztjük. A hasadás energiát legkönnyebben a (γ, f) (f itt a hasadást jelent) reakció hatáskeresztmetszetének vizsgálatával kapjuk meg, ha a γ beeső fotonok energiáját folytonosan változtatjuk. Az 5.2 ábrán négy magra feltüntetettük a (d, f) és (d, f) hatáskeresztmetszetek viszonyát a gerjesztési energia függvényében. Mivel hasadást általában termikus neutronokkal szokás előidézni, a későbbi rész energiáját átábrázoltuk neutronokkal előidézett reakciók esetére és a hatáskeresztmetszeteket a megfelelő beeső neutron energiájának függvényében ábrázoltuk. Neutronokkal előidézett reakciók esetén a hasadás energiája

$$E_b = S_n + e_n$$

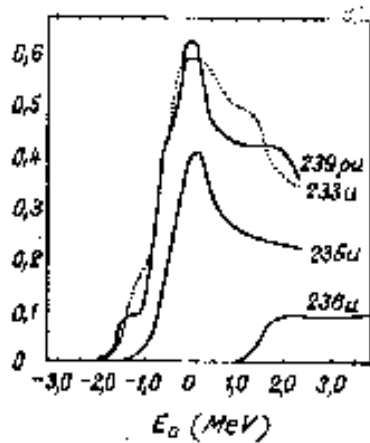
ahol S_n a neutron szeparációs energiája, e_n a kinetikus energiája.

Az 5.2 táblázatban néhány nehéz magra feltüntetettük σ , E_b , S_n és e_n értékét, az 5.3 táblázatban pedig a termikus neutronokkal előidézett hasadás keresztmetszetek értéke van feltüntetve néhány magra. A hatáskeresztmetszeteket csak elég bizonytalannul ismerjük.

Megvizsgáltuk a lassú neutronokkal létrehozott hasadások keresztmetszetét a beeső neutron-energia függvényében. Néhány tízed elektronvoltig a keresztmetszet az $\frac{1}{v}$ törvény szerint változik, majd néhány éves rezonanciacsúcs észlelhető. Az 5.3 ábrán az ^{235}U teljes ill. hasadás keresztmetszete látható $E < 5 \text{ eV}$ beeső neutronenergia esetén. A hatáskeresztmetszetekből világos, hogy a hasadás későbbi mag képződése révén végbemenő folyamat, a rezonanciák későbbi mag nivóinak felelnek meg. Az 5.4 táblázatban feltüntetettük ^{235}U esetére a rezonanciaenergiák értékét, a



5.1. ábra. Spontán hasadás felezési ideje $\frac{Z^2}{A}$ függvényében. Az ábra féllogaritmikus

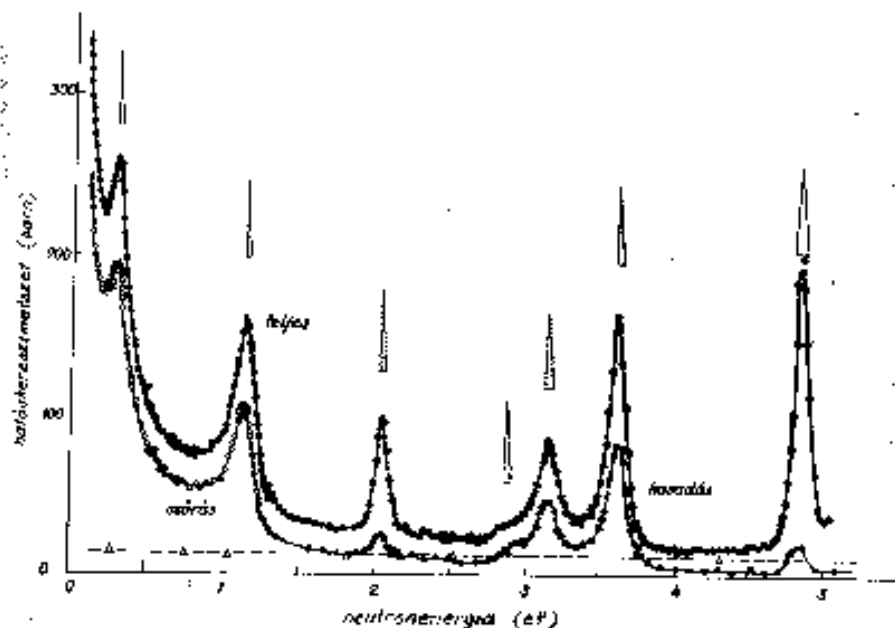


5.2. ábra. A (d,pf) és (d,p) hatáskeresztmetszetek viszonya a neutronenergiaának a függvényében

Atommag	σ_f	(barn)	$\frac{\sigma_f}{\sigma_{tot}}$
^{235}U	518 ± 4		0.90
	530 ± 8		
	556 ± 6		
^{238}U	576 ± 15		0.84
	542 ± 4		
	590 ± 6		
	623 ± 14		
^{239}Pu	779 ± 5		0.7
^{241}Pu	1055 ± 8		0.8
^{243}Am	6390 ± 100		0.75

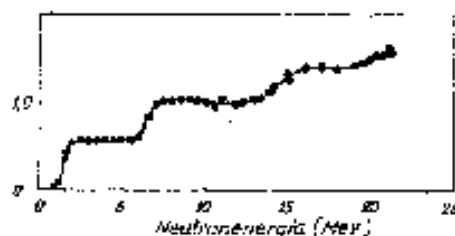
5.3. táblázat. Nehéz magok hasadással keresztmetszetei

$E_0(\text{eV})$	$\Gamma_\gamma \cdot 10^{-3} \text{ eV}$	$\Gamma_b \cdot 10^{-3} \text{ eV}$
0.29 ± 0.005	34 ± 7	105 ± 5
1.13 ± 0.01	30 ± 10	120 ± 15
2.04 ± 0.03	30 ± 6	14 ± 3
2.82 ± 0.05		70 ± 45
3.14 ± 0.02		135 ± 25
3.61 ± 0.02		65 ± 10
4.84 ± 0.02		20 ± 10

5.4. táblázat. ^{235}U rezonancia energiái és a szélességei (γ -bomlás ill. hasadás)

5.5. ábra.

A teljes hasadással és szórás hatáskeresztmetszet-változása a 0.1-5 eV-es neutronenergia-tartományban ^{235}U esetére.



5.4. ábra.

^{235}U hasadási keresztmetszetének menete a bombázó neutronok energiájának a függvényében.

Γ_γ sugárzás és a Γ_s hasadási sebességeket. Γ_γ nagyjából azonos a különböző neutronok esetén, míg a hasadási sebesség erősen fluktuál. Γ_s átlagos értéke 0,1 eV körül van.

Az 5.4 ábrán az ^{235}U -nak gyors neutronokkal végzett hasadási keresztmetszete látható. A görbe jellegzetes, más magoknál is ilyen típusúnak adódik. 2 és 6,5 MeV beesési energia között a hasadási keresztmetszet gyakorlatilag állandó. A 6,5 MeV-nél kezdődő emelkedés annak tudható be, hogy $(n,p'f)$ folyamat is létrejöhet, míg 14 MeV-nél az $(n,2nf)$ folyamat küszöbenergiája van.

5.6.2. Hasadási termékek

A hasadási magok nagy többségében a mag közel három egyforma részre oszlik, vagy két részre, és egy α rész is kilép. Ezek a folyamatok azonban nagyon ritkán, 10^{-4} valószínűséggel fordulnak elő, így a továbbiakban csak a két részre hasadással foglalkozunk.

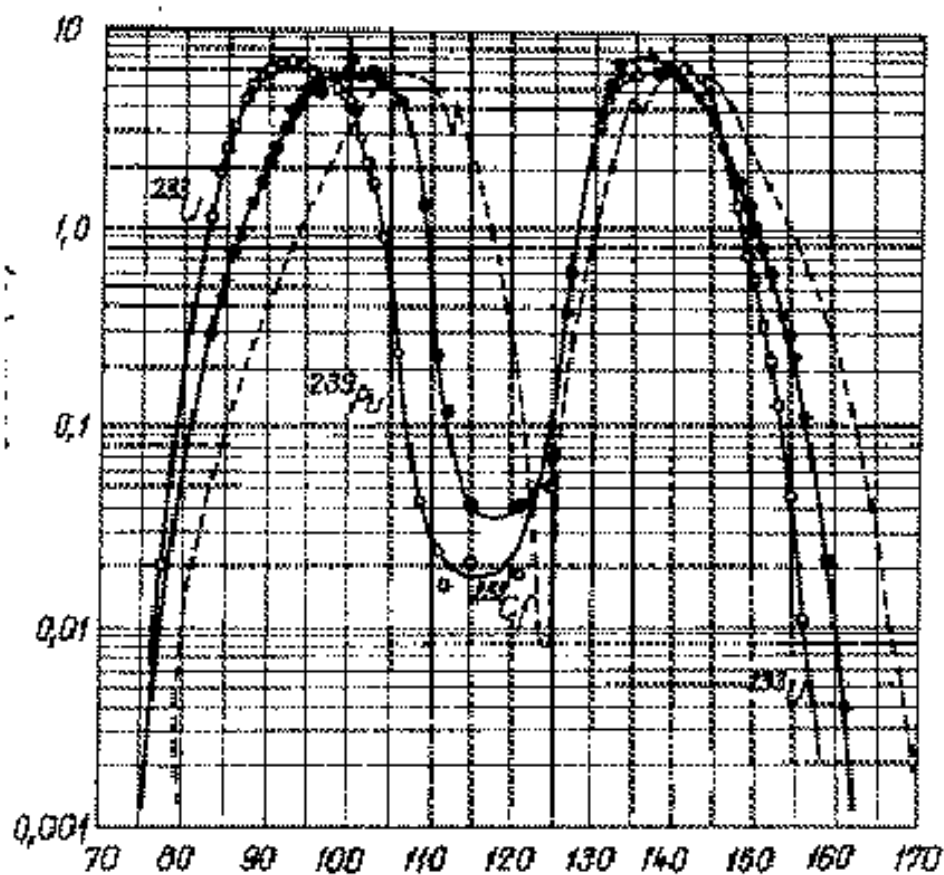
Az előbbiek szerint a hasadási termékek tömegének eloszlása nem egyforma. Az 5.5 ábrán néhány magoknak hasni neutronokkal kiváltott hasadási, ill. spontán hasadási a tömegeloszlást ábrázoltuk. A két egyenlő részre való hasadás nehéz magoknál láthatóan nagyon valószínűtlen. A csúcsok helye nehéz magoknál nagyjából azonos helyre esik, főleg a nehéz mag csúcs azonos minden magnál, a könnyű mag csúcs a tömegesim csúskénésének megfelelően közel eltolódik.

A törlimul könnyebb magok esetén a tömegeloszlás formája megváltozik, egyre nagyobb valószínűséggel lép fel szimmetrikus hasadás. Az 5.6 ábra a ^{238}Pu hasadási termékeknek tömegeloszlást mutatja. A szimmetrikus és antiszimmetrikus hasadás körülbelül egyformán valószínű. Úgyisntén a szimmetrikus hasadás valószínűsége nehezebb magokra is, ha az a beeső bombázó részecske energiája.

A hasadási termékek tömegeloszlást először a statisztikus modellel próbálták magyarázni. A statisztikus modell szerint a hasadó magban termikus egyensúly áll elő és a rendszer végállapotának valószínűsége, azaz azt, hogy melyik végállapot milyen valószínűséggel valószínű meg, a két végmag valószínűségének a aránya határozza meg. A legvalószínűbb az a hasadási mód, amelyiknél a hasadási termékek valószínűségeinek a aránya a legnagyobb. A statisztikus modell durván meghatározza a hasadási termékek tömegeloszlást, de természetesen a hőszervezet, ill. a párenergia hatást sem szabad figyelmen kívül hagyni.

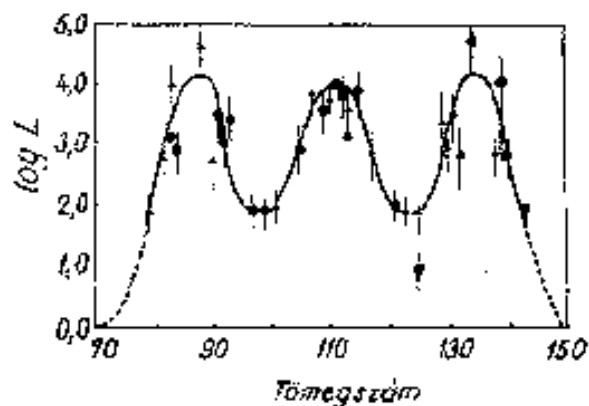
A hasadási termékek töltéeloszlást is kísérleti meghatározni, ez azonban kísérletileg sokkal nehezebb feladat. A hasadás után a keletkezett termékek nagyon neutronosak, hiszen egy nehéz magban sokkal nagyobb a neutronfeleség, mint könnyű magokban, így a hasadást követően β -bomlások következnek be. A β -bomlások a legtöbb esetben olyan gyorsak, hogy nem sikerül regisztrálni őket. Úgy tűnik, hogy elég jó eredményeket ad az a feltevés, hogy a végmagok protonhánya a stabil izotópok töltéséhez képest egyforma a két mag esetében.

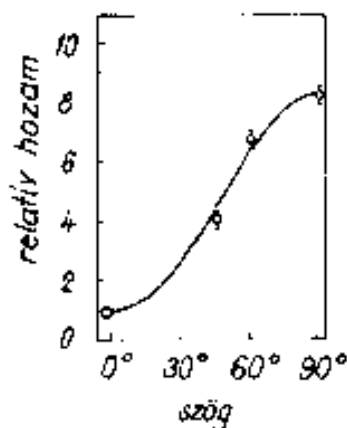
A kísérletek szerint a hasadási kilépő részek elhelyezkedése függ attól, hogy a hasadás milyen módon gerjesztődött. Fotohasadási, azaz fotonok által előidézett hasadási azt tapasztalták, hogy a hasadási termékek a hasadást előidéző részecske irányához képest anizotropan repülnek szét. Páros-páros céltárgy mag esetén a hasadási termékek a bejövő nyálkához képest 90° -ban repülnek szét. Az anizotropia csökken a foton energiájával. Az 5.7 ábrán 7 MeV-es fotonokkal keltett hasadás hasadási termékek anizotropiáját mutatjuk be ^{232}Th esetére. Páratlan tömegszámú céltárgy mag esetén anizotropiát nem észleltek. Az anizotropia oka a páros-páros magok inverz-erkesztésében keresendő. Ha a gerjesztési energia csak kevéssé haladja meg a hasadáshoz szükséges



5.5. ábra.

A hasadási termékek tömegének eloszlása lassú neutronokkal való bombázással ^{233}U és ^{239}Pu esetében, továbbá ^{241}Pu spontán hasadásánál

5.6. ábra. A hasadási termékek tömegeloszlása ^{238}Pu esetében



5.7. ábra. ^{232}Th hasadási termékeinek szögeloszlása a γ fotonok irányához képest.

energiát, a deformáció során a magnak kevés felesleges energiája van. Páros-páros magok szuperfolyékonyak, ezért egyes részecskék csak akkor tudnak gerjesztődni, ha egy pár szétoszlásánál nagyobb energia áll a mag rendelkezésére. Ha a fennmaradó gerjesztési energia ennél az értéknél kisebb, kollektív módok gerjesztődnek. Ezek között van 1^- mód is, tehát páratlan paritást és egyes impulzusmomentumot. Mivel a fotonabszorpció az elektronikus dipól átmenetnél a legnagyobb, a gerjesztett mag 1^- állapotba kerül a foton elnyelése után. Mivel a foton impulzusmomentuma a haladás irányába esik, az 1^- impulzusmomentumállapotot mag beállása is ebbe az irányba lesz. Páros-páros magok kollektív gerjesztésénél az impulzusmomentum iránya és a deformáció szimmetriatengelye merőlegesek egymásra. Mivel a kijövő részek a mag szimmetriatengelyéhez képest lépnek ki isotrópán, a beeső foton irányához képest a kilépés anisotróp lesz. Ha a foton energiája nagyobb, nem csak kollektív, hanem egyre több egyrészecske 1^- állapot is gerjesztődhet, ekkor az impulzusmomentum iránya és a deformáció szimmetriatengelye nem merőleges egymásra, hanem a legkülönbözőbb irányokat lehetnek, kiábrázolva a szögeloszlás isotróp lesz. Úgyadott fennáll az isotrópia páratlan magok esetén, mivel ott már kis energián is gerjesztődhetnek egyrészecske módok.

Gyors neutronokkal vagy töltött részecskékkel bombázva az atommag impulzusmomentuma nagyjából a részecskék beesési irányára merőleges. Másrészt a mag szimmetriatengelye is merőleges az impulzusmomentumra, így a szimmetriatengely a beesési irányba mutat, a részecskék kilépése ebbe az irányba lesz.

5.7. Hasadási energia meghatározása héjmodellből

Az atommag energiájának Weissäcker félempirikus formulájában nincs figyelembe véve sem a héjstruktúra, ill. a párenergia, sem a deformáció. Ez utóbbi az előbbiből következik: héjstruktúra nélkül a legmélyebb energiájú magak mindig a gömbszimmetrikus.

A héjstruktúra hatásának figyelembevétele nem túl egyszerű dolog. Elvileg meg lehet azt csinálni, hogy a Hartree-Fock számításokhoz hasonló számításokat végzünk deformált magokra is, azaz a $\langle \psi | H | \psi \rangle$ hullámfüggvényt minimalizáljuk az egyrészecske hullámfüggvények szerint, ahol H a mag teljes Hamilton operátora, és ψ a teljes hullámfüggvény, de az csak az egyenestűl deformált állapotot szolgáltatja. Ahhoz, hogy hasadási deformációkra megkapjuk a mag hullámfüggvényét, mellékfeltételként meg kell még adni a magasabb momentumok értékeit is. Ilyen módon a hullámfüggvényeket a deformációs paraméterek függvényében kapjuk meg. Mivel azonban deformált magoknál a módok nem degeneráltak és minden hullámfüggvény részük része is különbözik, a deformált Hartree-Fock számítás phitónhura pl. $240\text{u}240$ csatolt differenciálegyenlet megoldását jelent, ami nehézségekbe ütközik. Éppen ezért a self-konzisztens Hartree-Fock egyenletek helyett hasadási egy Saxon-Woods potenciálban szokták az egyrészecske hullámfüggvényeket megkérni. Ha azonban a Saxon-Woods egyrészecske energiákkal határozzák meg a mag energiáját, az

$$E = \frac{1}{2} \sum_i (t_i + e_i)$$

Hartree-Fock-összeffüggés használata már nem jogszerű. (E a mag teljes energiája, e_i az egyrészecske energiák értéke és t_i az egyrészecske kinetikus energiája.) Ez csak szelf-konzisztens számítások esetén érvényes. Még lehet természetesen azt is csinálni, hogy a Saxon-Woods egyrészecske hullámfüggvények antiszimmetrikus sorozatát képezve az így kapott teljes hullámfüggvénnyel képezzük H várható értékét, egyszer deformált, egyszer gömbaszimmetrikus esetre, és a különbsége a hasadási energia.

$$E_b = \langle \psi_{krillif} | H | \psi_{krillif} \rangle - \langle \psi_{slap} | H | \psi_{slap} \rangle$$

A számítások azonban rendkívül hosszadalmasak és nehézkesek és nem várhatjuk, hogy elég pontosak, hiszen a Saxon Woods hullámfüggvények csak közelítőleg érvényesek, egyáltalán nem a valódi hullámfüggvények, és nem tudjuk, milyen jó ez a közelítés.

Ezt a problémát elkerülendő Struttinsky és munkatársai egy új módszert találtak ki. A deformált folyadékrsepp, mint láttuk, elsőrendben jól leírja a deformációt, csak a héjszerkezetet kell figyelembe venni valamilyen módon. Egy Saxon-Woods potenciálvilágban meghatározza az egy részecske energiákat, és a mag teljes energiáját mint a

$$E = E_{cm} + \Delta E_{héj} + \Delta E_{pár}$$

kifejezést írta fel, ahol $\Delta E_{héj}$ és $\Delta E_{pár}$ a

$$\Delta E_{héj} = \sum_i e_i - \overline{\sum_i e_i}$$

$$\Delta E_{pár} = E_{pár} - \overline{E_{pár}}$$

összeffüggésekkel van meghatározva. $\Delta E_{héj}$ a héjkorrekció, $\Delta E_{pár}$ a párenergia miatti korrekció. A fentiek felírásához a következő alapgondolat vezet: a cséppmodell energia az átlag energiaértékeket tartalmazza, tehát csak az ehhez képest fellépő korrekciókat kell figyelembe venniük, amik egészen véve kis számértékek. Az

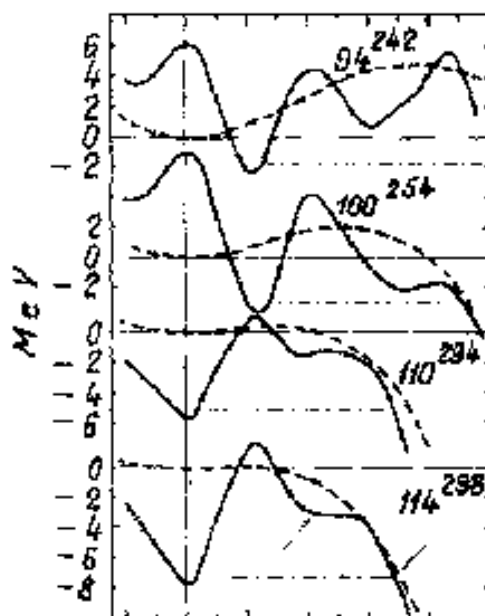
$$E = \sum_i e_i + E_{pár}$$

kifejezés nagyon pontosanul határozza meg az energiát, egyáltalán nem várhatjuk, hogy a hasadási energia értékek meghatározásánál jó számértékeket kapunk. A kis számértékű korrekciók meghatározására azonban jó lehet ez az eljárás is. Mivel az átlagértéket jól megkapjuk a cséppmodell számításokból, vonjuk le a fenti E -ből az átlagértéket és adjuk hozzá a cséppmodell átlagértéket. Az eredmények csakugyan rendkívül jól megegyeztek a tapasztalattal. Az 5.8 ábrán az e deformációs függvényében (a magasabb rendű deformációkra nem tudunk) fel van tüntetve a mag energiája. Az első minimum az alapállapot deformációjának felel meg. Valamennyi magnál látható egy második minimum is a hasadás előtt. Jól látható, hogy a második minimum a héjszerkezet következménye, a cséppmodell (szaggatott vonal az ábrán) nem ad ilyen minimumot. Néhány magokra (transzuran magok) a második minimum után fellépő maximum alacsony és keskeny.

A két maximumos hasadási gát létét az utóbbi évek kísérleti eredményei igazolták. Ezek közül a legfontosabb a spontán hasadó izomérak felfedezése volt. Ezek az izomér állapotok inkább hasadással bomlanak, mint γ bomlással. Az első ilyen izomér, amit felfedeztek a ^{242}Cm izomér állapota, 14 ms felezési idővel hasadt. A jelenség magyarázata a második minimum fellépése. Az izomér állapot ezen második minimumban van, a hasadás abból az állapotból jóval könnyebb, mint az alapállapotból.

5.8. Az atomenergia felhasználása

A hasadás magfizikai jelenség, egy magfizikus számára a hasadás a gerjesztett atommag egy lehetséges bomlóformája. A hasadás szerepe egyáltalán nem kitüntetett. A gyakorlati élet szempontjából azonban a hasadás túlsúlyt a magfizika keretén, a hasadás során felszabaduló hatalmas energiamennyiség miatt. Már minden országban atomenergia birtokosok vannak, és a hasadásmal



5.8. ábra.

A potenciális energia e függvényében különböző magokra. A szaggatott vonal a cseppmodell számítások eredménye, a folytonos vonal a hélyszerkezetet is magába foglalja.

felszabaduló energia hasznosítása országos gazdasági feladattá vált. Éppen ezért indokolt az atomenergia hasznosításának elvi és gyakorlati problémáiról külön beszélni.

5.8.1. Neutron kilépés hasadáskor

Mint már említettük, a hasadó magok lényegesen neutrondúsabbak, mint a hasadással termékek. A neutronfeleslegüket a magok részben β -bomlással, részben neutron kilépés révén vesztik el. A neutronok egy része a hasadás pillanatában kilép a magból, más részük viszont csak a magfellel bomlásidőközbe képest jóval később, másodpercek sőt esetleg percek múlva lép ki. Ezeket a neutronokat nevezzük késleltetett neutronoknak. A késleltetett neutronok nyilván nem köztöméses magreakcióknál megszokott, bomlás során lépnek ki, hiszen ezeknek az időtartama $10^{-16} - 10^{-22}$ sec lenne. A késleltetett neutronok kiléptének magyarázata a következő: a hasadás után végtermékek nem kötött neutronjait azonnal elvesztik neutronkilépés révén. A maradék magok még neutrondúsak lehetnek, de neutronkilépés már nem következik be, mert minden neutron kötött. Ezek a magok (β -bomlással más magokba alakulnak át. Előfordulhat, hogy a keletkezett új mag nem stabilis neutronkilépéssel szemben: ilyenkor neutronok lépnek ki a magból. Természetesen ez a neutronkilépés csak a β -bomlás után következhet be, így a hasadáshoz képest késleltetett. Az azonnali kilépő neutronok energiája néhány MeV körül van, hasadásonként átlagosan 2,5 neutron lép ki. A késleltetett neutronok energiája keV nagyságrendű, ^{235}U esetén átlagosan 0,018 lép ki magonként.

Ha egy hasadó mag neutronokkal ütközik, a neutron befogja és bizonyos valószínűséggel elhasad. Egy hasadás során 200 MeV energia szabadul fel, nagyrészt a hasadási termékek kinetikus energiája formájában. A hasadási termékek fűtődnek az őket körülvevő anyagban, az fűtődés során lelassulnak és kinetikus energiájuk hővé alakul. A felszabaduló energia tehát hőenergiává alakul át.

A hasadás során neutronok lépnek ki a magból, amely neutronok egy része további hasadást indukálhat az őket körülvevő hasadó anyagban. Ha egy, vagy egynél több neutron keltett újra hasadást, a hasadás önmagátartó lesz, láncreakció következik be. Ha átlagosan egy neutron kelt

Céltárgy mag	σ_f (barn)	σ_γ (barn)	γ	η
^{235}U	521	69	2.51	2.29
^{239}U	590	108	2.47	2.08
Természetes urán	—	—	2.47	1.33
^{239}Pu	729	300	2.91	2.08

5.5. táblázat. Hasadós anyagok jellemzői termikus neutronokkal bombázva

újabb hasadást, a felszabaduló energia állandó, ez a helyzet a reaktorokban. Ha egynél több neutron kelt újabb hasadást, a felszabaduló energia exponenciálisan növekszik: ez az atombomba.

Nézzük meg, mi a valószínűsége annak, hogy egy a hasadás során kilépett neutron újabb hasadást kelt elő. A kilépő neutronokkal a következők történhetnek:

1. Kilépnek a hasadó anyag felületén
2. A hasadó anyag közötti jelenlevő nem hasadó anyagban fogódnak be
3. Hasadó anyagban fogódnak be, de nem keltnek elő hasadást.
4. Hasadás következik be.

A neutron veszteséget csökkenthetjük, ha tiszta hasadó anyagot alkalmazunk, amiben minimális a szennyezettség, csak olyan szennyezőanyag van jelen, ami nem nagyon fog be neutronokat, továbbá ha nagy hasadó tömböket veszünk, azaz a felületet csökkentjük a térfogathoz képest.

Legyen N azoknak a gyors neutronoknak a száma, amelyek hasadás során elnyelődnek a hasadó magokban. A magok bomolhatnak hasadással, rugalmas neutron szórással vagy β -bomlással. A rugalmas neutronszórás esetében az esetekben elhanyagolható és a teljes keresztmetszet

$$\sigma = \sigma_f + \sigma_\gamma$$

A hasadó magok száma ezek szerint

$$\eta = \frac{N\sigma_f}{\sigma}$$

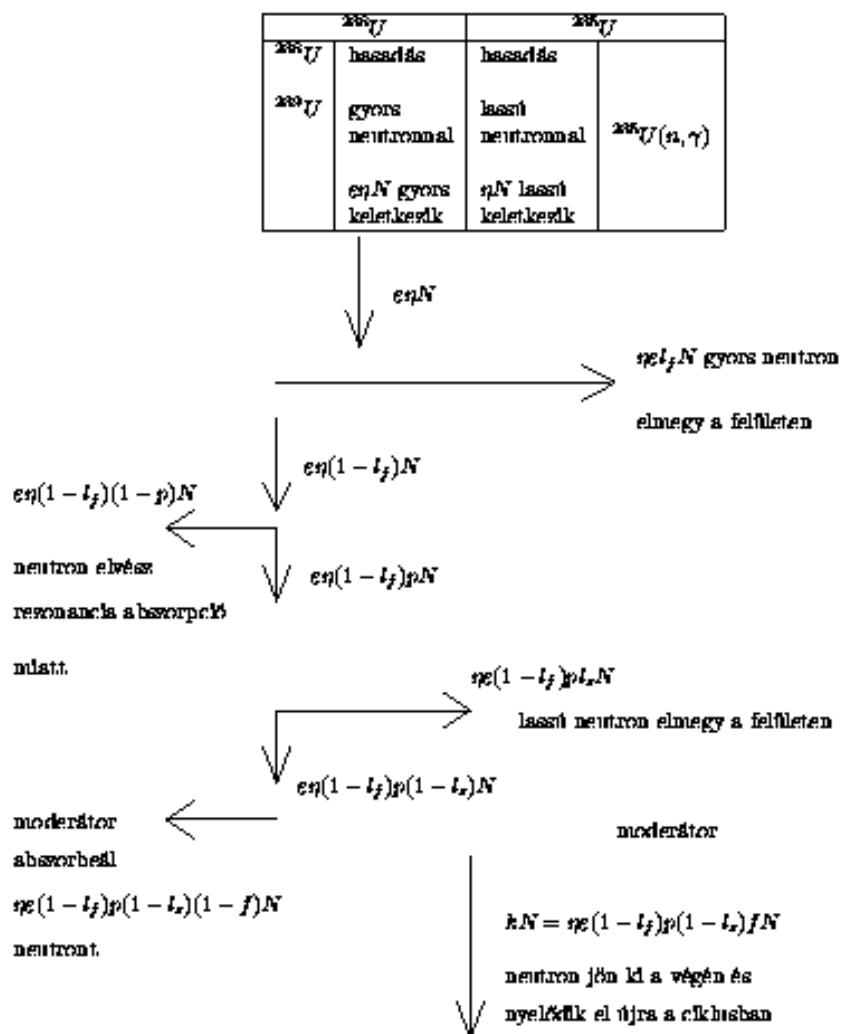
Az 5.5 táblázatban fel van tüntetve néhány magra a hasadás során kilépő neutronok száma (γ) egy tiszta végtelen anyagban az újra hasadó magok száma (η) és a σ_f ill. σ_γ hatáskeresztmetszetek értéke.

5.8.2. Hasadó reaktorok

Hasadó reaktorok a természetben megtalálható legjobban hasadó anyag, az uránium segítségével működnek. Az uránnak két izotópja van, az ^{235}U és a ^{238}U . Ezek közül az ^{235}U hasad jobban, kisebb a hasadási energiája, ugyanis ennél nagyobb a Z_A^2 érték. Az ^{235}U -nek természetesen a spontán hasadás félfélettartama is rövidebb, ezért a természetben kisebb mértékben található: a természetes urán közöttük csak mintegy 7 %-a ^{235}U . A reaktorban először ^{235}U van. Az ^{235}U -ban a hasadási keresztmetszet 1 MeV-nél lassabb neutronok esetén elhanyagolható, de 5 és 100 eV-os neutron energiánál rezonanciák vannak, ahol az (n, γ) hatáskeresztmetszet nagyon nagy. Ez az oka annak, hogy a természetes urán nem hasad el: ha elég nagy a tömb ^{235}U -ben egyetlen neutron is elindíthatná a hasadást, de az ^{235}U hasadási keresztmetszete csak termikus neutronokra nagy, ha pedig a neutronok lelassulnak, az ^{235}U elnyeli őket. Éppen ezért a természetes uránban csak úgy következhet be a hasadás, ha a neutronok lelassítása az urántömbön kívül történik.

A reaktorok működésének első követelménye, hogy az előző pontban említett η faktor egynél nagyobb legyen. ^{235}U -re $\eta = 2.08$, természetes uránra $\eta = 1.33$. Ez az egy elnyelt lassú neutronra eső keletkezett gyors neutronok száma. A keletkezett gyors neutronokat szintén le kell lassítani a hasadó anyagban kívül. Emlétt egy hasadó uránreaktor lassító anyagba behelyezett urántömbökből áll. A lassító anyag neutron befogási keresztmetszete kiad kell hogy legyen, ilyen anyag például a grafit, vagy a deuterium.

A neutronciklus szemléltetés az 5.9 ábrán látható.



5.9. ábra. Neutron ciklus természetes urán reaktorban

A termikus neutron elnyelődik a hasadó anyagban, gyors neutron lép ki onnan, az lelassul majd újra elnyelődik. Eredetileg N lassú neutron nyelődött el és kN azon neutronok száma, amelyek a ciklus végén újra elnyelődnek. A reaktor működésének feltétele, hogy $k > 1$ legyen, de ugyanakkor k túlságosan nagy sem lehet, k értékét kell egy reaktor működésénél meghatározni.

Ha N neutron nyelődött el, először ηN gyors neutron keletkezik a hasadás során. Ezek közül néhány ^{235}U -on kelt hasadást, ezek során újabb gyors neutronok keletkeznek, így a gyors neutronok száma ϵ -szorosára nőtt. Néhány gyors neutron elhagyja a reaktort, ezek tehát a további események szempontjából elvesztettek. Ha l_f a neutronok felületén való kilépésnek valószínűsége, a megmaradó gyors neutronok száma $\eta\epsilon(1 - l_f)N$. A lelassulás során a neutronok egy része természetesen visszamarad az uránba és elnyelődik ^{235}U -on működben fotonok lépnek ki. Ha p annak a valószínűsége, hogy egy neutron elkerül az elnyelődést, a megmaradó gyors neutronok száma $\eta\epsilon(1 - l_f)pN$. A termikus neutronok egy része megint elhagyja a reaktort további elnyelődés nélkül, így a megmaradó neutronok száma $(1 - l_s)$ -szel csökken, végül a neutronok egy része a hasadó anyagban fogódik be. Ha f annak a valószínűsége, hogy a neutron nem fogódik be a hasadó anyagban, a meghatározandó k állandó

$$k = \eta\epsilon pf(1 - l_f)(1 - l_s).$$

Ha a hasadó tömbök hővezetése nagyon nagy, $l_f = l_s \sim 0$, azaz a felületén való eltávozás valószínűsége elhanyagolható.

$$k_{\infty} = \eta\epsilon pf = 1.33 \cdot 1.02 \cdot 0.9 \cdot 0.9$$

tipikus adatok az egyes tényezőkre, így a reaktor működésének a feltétele az, hogy a neutronok felületén való eltávozás ne csökkentse le k értékét 1.10-nél 1 alá.

Ma már a világ különböző tájain különböző típusú reaktorok működnek, ezekről nincs értelme részletebben beszélni. Erdemes megemlíteni azonban egy problémát, ami valamennyi hasadó reaktornál közös: a hasadás után radioaktív kiegészítő anyagok maradnak vissza, amelyeket valamilyen módon el kell távolítani. Ezek az anyagok hosszabb rövidlebb ideig még sugároznak, ezért egyszerűen eladni őket tiltottan veszélyes lenne. Ólomköpenybe ágyazva feltehetőleg ártalmatlanná tehetők, mert az ólom a sugárzások nagy részét elnyeli, de ez költséges és nehézkes eljárás. A radioaktív szennyezett termékek elhelyezése minden reaktornál probléma és nem megoldott feladat.

5.3.3. Fűtős reaktorok

Energiafelszabadulás nem csak hasadás, fűtő révén is bekövetkezhet. Itt csak a fűtős reaktorok legényesebb problémáit említfik meg.

Két deuteron α -részvé fűtőelődés közben nagy mennyiségű energia szabadul fel, és semmilyen szennyezett radioaktív anyag nem keletkezik. Mivel deuteron lényegesen nagyobb mennyiségben található Földünkön, mint urán, a fűtős reaktorok tüzelőanyaga is káseken van. Elvileg tehát a fűtős reaktorok sokkal olcsóbbak energiatermelő berendezések, mint a hasadó reaktorok, ennek dacára fűtős reaktor ma még nem ismerel és a közeljövőben senki sem várja működésüket. A fűtős reaktorok megvalósításánál fellépő technikai problémák megoldása ugyanis még nagyon messze van.

Két deuteron α -részvé való egyesülését, akárcsak a nehéz magok szétbomlását, a két fél ható Coulomb tasztás akadályozza meg. A deuteronok két ható nukleáris erőik csak akkor érvényesülhetnek, ha a részek 10^{-13} cm távolságra vannak egymástól. Ahhoz, hogy két töltött deuteron ilyen közel kerülhessen egymáshoz, le kell győzniük a két fél felépő elektromos tasztást. A Coulomb gát magassága klasszikusan $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r}$, ilyen nagy energiája kell, hogy legyen a két részecskének. Kvantummechanikailag a részek alagút effektus révén ennél kisebb energia esetén is átjutnak a potenciálfalon, de ahhoz, hogy a fűtő nagy valószínűséggel végbemenjen, legalább néhány száz keV energiája kell hogy legyen a részecskének. Mivel a fűtő nem önfenntartó folyamat, mint a hasadás, nem elég néhány ilyen nagyenergiájú részecskét belőni a rendszerbe, hanem el kell érni, hogy jelentős számú részecskének ilyen nagy energiája legyen. Ez csak olyan módon érhető el, hogy a rendszert felmelegítjük és a részecskék hőmozgásából származó kinetikus energia a kívánt érték. Egy meleg gáz részecskének sebesség és így kinetikus energiameátlása Maxwell-eloszlást követ, azaz az E energiájú részek száma $e^{-E/kT}$ -vel arányos. Egy E energiájú részecske a Coulomb gáton $E < V_c$ esetén (V_c a Coulomb gát magassága, $e^{-\sqrt{V_c}}$) valószínűséggel jut át, ahol αV_c -től függ. A fűtő valószínűsége tehát $e^{-(\sqrt{V_c})^2}$ -vel arányos végeredményben. A legnagyobb a folyamat valószínűsége annál az

energánál, ahol a kitevő minimuma, azaz $E = \left(\frac{\alpha kT}{2}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$ -nál. Ilyenkor a fűtő valószínűsége $e^{-\alpha\left(\frac{\alpha kT}{2}\right)^{\frac{1}{\alpha}}}$ -nal lesz arányos. α a Coulomb gát magasságától függ, azaz egy adott érték. A fűtő valószínűsége annál nagyobb, minél nagyobb a T hőmérséklet. Számottevő fűtő valószínűséghez kb. millió fok hőmérsékletre kell a gázt felmelegíteni.

A fűtő reaktornál kapcsolatban levő technikai problémák három részre oszthatók:

1. A deuterium gáz felmelegítése
2. A millió fokos gáz egyfűt-tartása
3. A felszabadult hőenergia hasznos elvezetése.

Az első probléma elvileg ma már megoldott, felkészítéssel tudnak millió fokos hőmérsékleteket előállítani. Annál nehezebb feladat a magas hőmérsékletű gáz egyfűt-tartása. Semmilyen edény nem bírja ki ezt a magas hőfokot, tehát edényben tartani a gázt nem lehet. A megfűtés valószínűleg mágneses tér segítségével történhet. Őrült elektromágnesekkel töltött részeket, elvileg esetleg egyfűt lehet tartani és a gázt előre összenyomni, de egyelőre nem sikerül stabilizálni az egészet. Végül nem olyan egyszerű feladat a felszabadult energia elvezetése sem.

5.8.4. Atombombák

Az atomenergiát pusztító célra könnyebb felhasználni, mint békés célra, hiszen bombában egy csomó szabályozó feladattal nem kell törőni, eszenkvől mivel bomba kevesebb van, speciálisabb anyagokból lehet készíteni.

Az első atombombák a hasadó bombák voltak. A hasadó bombákat ^{235}U -ból, vagy a még jobban hasadó, a Földön ma már nem található, ötmillió éves felezési idejű ^{239}Pu -ból csinálták. A hasadó bombák működését elve ugyanaz mint a reaktoré, csak itt nagyobb szerephez jut a kritikus méret meghatározása. Reaktornál a reaktor méretét, uránrudak betöltésével ill. kihúzásával könnyű szabályozni, a bombánál ezt nem lehet csinálni. Mivel a bombában nincs ^{235}U , a hasadás során kilépő gyors neutronok magában a hasadó anyagban lelassulnak, működésben nagy számú neutron kilép a felületen. Ahhoz, hogy a hasadás láncreakciószerűen bekövetkezzen, a felület és a térfogat méretének viszonya egy meghatározott értéknél kisebb kell hogy legyen. Ugyanakkor nyilvánvaló, hogy a kritikus méretnél nagyobb bombákban a hasadás véletlenül pl. kosulós sugárzás hatására is megindulhat, így ekkora bombákat tárolni nem lehet. Az atombomba éppen ezért két, a kritikus méretnél kisebb fázisból áll, amelyeket a ledobás pillanatában lőnek össze, működésben a hasadást egy kritikuságas radioaktív neutronforrás beindítja.

A fűtő bombák megvalósítása is lényegesen egyszerűbb feladat, mint a fűtő reaktoré, hiszen a felmelegített gázt csak néhány pillanatig kell egyfűt-tartani. A próbarobbantásoknál a fűtő gázt mélyhűtve tartották, hogy a robbantás pillanatában a rendszer tovább egyfűtmaradjon. A gázt a robbantás pillanatában egy hasadó bomba melegítette fel. Bkonyos verziókban a gázt még egy hasadó köpenyvel vették körül a nagyobb hatékonyság kedvéért.

A bombákat továbbá fűzőkkel lehet még hatékonyabbá és biztonságosabbá tenni. Egy ilyen lehetőség például a bombáknak Co köpenyvel való körülvétele. A Co egy 5 éves felezési idejű radioaktív anyag, ahová tehát kobalt bombát dobunk, ott a terület gyakorlatilag 5 évig lakhatatlanná válik.

Valamennyi bombában neutronok szabadulnak fel, a neutronok pedig különböző anyagokon befogódva radioaktív izotópokat képezhetnek. Egyik ilyen veszélyes izotóp a stroncium radioaktív izotópja, amely a tejjel tud az emberi szervezetbe kerülni. A stroncium a kalciumhoz hasonló kémiai szerkezettel, képes kis gyermekek csontrendszerébe a kalcium helyett beépülni. Nem csak az atombombák ledobása veszélyeztette a Föld lakóinak az épségét, hanem a kísérleti robbantások is.

6. fejezet

A magfizika felhasználása

A magfizika elméleti, kísérleti és technikai eredményeit számos tudományágban továbbá a gyakorlati életben is felhasználják. A továbbiakban, anélkül, hogy teljességre törekednénk, ezek közül az alkalmazások közül néhányat foglalkozunk részletesebben.

6.1. A magfizika a fizika egyéb területein

A magfizikai eredményeket természetesen legelőször is a fizika egyéb területein, továbbá a határterületeken alkalmazzák. Az asztrofizikával az előző fejezetben részleteseen foglalkoztunk, erről nem kívánunk most beszélni. De ugyancsak sokat felhasznál a magfizikai eredményekből az elemzéses fizika. Egy részecskefizikus számára az atommag kísérleti objektum, amelyen az alapvető kölcsönhatást behatóan tanulmányozhatja. Az erő kölcsönhatására vonatkozó alapvető ismeretek közé tartozik a nukleon-nukleon valamint a nukleon-mezon kölcsönhatás ismerete. Az előbbi a magfizika szerves része, az utóbbi mezonoknak atommaggal való kölcsönhatása tanulmányozásával ismerhetjük meg legjobban. A részecskefizika ma használt matematikai apparátusának egy része, mint pl. a csoportelmélet vagy a komplex függvénytan egyes részeit szintén a magfizikai szükségletekből szillettek meg. De a magfizika hatására fejlődött ki az elemzéses fizikában alkalmazott műszerek nagy része, a gyorsítók, detektorok stb. Az elemzéses fizika változásban a magfizika továbbfejlesztése a nagyobb energiák tartományában.

Magfizikai jelenségeken alapuló módszereket használnak gyakran a szilárdtestfizikában is. Itt a módszer lényege az, hogy az atommag gerjesztett állapotát mágneses és kvadrupólymomentáinak révén kölcsönhatásba lépnek a környezeti mágneses és elektromos térrel és ezáltal pl. megváltozik a nívók energiája vagy a mágnyomenták értéke. A leggyakrabban használt egyik módszer a Misesbauer effektuson alapul.

Atomfizikában régóta megfigyelték az ún. rezonancia abszorpciót és emissziót, amikor egy bizonyos frekvenciájú besugárzásra az atom alapállapotból gerjesztett állapotba megy át, majd egy idő múlva ugyanent az elnyelt fényt emisszióval kiadja. Ezen alapul pl. a fluoreszkálás. A folyamat hatáskeresztmetszetének rezonanciaértéke van a gerjesztett és alapállapot különbségének megfelelő energiánál.

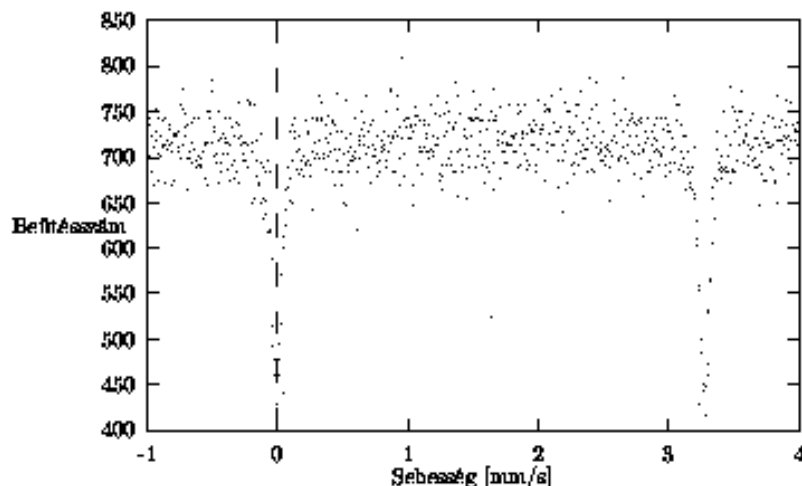
Hasonló jelenség várható elvileg a magfizikában is, t. i. egy gerjesztett állapotnak megfelelő energiájú γ -sugarak, amelyek valamilyen radioaktív forrásból lépnek ki, rezonanciaszerűen elnyelődnek, majd újra kibocsátódnak. A rezonancia abszorpciót nem tudták azonban megfigyelni. Ennek oka az volt, hogy a mag, amikor egy γ kvantumot kibocsát, visszalökődik, az energia egy része erre fordítódik és a kibocsátott energia kevesebb mint a gerjesztett nívó energiája. Ha ugyanezen kiejtett γ -sugarakkal besugározzuk újra az anyagot, nem lesz a hatáskeresztmetszetben rezonancia, sőt mivel az alacsony energiájú nívók nívószélessége keskeny, még csak nem is vagyunk a rezonancia közelében. Ha azonban a sugárzást kibocsátó atommagok egy kristályban vannak, a visszalökődés energiát a kristály veszi fel. A kristály a visszalökődés energiát részben transzláció, részben belső energia formájában veheti fel. Az első ezek közül a kristály nagy tömege miatt elhanyagolható. Meg lehet mutatni, hogy bizonyos körülmények között a belső energia átadásának valószínűsége is nagyon kicsi és az emisszió-abszorpció visszalökődés mentes. Legyen a visszalökődés során az energavesztés

$$\Delta E = \frac{E_0^2}{2M_c}$$

és legyen a kristályon belül a vibrációs állapot energiája $\hbar\omega$. Ha $\Delta E \gg \hbar\omega$, azk oszillátor vessi fel a visszalökési energiát. Ha azonban $\Delta E \ll \hbar\omega$, egy oszillátor kis valószínűséggel gerjeszthető és az abszorpciós visszalökés mentes lesz. Mivel $\hbar\omega \sim k\Theta$, ahol Θ a kristály jellegzetes hőmérséklete, a visszalökés mentes abszorpciós feltétele

$$E_0^2 \ll 2M_c^2 k\Theta,$$

azaz kis energiánál jöhet létre.



A ^{56}Fe ábramozgókészítéknek Mössbauer spektruma

A visszalökésmentes emissziós vonalak energiája rendkívül éles. Ha a mag elektromágneses térbe kerül, a hiperfinomszerkezet miatt az energiaállapotal felhasadnak. A rendkívül éles energiájú γ -sugarak mérésével megállapítható a felhasadás energiakülönbsége és így a közönséges elektromágneses tér erőssége. A kristályban lévő elektromágneses tereket ilyen módon jól lehet mérni.

A magföldkel eredményeket a földszel határos területeken is nagyban felhasználják. Mikrobiológusok radioaktív atommagokat használnak nyomjelzőként a sejtek csoportosításának ill. a baktériumok viselkedésének tanulmányozásánál. Biológusok radioaktív besugárzott állatok megfigyelésével határozzák meg, milyen mértékben mozognak el az állatok eredeti helyzetükből stb. Sajnos ezekkel nincs látni részletesen foglalkozni, csak néhány gyakorlati alkalmazással és védekezési szempontot említünk meg a következőkben.

6.2. Sugárvédelem

A radioaktív izotópok olyan izotópok, amelyek önmaguktól radioaktív sugárzással stabil magokra bomlanak. A radioaktív izotópokat mesterségesen állítják elő, a sugárzások közé a következőkben a neutron sugárzást is beszámítjuk. A gyakorlati életben és tudományos célokra egyaránt használnak radioaktív izotópot, azért elégséges és legfontosabb feladatunk a sugárzás elleni védekezés megismerése.

A radioaktív bomlásokban felszabaduló sugárzó energiának csak az a része fejt ki biológiai hatást, amelyik a testszövetben elnyelődik. A besugárzott anyag egy grammja által bármilyen fajta ionizáló sugárzásból elnyelt energia mennyiségét nevezzük dózissal. A dózis egysége a rad. $1 \text{ rad} = 100$

erg/g. Elektromágneses sugárzások dózisének egysége a röntgen (r). Egy röntgen erősségű elektromágneses sugárzás hatására 1 cm^3 normál levegőben egy elektrostatikus, egységgel rendelkező ionpár keletkezik.

Az emberi szervezet nem egyformán érzékeny a különböző sugárzásokra. Ugyanolyan dózis gyors neutron-sugárzás jóval veszélyesebb, mint lassú, és még ez az utóbbi is veszélyesebb, mint a γ -sugárzás. Ezért bevezettek még egy egységet, a rem-et. Egy rem erősségű sugárzás ugyanazt a biológiai hatást váltja ki, mint egy röntgenről γ sugárzás.

A sugárzás biológiai hatása elcsúszban abban jelentkezik, hogy szétroncsolja az élő szervezetek sejtjeit. Nem tudni pontosan, hogy ezt milyen módon teszi, valószínűleg ionizáció révén. Két elmélet van a sugárhatások mechanizmusára, egyik elmélet sem teljesen elfogadható.

A találatelmélet szerint az élő sejtekben egymástól bizonyos távolságokra meghatározott mérettel sugárérzékeny térfogatok foglalnak helyet. Biológiai sugárhatás csak akkor következik be, ha a sugárzás részeként egy ilyen sugárérzékeny térfogatot találunk el. Minél nagyobb a dózis, annál valószínűbb a találat.

A víráktiválási elmélet szerint az élő szervezetben nagy mennyiségű víz van, és az ionizációk többsége ezekben a vízmolekulákban jön létre. A semleges vízmolekulákból kémikailag igen aktív gyökérek keletkeznek, amelyek a biológiai fontos molekulák kémiai szerkezetét és így biológiai tulajdonságait megváltoztatják.

Kis mérettel besugárzás után egy rövid idő elteltével a szervezet regenerálódik, a sejtek normális mértékben szaporodnak, azaz a szervezet pótolja a megsérült sejtek egy részét. A sugárártalmat nemcsak az azabja meg, mennyi a besugárzott dózis, hanem az is, hogy ez mennyi idő alatt sugárzott be. Rövid idő alatt nagyobb behatás ártalmasabb, mint hosszútávban ugyanakkora hosszabb ideig tartó kisebb behatás. Természetesen a regenerálódás soha nem teljes, az ártalom egy kis része mindig megmarad és összegyűlik a szervezetben.

A sugárártalmak külön csoportját alkotják az ún. genetikai sugárártalmak. A legfontosabb szerepe az örökítő tulajdonságoknak a kromoszómáknak van. Ionizáló sugárzások hatására változások történhetnek a kromoszómát alkotó génekben, vagy azok elhelyezkedésében és ezáltal az örökítő tulajdonságok változnak. Ezeket a változásokat nevezzük mutációknak. Mutációk más okból is előfordulhatnak és hatásuk elvileg hasznos is lehet, de egy olyan bonyolult szervezetben, mint az ember, a leghasznosabb mutációk valószínűleg már kialakultak és az új mutációk inkább csak károsak. A mutációk rejtve is lapanghatnak egy emberben, olyan módon, hogy az egyik szülőből örökített mutáció továbbadódik az utódoknak és csak akkor jelentkeznek észrevehetően, ha egy egyed mindkét szülőjétől való kóditól egyforma mutációt örököl. Így lehet, hogy a most szenvedett károsítások csak dédunokáinknál látnak napvilágot.

Közvetlen azonnali károsítást akkor okoz a sugárzás, ha erőssége meghaladja a 25 radot. Ez általában jelentősen megváltoztatja a fehérvérsejtszámot. 400 rad dózis körül a besugárzott személyek fele egy hónapon belül meghal, 600 radot pedig alig van aki túlél. Ha a sugárzás nem éri az egész testet, hanem csak a végtagokat, hatása lényegesen gyengébb, rendszert a bőrre korlátozódik. 400 radnál hajhullás, égési sebek jelentkeznek. Hasonló a β -sugárzás hatása is, mivel a részekék kis áthatási képességük miatt nem jutnak a szervezetbe. Az α -sugárzás csak akkor veszélyes, ha bejut a szervezetbe, külső hatása nincs, mert a bőr érzéketlen részén elnyelődik.

A sugárzások megbetegedések körül igen gyakori az olyan eset, amikor az évek, esetleg évtizedek alatt kiváltott hatások összegződnek és súlyos betegséget okoznak. Az átlagos életkor sugárzások kitétt személyeknél általában még akkor is megrövidül, ha a halálhoz katasztrofálisan közel még nem volt a sugárártalomnak.

A sugárzások elleni védekezés jelenleg csak arra korlátozódik, hogy a sugárzások kitétt dolgozók minél kevesebb dózist kapjanak. Ez elérhető úgy, hogy csökkentik a veszélyes helyen való tartózkodás idejét, a sugárforrástól való távolságot növelik és végül úgy, hogy a sugárforrás és a dolgozó közé elhelyezkedjenek.

6.3. A radioaktivitás orvosi felhasználása

Az előző pontban beszéltünk arról, hogy a radioaktivitás milyen veszélyes az emberi szervezetre. Azonban az orvostudományból jól ismert tény, hogy annál nagymértékben veszélyes az emberi szervezetre, kis mértékben és helyesen alkalmazva felhasználható gyógyításra.

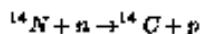
A sugárterápia, azaz az ionizáló sugárzásnak segítségével való gyógyítás a kórtudatban erősen össefonódott a rák elleni küzdelemmel. Természetesen nem várhatjuk azt, hogy a radioaktivitás meggyógyítsa a rákot, hiszen a rák a szervezet sejtképzést szabályozó rendszerének a megbetegedése, és ennek gyógyítása ma még ismeretlen, de azt remélhetjük, hogy bizonyos esetekben megállítja azt. A sugárterápia lényege az, hogy olyan dózist juttatnak a beteg testrészekre, amelyik elpusztítja a nemkívánatos túlbujzózó sejteket. Ez a fegyver természetesen kétélű, hiszen a besugárzás során az egészséges sejteket is elpusztíthatjuk, éppen ezért fontos az egészséges testrészek védelme. A rák elleni besugárzással nagy energiájú γ kvantumokat juttatnak a szervezetbe, ezek ugyanis a mélyebb testrészetekig is eljutnak. A γ kvantumok kibocsátására alkalmas radioaktív izotóp a rádium, azonban ez túlságosan drága. Napjainkban a kórházak elsősorban ^{60}Co sugárforrásokat alkalmaznak.

A radioaktív izotópokat nem csak közvetlen sugárzási hatásuk miatt alkalmazzák a gyógyításban, hanem nyomjelző tulajdonságuk miatt is. Radioaktív nyomjelzéssel a következőkben még lesz szó, itt csak annyit említsünk meg, hogy radioaktív izotópokat keverve más anyag közé azokat sugárzásuk miatt nyomon követhetjük. Az egyik terület, ahol a radioaktív izotópok nyomjelző szerepe nagyon fontos, a jól szervezetben való mozgásának a tanulmányozása. A jól soros laprakötésben van a pajsmirigy által termelt hormonnal és így a pajsmirigy működésével. Ha kis mennyiségű radioaktív jódot fogyasztunk táplálék formájában, az hamarosan megjelenik a nyakban levő pajsmirigyben, és egy γ -sugárzás detektort elhelyezve a nyak előtt mérni tudjuk. Az aktivitás erősségének a változása a pajsmirigy működésére jellemző.

Ugyancsak fontos radioaktív vas útjának megfigyelése a szervezetben. A vas a vörösvértesteknek a felépítéséhez szükséges, elégtelen vasmennyiség a szervezetben (egy felnőtt ember szervezetében 4-5 g van) vérszegénységet okoz. Radioaktív izotópot juttatva a szervezetbe nyomon követhetjük ezek útját a táplálék elfogyasztásától egész a vérésejtekben való beépüléséig. Megfigyelések szerint a vasatomokat a csontvelő absorbeálja, majd néhány nap múlva radioaktív vörösvérsejtek jelennek meg a vérben, körülbelül 10 napig. Innen megállapítható, hogy a vörösvérsejtek kb. 10 nap alatt pusztulnak el. A vas a vérésejtek elpusztulása után nem távozik el a szervezetből, hanem újra megjelenik a csontvelőben.

6.4. Kormeghatározás radioaktív izotópokkal

Az egyik legismertebb kormeghatározási módszer manapság a radioaktív szénatom mérésén alapul. Földünköt a világtól állandóan nagyenergiájú részecskék milliónyal érik: ez a kozmikus sugárzás. A kozmikus sugárzás nagyenergiájú részecskéi a Földet körülvevő levegőburok kőisotópjaiban levő atommagokba ütközve azokból neutronokat bocsát ki. Ezek a neutronok csak kis valószínűséggel fogódnak be a légkör oxigénjébe, csakisnem mindegyik egy nitrogén atommagban nyelődik el, miközben a



magnezium mag végbe. A keletkező ^{14}C radioaktív, 5560 év felezési idővel β -bomlás révén kéné, visszaalakul nitrogénné.

Az állandóan keletkező és bomló ^{14}C izotópok között az évnulák során radioaktív egyensúly alakult ki, évenként ugyanannyi bomlik el, mint amennyi keletkezik. A kozmikus sugárzás által kiváltott neutronok számának az ismeretében kiszámolhatjuk, hogy évente mintegy 7.5 kg ^{14}C keletkezik a légkörben. A szén felezési idejéből tudjuk, hogy ha évente 7.5 kg bomlik el, akkor az egész Földön mintegy 60 tonna radioaktív szén van.

A radioaktív szén kéndalag ugyanígy viselkedik, mint a stabil szén, azaz bejut minden élőlény, ember, állat, növény szervezetébe. Ezekben a radioaktív és inaktív szén viszonya ugyanaz, mint a

légkörben. Amíg a növények és állatok élnek, a radioaktív szén egyensúlyban van, azaz ugyanannyi szént vesznek fel táplálék stb. útján, mint amennyi elbomlik. Ha azonban az anyagsem megsemmisül ezekben, a radioaktív szén utánpótlása megszűnik, a radioaktív és stabil szén aránya megváltozik. A megváltozott viszonyból meg lehet határozni a lelet korát. Természetesen a módszer csak olyan esetekben alkalmazható, amikor a tárgyak szén-tartalmúak, és ha a szénatomok károsodása az élőlény elpusztulásával megszűnt, továbbá ha még mindig van elég radioaktív szén az anyagban, azaz kb. 40-50 000 évesnél fiatalabb a lelet. Régészeten például, ahol 5-10 000 éves tárgyak korát kell megállapítani, a módszer igen hasznos és 100 éven belül pontosáig. Ezzel a módszerrel határozták meg pl. az ókori Babilónia naptárának kezdőpontját. A tudósok ugyanis nem tudták egyértelműen kiválasztani két klasszikus dátáló letezőpontot napfényatkozás körül azt, melyiknek alapján meg lehetett volna állapítani az akkori létezőévek kezdését. De találtak egy 4000 éves házat, amelynek gerendájába be volt véve a ház építésének éve, Hammurabi naptára szerint. Meghatározták a fa kivágásának idejét radioaktív széntartalma alapján és a kérdés eldőlt. Még hamisított fáraó korabeli faeszközök is felfedeztek ezáltal: a szén-14 tartalom a napjainkban készült tárgyakéval egyezett meg.

Ugyancsak radioaktivitásán alapul az a kor meghatározási módszer, amelyet geológusok alkalmaznak kőzetképződési folyamatok idejének meghatározására. A természetben levő uránium izotóp ^{238}U és ^{235}U keveréke. Mivel az ^{238}U gyorsabban bomlik, a két izotóp aránya attól függ, milyen régen került az urán arra a helyre. Természetesen a stabil végtermékek arányát is meg kell vizsgálni.

6.5. Izotópok ipari és mezőgazdasági alkalmazása

A radioaktív izotópok technikai alkalmazásának egyik lehetősége a nyomjelzés. Radioaktív izotóppal tanulmányozni lehet pl. a trágyázás, elsősorban foszfortartalmú trágyák felszívódását a növényekbe. Reaktorban besugárzott foszfor-31 β -bomló foszfor-32-vé alakul, aminek 14 nap a felezési ideje. A ^{32}P sugárását Geiger-Müller csövekkel észlelhetjük és a vegyületek útja nyomon követhető. Kiderült például, hogy a felszívódás megkezdése után néha 20 perc alatt eljut a foszfor a gyökértől a levelekig. Ugyancsak radioaktív foszfor, nitrogén és kálium segítségével mutatták ki, hogy egyes tápanyagok a levélzetten vagy a fák kérgén át is bejuthatnak a növényzetbe, így ezeket speciális levélpermeteken keresztül a leggyorsabban a növényekbe beviteli.

Az élővilág legfontosabb kémiai reakciója a fotoszintézis, amelynek során a zöld növények a Nap energiájának felhasználásával a levegőből és a talajból szedett egyszerű anyagokat bonyolult szerves vegyületekké alakítják át. Ez a folyamat az emberiség élelmiszerellátásának az alapja. Radioaktív szénatomok segítségével sikerült a fotoszintézis folyamatát nyomon követni. Növényeket különböző kiegészítő radioaktív szénizotópot tartalmazó levegekben nevelve megállapítható, milyen egyszerűbb vegyületeken keresztül épülnek fel a bonyolult szerves vegyületek és hogy különböző körülmények hogyan befolyásolják a fotoszintézis sebességét. Kimutatható, hogy sötétben a szénatomok sokkal lassabban épülnek be a növényi szövetekbe, mint napfényben.

A sugárzás pusztító hatását használták fel egy igen kártékony légfajta kirtására. A bűneket ^{60}Co forrás segítségével sterilizálták, ezek hatására az új generációkban kikelt legyek száma csökkent, míg végül lassan kihalt.

Gamma sugarak hatására nem csúszkál a burgonya, így tovább lehet eltenni. Más élelmiszerek is tartósíthatók sugárzás segítségével. Természetesen a használt dózis ilyenkor nagyon kicsi.

Sugárzó izotópok nyomjelző szerepét használják fel olaj és vízvezeték csövek tisztításánál. Ha a cső föld alatt van és pl. eldugul, radioaktív izotópok kimutatják, hol van a dugulás helye.

Gamma abszorpció módszerrel használják közlekedési eszközök minőségének gyors ellenőrzésére is. A közlekedési eszközök szénhidrogének, szénhidrogén szén és hidrogénatomokból épülnek fel. A C/H viszony a termék minőségének jellemzője. A γ sugarakat egy hidrogén szennyezett anyag erősebben nyeli el mint egy tisztán szénatomokból álló anyag, így a γ sugarak elnyelésének mértéke az anyag hidrogéntartalmát adja meg.

γ -abszorpció mérésével a talaj minőségére is következtetni tudnak, ugyanis a különböző minőségű agyag különböző mértékben nyel el a γ -sugarakat.

α , β és γ sugárzás elnyelésén alapuló vastagságmérést is készítettek, amelyek sugárzó anyagon való elnyelődése alapján az anyag vastagságát adják meg (vékony papír, acéllemez stb.). Természetesen különböző anyagokra más a kalibrálás.

A gyakorlati alkalmazásokból csak néhányat soroltunk fel, oldalakon keresztül folytathatnánk még, azonban a célunk csak az volt, hogy megmutassuk: a magfizika nem elvonatkoztatott tudomány, hanem más tudományokban és a gyakorlati életben egyaránt lépten nyomon alkalmazsuk az eredményeit. Külön meg lehetne említeni a magfizikai kísérletek céljából alkalmazott kísérleti és technikai felkészültség jelentőségét. A kísérleti felkészültség gyakran háttérként hatnak a nukleáris tudományokra és az iparra. Példaként lehetne említeni, hogy a Központi Fizikai Kutató Intézetben (KFKI) merült fel a magfizikusok részéről először igény többszörös analízátorok, majd később is számítógépek felhasználására. Ennek következményeképpen az Intézetben kialakult egy erős elektronikus gárda, amely magas szinten tervezett meg és állított elő sokszörös analízátorokat és klassziműtőgépeket.

A mindennapi életben hozzá szoktunk ahhoz, hogy azt figyeljük, a magfizika legfontosabb eredménye a reaktor létrehozása volt. Anélkül, hogy ennek a fontosságát lebecsülnénk, fel kell hívni a figyelmet arra, hogy a tudományok és a technika majd minden területén alkalmazsuk a magfizika eredményeit: a régész, a biológus, a kohász, a mezőgazdász ... sokszor anélkül, hogy tudnák.

7. fejezet

Csillagfejlődés

7.1. Viriál tétel

A viriál tétel a Newton egyenletekből levezethető:

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{F}, \quad \frac{1}{2} \frac{d^2}{dt^2}(m \mathbf{r}^2) = m \mathbf{r} \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} + m \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt} \right)^2,$$

$$\frac{1}{2} \frac{d^2}{dt^2}(m \mathbf{r}^2) = m \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt} \right)^2 + \mathbf{r} \mathbf{F}.$$

Minden tömegpontra összegezve, és felhasználva, hogy $I = \sum m_i r_i^2$ a tehetetlenség nyomaték és $K = \frac{1}{2} \sum m_i \dot{r}_i^2$, a kinetikus energia:

$$\frac{1}{2} \ddot{I} = 2K + \sum_i \mathbf{r}_i \mathbf{F}_i.$$

Ha az erő gravitációs erő, akkor a viriál:

$$\text{virial} = \sum_i \mathbf{r}_i \mathbf{F}_i = \sum_{ij} -\frac{G m_i m_j}{r_{ij}} = \Omega$$

azaz

$$\frac{1}{2} \ddot{I} = 2K + \Omega.$$

Ha a rendszer egyensúlyban van, I nem változik, $2K + \Omega = 0$. Ez a viriál tétel.

Alkalmazás ideális gázokra

Ideális gáz esetén egy részecske átlagos kinetikus energiája $\frac{3}{2} kT$. Egy adott dm tömegben dN molekula van, így ennek kinetikus energiája:

$$dK = \frac{3}{2} kT dN = \frac{3}{2} RT dm = \frac{3}{2} (\gamma - 1) c_v T dm, \quad (\gamma = \frac{c_p}{c_v}), \quad k = 8.3 \cdot 10^{-24} \frac{\text{cal}}{\text{fok}}.$$

A gáz belső energiája $E = c_v T dm$, így a kinetikus energia és belső energia kapcsolata: $K = \frac{3}{2} (\gamma - 1) E$, ahol (egyatomos) ideális gázra $\gamma = \frac{5}{3}$, $K = E$. A teljes energia $U = E + \Omega$.

- Egyensúly esetén a viriál tétel alapján $2K = -\Omega$, tehát

$$\frac{3\gamma - 1}{3(\gamma - 1)} \Omega, \quad E = -\frac{\Omega}{3(\gamma - 1)}$$

a) Ideális gázra

$$U = \frac{1}{2} \Omega, \quad E = -\frac{1}{2} \Omega,$$

b) Degenerált gázra

$$\gamma = \frac{4}{3}, \quad U = 0, \quad E = -\Omega.$$

- Ha a rendszer kontrahálódik, $2K + \Omega < 0$, így $2K < |\Omega|$.

Egyenletes anyageloszlásra $\Omega = -\frac{3}{8} \frac{GM^2}{R}$, ekkor klasszikus gáza

$$K = E = \frac{3}{2} kT N = \frac{3}{2} kT \frac{M}{\mu m}.$$

A kontrakciós feltétele ezek szerint:

$$3kT \frac{M}{\mu m} < \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}, \quad kT < \frac{1}{5} \frac{GM}{r} \mu m.$$

Bevetve a sugár helyett a sűrűséget, $\left(\bar{\rho} = \frac{3M}{4\pi R^3}\right)$, a kontrakciós feltétele:

$$M > 1.210^{-10} \frac{T^{\frac{3}{2}}}{\mu^{\frac{3}{2}} \bar{\rho}^{\frac{1}{2}}}.$$

Konklúziók:

- Intergalaktikus anyagra $\mu \sim 1$, a galaktikák kialakulása idején $T = 10^4 K$ volt, $\rho = 10^{26} \frac{g}{cm^3}$, így $M > 1.2 \cdot 10^{10}$, azaz ez az egyszerű megfontolás jól adja a galaxisek tömegét.
- Egyenlítő esetén $T = 4.1 \cdot 10^6 \mu M \bar{\rho}^{\frac{1}{2}} (K^\circ)$ azaz növekvő tömeggel nő a hőmérséklet.

Degenerált rendszerek

Degenerált rendszerre a részecskék kinetikus energiája a sűrűséggel lesz arányos:

$$\frac{E}{A} = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 \rho)^{\frac{2}{3}}, \quad \frac{E}{A} = \frac{3}{5} E_F$$

Ultrarelativistikus esetre $E = pc$ miatt $pc \sim \rho^{\frac{1}{3}}$, $\frac{E}{A} = \frac{3}{4} E_F$.

Egy rendszer akkor válik degeneráltt, ha a hőmérsékleti energiája sokkal kisebb a Fermi energiánál, azaz ha $kT \ll E_F$. Degenerált rendszerek fontos tulajdonsága, hogy alapállapotban lévén nem tudnak sugározni.

Teljesen ionizált hidrogén gázban a protonok sűrűsége, így fermi impulzusuk is megegyezik az elektronokéval, a kinetikus energiájuk egyszeres kisebb. Az elektronok hamarabb degenerálódnak, mint a protonok.

Relativisztikus elektronok esetén az egyenlítő feltétele $\frac{3}{4} N_A \hbar c (3\pi^2 \rho_n)^{\frac{1}{3}} \sim \frac{3}{8} \frac{GM^2}{R}$, ahol $N_A = \frac{M}{\mu M_H}$, $\rho_n = \frac{N}{V}$. Ez maximálisan kb. $1.2 - 1.4 M$ tömeget jelent. Ezt hívják Chandrasekhar határnak.

7.2. A Nap energiatermelése

Gravitáció során az eddig felszabadult energia a Napban: $W = -\frac{3}{8} \frac{GM_\odot^2}{R_\odot} + \frac{3}{8} \frac{GM_\odot^2}{R_0}$. A sugárzás ideje $t = \frac{W}{L_0}$, ahol L_0 az átlagosan 1 sec alatt kisugárzott energia. A Napra az adatok: $M_\odot = 1.99 \cdot 10^{33} g$, $R_\odot = 6.96 \cdot 10^{10} cm$, $L_\odot = 3.86 \cdot 10^{33} \frac{erg}{s}$ és ha L_0 -et vesszük, $t = 2 \cdot 10^6$ év. A Föld kora $5 \cdot 10^9$ év, tehát ennél jóval hosszabb.

A magreakciókban felszabadult energiával kifejezve $\frac{\Delta M c^2}{L_0} = t$. $t = 5 \cdot 10^9 s$ és $L_0 = L_{max}$ értékekkel $\Delta M = 5 \cdot 10^{-4} M_\odot$ adódik, azaz a Nap tömegének csak 0.05%-a sugárzott ki. Ha a csillag tömegének 10%-a átvál a hidrogént, annak mintegy fele fogyott el máig. Ha a Nap teljes tömege vas-körül elemekké alakul, a felszabadult energia $\Omega = Q M_\odot = 1.6 \cdot 10^{63} erg$, $Q = 8 MeV/nukleon$, ami mal fényességgel $t = 1.2 \cdot 10^{11}$ évig világítana. Nukleáris energiatermelés nélkül tehát Napunk nem tudna ma világítani, de könnyű elemek fűtelőjéből elegendő energia áll rendelkezésre.

7.3. A csillagokban lezajló magreakciók

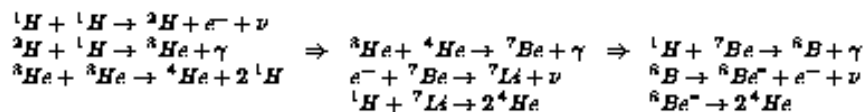
Kérdés, milyen magreakciók mehetnek végbe a csillagokban? $T = 10^7 K$ hőmérsékleten

- *Proton lán:*

Folyamat.	Relatív szabaduló energia (MeV)	Idő
${}^1_1\text{H} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^2_1\text{H} + e^- + \nu$	1.44	$14 \cdot 10^9$ év
${}^2_1\text{H} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + \gamma$	5.49	6 sec
${}^3_2\text{He} + {}^3_2\text{He} \rightarrow {}^4_2\text{He} + 2 {}^1_1\text{H}$	12.85	10^8 év

$$E_{\text{pp}} = 26.2 \text{ MeV}, \quad E_{\nu} = 0.26 \text{ MeV}/\nu.$$

- *Berillium-bór lán:*

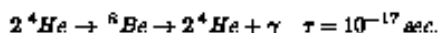


- *Katalizátoros magreakció*

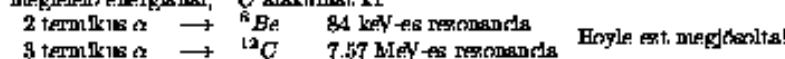
Folyamat.	Relatív szabaduló energia (MeV)	Idő
${}^{12}_6\text{C} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^{13}_7\text{N} + \gamma$	1.95	$13 \cdot 10^7$ év
${}^{13}_7\text{N} \rightarrow {}^{13}_6\text{C} + e^- + \nu$	2.22	7 per
${}^{13}_6\text{C} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^{14}_7\text{N} + \gamma$	7.59	$2.7 \cdot 10^8$ év
${}^{14}_7\text{N} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^{15}_8\text{O} + \gamma$	7.35	$3.2 \cdot 10^6$ év
${}^{15}_8\text{O} \rightarrow {}^{15}_7\text{N} + e^- + \nu$	2.71	82 sec
${}^{15}_7\text{N} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^{12}_6\text{C} + {}^4_2\text{He}$	4.96	$1.1 \cdot 10^6$ év

$$E_C = 25.2 \text{ MeV}, \quad E_{\nu} = 0.72 \text{ MeV}/\nu.$$

- *Nehézebb elemek kialakulása*

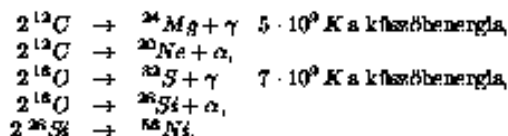


A ${}^8_4\text{Be}$ gyorsan elbomlik, de ha aszállt, még létezik a mag, befog egy α -t, $T = 10^8 \text{ K}$ -nek megfelelő energiánál, ${}^{12}_6\text{C}$ alakulhat ki.



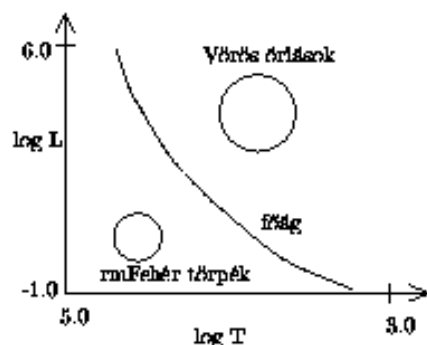
Magasabb hőmérsékleten α és β befogás, esetleg β bomlás: az elemek lassan kialakulnak a világ.

- *További fontos magreakciók*



7.4. A csillagfejlődés menete

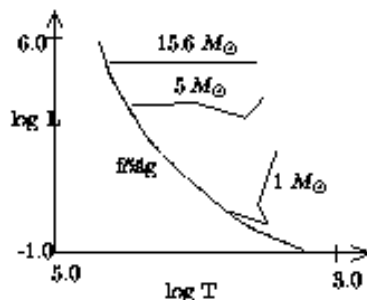
Az ismert csillagokat hőmérsékletük és kibocsátott energiájuk függvényében egy ábrán ábrázolhatjuk: ez az ún. Hertzsprung-Russell diagram.



A legtöbb csillag egy vastag meghatározott vonalon található: ezeket a csillagokat nevezzük főág menti csillagoknak. Ezenkívül még két tartományban találhatók nagyobb számban csillagok: a vörös óriás ill. a fehér törpe tartományban. A diagram többi részén viszonylag kevés csillag helyezkedik el. A H-R diagram megérthető a csillagfejlődés lefolyásának ismeretében. A következőkben röviden ennek a főbb vonásait tekintjük át.

A csillagok fejlődésének kezdeti szakaszában még nem elég magas ahhoz a hőmérséklet, hogy magreakciók végbemenjenek. Ilyenkor a kicsit meleg csillag sugárzás energiáját veszíti el, csak a kontrakció során felszabaduló gravitációs energia pótolja. A viriál tétel értelmében a kontrakció során a felszabadult energia fele a csillag hőmérsékletét növeli. A megnövekedett hőmérsékletű gáz nyomása képes csak a növekvő gravitációs nyomást ellensúlyozni. Ahogy nő a hőmérséklet, nő a kisugárzott energia, így az azt fedező kontrakció is gyorsul. Ha a hőmérséklet eléri a 10^7 K-ot, a csillagok közepében beindulnak a magreakciók.

A kezdeti kontrakció stádiumban a csillag összehúzódik, így az effektív hőmérséklete növekszik. A kisugárzott energia mennyisége függ attól, hogy milyen mechanizmus juttatja a felszabadult energiát a felületre: sugárzás vagy konvektív vezetés, azaz a csillaganyag egyes részeinek mozgása. A konvektív vezetés hatásosabb, ilyenkor a csillag több energiát sugároz ki, mint sugárzás vezetésnél. Kezdeti stádiumban a csillagok konvektívák, azután sugárzóvá válnak, a csillag tömegétől függően. A csillag a jobb felő vagy középső sarkokból a bal alsó vagy középső rész felé vándorol, tömegétől függően bejut a főágba. A következő ábrán ezek a folyamatok láthatók.



A ${}^1\text{H} \rightarrow {}^4\text{He}$ égés lassan megy végbe a csillagokban. Mialatt a kisugárzott energia a magreakciók során felszabadult energiával pótlódik, gravitációs kontrakcióna nincs szükség, a csillag hőmérséklete és a kisugárzott energiameennyiség állandó, a csillag a HR diagramon a helyén marad. A hidrogént égető csillagok alkotják a főágat. A főágban azért van olyan sok csillag, mert ez a csillagfejlődés leghosszabb szakasza. Nap nagyságú csillagok 10^{10} évig égetik a közepem levő hidrogén készletüket, 10-szer nagyobb csillagoknál a kontrakció során a hőmérséklet magasabb lett, ezért.

ezekben egy-másfél nagyságrenddel gyorsabban zajlik le a hidrogénégés, de minden csillagnál ez a folyamat 1-3 nagyságrenddel tovább tart, mint a fejlődés bármelyik másik szakasza.

Ha a csillag középen a hidrogénkínéslet kimerült, a csillag energavesztését megint csak gravitációs kontrakcióval tudja pótolni. A kontrakció során megint emelkedik a centrális hőmérséklet. Ha a csillag hőmérséklete eléri a 10^6 K°-t, a hélium égési reakciók is beindulnak. Ismételt gravitációs kontrakció, illetve magreakciók révén a csillag eljuthat egy olyan stádiumba, amikor a középen levő elemek mind vas körül elemek. Újabb magreakció ekkor már nem jelent energianyereséget, ugyanakkor a csillag hőmérséklete $10^9 - 10^{10}$ K° körülre válik. A csillag elérkezett egy olyan fejlődési ponthoz, amikor a békés fejlődést jelentő egyensúlyi elvek nem tudnak érvényesülni, valand katasztrófa kell, hogy bekövetkezzen.

7.5. A csillagfejlődés végállapotai

7.5.1. Fehér törpék kialakulása

Nem minden csillag jut el abba a stádiumba, amikor a csillagtörzsben levő elemek mind vas körül elemek: kisd csillagokat ebben megakadályozhat a csillaganyagban levő degenerált elektronok.

Az elektronok szerepével eddig nem tudósosan sokat foglalkoztunk a csillagfejlődés során. Nyilvánvaló azonban, hogy az elektronok szerepe a gáznyomás kialakulásánál nagy, hiszen a nyomás $1/m$ -mel arányos. Ahogy a protonok egyre nehezebb elemekké tömörülnek, a barionokból álló részek száma csökken, míg az elektronok száma változatlan marad, azaz az elektronok szerepe a nyomás kialakulásánál egyre jelentősebb.

Egy rendszer akkor válik teljesen degenerálttá, ha egy bizonyos kritikusérték alatt minden állapot be van töltve a rendszerben. Minél kisebb egy részecske, a kvantummechanikai határoztalanságtól relatív értelmében annál nagyobb az impulzus bizonytalansága, azaz annál nagyobb a fluktuáció, amit elfogad. Egy ideális és egy degenerált gáz nyomása akkor lesz egyenlő, ha

$$p = \frac{\hbar}{m} \rho T = c_1 \frac{\rho^{\frac{5}{3}}}{m^{\frac{2}{3}}},$$

azaz

$$\rho \sim m^{\frac{3}{2}}.$$

Minél kisebb a részecske tömege, annál kisebb az a sűrűségérték, ahol a gáz degenerálttá válik. Egy degenerált gáz nyomása és így belső energiája nem a hőmérséklettől függ, hanem a sűrűségtől. Vagyis ha az elektronok degeneráltak, a gravitációs kontrakció nem a hőmérsékletet növeli, hanem a nyomást. Ez azt jelenti, hogy ilyenkor újabb magreakciók beindítására nem lesz a hőmérséklet elég nagy.

Az elmondottak alapján világos a kis csillagok fejlődésének a végállapota. Ha a csillag kisd, a gravitációs kontrakció során hamar degenerálttá válik az elektronok, további magreakció ilyenkor nem következhet be, a rendszer lassan szagorodik. A szagorodás csak egy kritikus értékig tarthat, a gáznyomás a további kontrakciót megakadályozza. Mivel további energiefelhasználó folyamatok nem mennek végbe a csillag lassan lehűl. A degenerált gáz sugárzása jóval kevésbé intenzív, mint az ideális gázé, a sugárzás során elektronátmenetek nem következhetnek be, mert az elektrópályák mind be vannak töltve. Ezek a kisd, fehér, lassan piszkálólgó égitestek a fehér törpék.

Ahogy a csillagban középen kifogy a hidrogénanyag, a külső rétegek a középső felé kontrahálódnak, miközben megnő a csillag hőmérséklete és nagy lesz a sugárnyomás. A nagy sugárnyomás felhúzza a csillagot, nagy méretű lesz, miközben a külső rétegek hőmérséklete lecsökken. Az ilyen csillagok a sok energiát kiasugározzák, de kisd felületi vagy effektív hőmérsékletű vörös vagy fehér óriások, amelyek a HR diagram jobb felső sarkában helyezkednek el. Ha további magreakciók nem indulnak be, a csillag szagorodik, azaz a felületi hőmérséklete a nagy sűrűsége miatt megnő, nincsenek hideg felületi rétegek, ugyanakkor a kiasugárzott energia lecsökken, a csillag fehér törpévé válik. A fehér törpék a HR diagram bal alsó sarkában helyezkednek el.

Körülbelül az $M < 0,5 M_{\odot}$ könnyű csillagok válnak fehér törpévé, azaz jelenlegi tudásunk szerint.

a Nap is egyszer fehér törpe lesz majd. Körülbelül 5 milliárd évig tart, míg a Napban a centrális heliomi égés, azaz a Föld átlaghőmérséklete egfeljebb 20°C -ot növekszik. Ezután gravitációs kontrakció következik be majd, amelynek során a Föld átlaghőmérséklete becslések szerint 800°C -ra emelkedik, majd kb. 10-100 millió évig tart a külsőbb rétegek hidrogénjének ill. a centrális heliumnak az égése. Valószínűleg további magreakciók nem indulnak be a Napban, a Nap (és a Föld légköre is) lassan kihűl, egykévé válik a jelentéktelen és nagy számú fehér törpének.

A körülbelül tízszeres Naptömegnél nagyobb csillagok közepe mai elméletünk szerint teljesen vagy részlegesen vassá alakulhat át. További energianyereség most már magreakciók révén nem lehetséges, a hatalmas, 10^9 fok hőmérsékletnek megfelelő kiszáradt energiat, csak a gravitációs kontrakció fedezheti. A legkülső rétegek ilyenkor szinte szabadon esnek a csillag belsője felé, minden egymással felborul. A külső rétegek még könnyű elemekből állnak, ezek a forró centrumba beérkezve magátalakulásokban vesznek részt. A korábban milliárd évekig tartó folyamatok itt pillanatok alatt bekövetkeznek, és lehetetlen nagy energiamennyiség szabadul fel. A rendkívül nagyenergiájú részecskék és fotonok a legközelebbi magreakciókban vesznek részt; minden lehetséges isotóp kialakul. Ez az a műhely, ahol a nehéz elemek keletkeznek.

Most már két energiatároló mechanizmus is van a csillagban: a nehéz elemek kialakulása és a sugárzás. További gravitációs kontrakció következik be. A középpontban hatalmas mennyiségű nagyenergiájú neutron, antineutron sugárzás keletkezik, elsősorban párkeltás révén. Ezek a külső rétegekben elnyelődnek, energiájukat átadják az anyagnak. A nagy mennyiségű kivitt energia hatására a csillag felrobban. Ezt a folyamatot nevezik szupernova robbanásnak.

Szupernova-robbanás során a csillagnak akár 80-90 %-a is kirepülhet a világűrbe. A visszamaradó csillag maganyag sűrűségű rendszert, ami elsősorban neutronokból áll. Az elektronok kinetikus energiája ugyanis a Pauli elv értelmében olyan nagy, hogy energetikailag kedvezőbb egy elektronnak és protonnak neutron állapotba menni, át. A neutroncsillagban neutronok protonná, protonok neutronná alakulnak át, így a fellépő neutronok miatt a csillagok hamar elvesztik hőenergiájuk nagy részét. És 10^8 K alá hűlnek le, és nem tudjuk őket direkt módon megfigyelni. Mivel az utóbbi években megfigyelt, pulzáló rádiócsillagok (pulsárok) valójában neutron csillagok, közvetett módon megfigyelhetők.

Ha a neutroncsillag tömege egy kritikus méret alatt van, a csillaganyag nyomása és a gravitációs nyomás egyensúlyt tart; a csillag stabilis. A neutroncsillag a csillagfejlődés egy második végállapota. A kritikus méret meghatározása nehéz feladat, függ a nagy sűrűségű nukleonok közötti ható erőtől, a neutronok kilépések gyakoriságától, stb. A kritikus méret 1-3 Naptömeg között változik a számításoktól függően. Ez azt jelenti, hogy akár 10-25 Naptömeg nagyságú csillagok végállapota még mindig neutroncsillag. Egy dolog azonban világos: van egy olyan kritikus méret, amelynél nagyobb csillagnak nincs stabilis végállapota, a csillag menthetetlenül egyre jobban kontrahálódik, míg gravitációs sugárán belül kerül. A csillagfejlődés ezen harmadik végállapotáról, a fekete lukakról fotonok révén nem nyerhetünk információt, ugyanis az elektromágneses sugárzás útja olyan görbül, hogy ezek nem tudnak a fekete lukból kijönni. Ezeket a csillagokat legfeljebb csak nagy gravitációs térük segítségével figyelhetjük meg.

7.5.2. Szupernova robbanás

A szupernova robbanás az Univerzum leglátványosabb jelensége. A kibocsátott energia a robbanás során $\sim 10^{53}$ erg, aminek a sugárzások (minden hullámhossztartományban) csak kb. 1%-t viszik el. Ennél tízszer nagyobb a szétvetett anyag kinetikus energiája, és elsősor nagyobb a neutronok által elvitt energia. A robbanás során felszabadult energia fényesebbé tehet egy csillagot, mint az egész galaktika. Néhány hónap alatt a felrobbant csillag több fényt sugároz ki, mint a Nap öt milliárd év alatt. Évente mintegy 10 szupernova robbanást figyelnek meg a környező galaxisokban. A Tejútrendszerben valószínűleg 50 évente van egy robbanás, ennek mi csak kis részét tudjuk megfigyelni. Nagyon fontos az 1954-ben kihal csillagászok által megfigyelt Bék-kő robbanása. Mintegy 10000 évvel ezelőtt robbant a Vela, ami egy második Nap fényességű objektum megjelenését jelentette.

A szupernova robbanásokat két nagy csoportra osztják, I és II típusú robbanás csoportjába.

Ezeknek több alcsoportja van. Az eredeti megkülönböztetés annak adódott, hogy az I. típusú szupernovában nem volt található hidrogén vonal, míg a II. típusban igen. Ma már tudjuk, hogy a fejlődésük egészen más.

Ia típusú szupernova

Eredetileg binár rendszerben létező fehér törpe. A csillag magához vonz a partnertől anyagot, és ekkorban tömege a kritikus tömeg felé nő (a kritikus érték $1.4 M_{\odot}$, az a tömeg amivel egy degenerált elektron-gáz egyensúlyt képes tartani). Amikor ez bekövetkezik, gravitációs kontrakció megy végbe, a csillag anyaga rendkívüli mértékben felmelegszik, felmelegedés során vas körüli elemek alakulnak ki, utána lassan robban a rendszer (detonáció, nem explózió). Robbanás után csillag egész anyaga szétmegy, nem marad vissza neutroncsillag. Fehér törpében nincs hidrogén, érthető hogy H szálkávonal sincs. A csillag felülete kicsi, nagyon fényes a robbanás, egy nagyságrenddel fényesebb, mint a II. típusé. Az I típusú szupernova robbanások 80%-a ilyen, 20%-a sok más alcsoportba oszlik, ezekről most nem beszélünk. Az Ia típusú szupernova robbanások távolság mérésére alkalmazhatók.

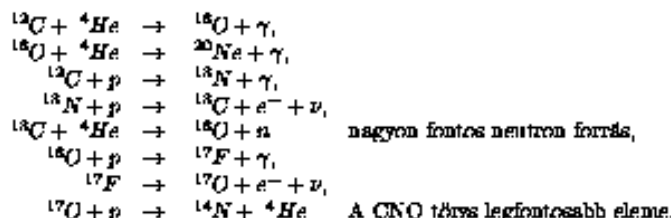
II. típusú szupernova

Sokkal drámaibb, és sokkal is érdekesebb. Három részre tagolható folyamat: *presupernova kialakulás, kollapszus és robbanás*.

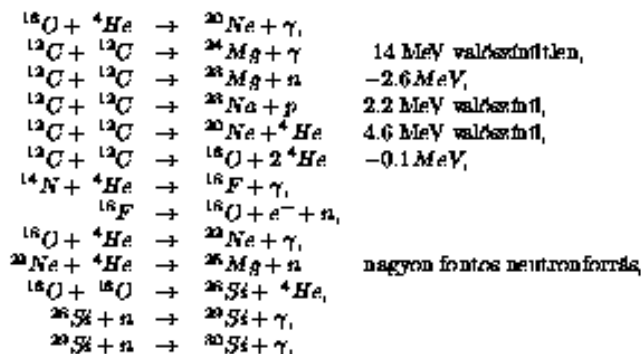
a) Presupernova fejlődés, elemek kialakulása

Ha a csillag elég nagy volt ahhoz, hogy a törpe is úgy alakulhasson át vas körüli elemekké, hogy közben az elektron-gáz nem degenerálódik, a csillag savatalanul fejlődhet, újabb héjakat építve, vas körüli atommagokká. E ágassal szemben fontos különbség, hogy most a neutronok és protonok száma durván megegyezik. Ez nagyon meggyorsítja a magreakciókat.

Legfontosabb magreakciók amik lejátszódnak:

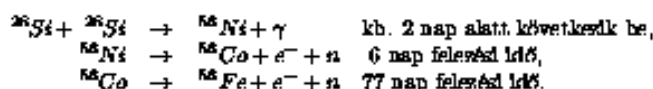


További ágak a felszabaduló energiával:



de ugyanakkor Si könnyen elbomlik könnyebb elemekre He, n, p kibocsátásával. Ezeket a maradvék Si-k befogják, és kialakul az ${}^{56}\text{Ni}$.

Robbanó Si ágánál, ami az összerokkadó héj mögött közvetlenül szomszédos rétegben megy végbe, kialakulhat közvetlenül is:



Néhány elemek kialakulása

s-folyamat

Neutronok találhatók csillagban, ezek probléma nélkül befogódnak magokba. A befogás után béta bomlás is bekövetkezhet, ennek révén a csillagfejlődés utolsó stádiumában, amikor már a vas körül magokon fogódnak be a neutron, kialakul az összes nehéz elem. Ezt a folyamatot nevezzük s folyamatnak (lassú, slow n befogás).

r-folyamat

A robbanó folyamatokban nagy neutron sűrűséget kapunk, hiszen itt neutronok magok szétesnek. Ekkor neutron gyorsabban stabil izotópok alakulnak ki, hőszerveket is figyelembe véve, hiszen a magfűtő neutronszármagok kialakulásának valószínűsége nagy. Meteoritokból lehet következtetni valószínűségekre, nagyon jó egyezések, pl. után körül elemekre.

Preszupernovában a helyzet nem kaotikus, a rendszer a nagyobb rend felé halad. H csillagban minden rész teljesen melegek, egy nukleonra eső entrópia 15. Vastörzsben 56 nukleon egyfűt melege, entrópia 1. Különbözlet neutronok és fotonok vitték el.

b) Kollapszus

Amikor a csillag törve vas körül elemekből áll, további fűtő energia nyereség nem lehet, gravitációs kontrakció történik. 18-20 $M_{\odot}$ tömegű kezdő csillagnál a vastörzs 1.4 $M_{\odot}$ körül tömegű, törve nyomás nem tud egyensúlyt tartani gravitációs nyomással (Chandrasekhar limit kb. 0.7 $M_{\odot}$), 0.1 sec alatt kollapszus. Gravitáció miatt a törve felmelegszik, de ez nem csökkenti kollapszust, sőt ellenkezőleg. Ok: A törve nyomást elsősorban az elektronok száma és energiája szabja meg. Kollapszuskor a vasmagok kis része felbomlik, amihez energia kell, ezáltal csökken részecskék átlagenergiája. Másrészt $p + e^-$ neutronná alakul, neutronok lépnek ki, ezek elvisznek energiát, és csökken a relativisztikus elektronok száma. Mindez még elősegíti kollapszust.

Az elektron befogódás folytatódhatna, ha a neutronok szétesés szerint kinetizálnék a törvénből. Ha a törve sűrűsége $4 \cdot 10^{11} \frac{g}{cm^3}$ lesz, a neutronok beemagadnak az anyagban, szóródnak a magokon. Amikor a rendszer sűrűsége eléri a $2 \cdot 10^{12} \frac{g}{cm^3}$ -t, az elektronok is szóródnak. Ezután elektronok száma sem csökken, egyensúly áll be. Az elektronok nukleonokhoz való aránya egyensúlyban kb. 0.39.

A kollapszus első része véget ér.

Az összehúzódás még tart tovább, de elektronok száma már nem csökken. Kollapszus második része akkor ér véget, amikor sűrűség eléri a maganyag néhány százszorosát. Magok ilyenkor széttörnek, maganyag keletkezik. Anyag nem tud tovább összenyomódni, ellenállás keletkezik, ez végül lökéshullámot jelent. A lökéshullám meghatározásához fontos a maganyag állapotegyenlete, azaz a $P(\rho)$ függvény meghatározása. Az állapotegyenlet magfűtő ismeretekből alapállapotban:

$$\frac{E}{A} = \alpha \rho^{\frac{2}{3}} - \beta \rho + \gamma \rho^{\sigma-1}.$$

Ebből adott hőmérsékleten meghatározható $P(\rho, T)$

További sűrűség növekedéssel szemben ez akkor taszító, ha

$$P \sim \rho^{\frac{d^2 E}{d \rho^2}}, \quad \frac{dP}{d\rho} < 0, \quad \frac{2}{9} \alpha \rho^{\frac{2}{3}} > \sigma(\sigma+1) \gamma \rho^{\sigma-1}.$$

c) *Robbanás*

Amikor az anyagsűrűség nagyságánál nagyobb, és nem nyomható tovább össze, a nyomás megnő, és a befelé esés sebessége leáll. Nyomáshullámok terjednek kifelé, egészen a törzs széléig. Felfület közelében lelassulnak, mert szembe találkoznak beeső anyaggal, majd megállnak, és az újabb hullámok elérik az előzőket, nyomást okozva. Nyomás csökkentő anyag beesését. Hullámfront mögött anyag sűrűsége nagyobb lesz, mint hullám által el nem ért térrészben, adiabaticusan összenyomott állapotba kerül, megnő a hőmérséklete, nagyobb a nyomás mint hullám előtt. Később induló hullámok nyomása még nagyobb, egyre jobban utoléri korábbi nyomáshullámokat, hullámfront meredeksége válik, sebességben szakadás következik be: lökéshullám keletkezik.

Lökéshullám a vastörzs közepében, kb. $0.7M_{\odot}$ -nál keletkezik.

Nyomáshullám nem okoz állandó változást a közegben, lökéshullám igen. Nagy változás sűrűségben stb., viselkedéssel magával anyagot. Sebességet nem a közeg határozza meg, mint hanghullámnál, hanem hullám energiája. Lökéshullám $30 - 50\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ sebességgel halad kifelé. Prompt lökéshullám nem jut ki csillag felületére, már a törzs felületére érve elveszti energiáját, lelassul. Ott a magok disszociálója, energiát visz el, hőmérséklet és nyomás csökken. Ekkor $p + n \rightarrow e^- + \nu$ folyamat is fellép, kisebb sűrűségben neutrínók már kimehetnek, és is elvisz energiát. A nyomáshullám 300-500 km-ig kijut csillaganyagba. Mai nézet szerint lökéshullámot a neutrínók indítják újra.

Vissamaradt neutroncsillag lehetetlen nagy energiájú, energiáját neutrínók viszik el. Ezek nagyrészt kijutnak rendszerből, de kb 100 km-re a centrumtól még minden emelkedő ütődik az anyaggal, nagy energiát adva át az atommagoknak. Nagy entrópiát adnak át a rendszernek, kisebb entrópiát kiad, nagy entrópiá gradiens konvekciót okoz, meleg anyag kiáramlik. Ez a kiáramló anyag a lökéshullámot nagy energiát ad át.

500-3000 km közötti lökés felmelegíti anyagot, robbanás magreakciók keletkeznek, itt jön létre az ^{56}Ni . 3000 km után már szabadon kijut a lökés a felületre, és magával viszi a nagy energiát, szétrobbantja csillagot. Szupernova robbanás láthatóvá válik.

d) *Az 1987-es szupernova robbanás*

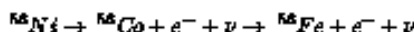
A Nagy Magellán Könyben, 160 000 fényévre, egy $18 M_{\odot}$ -t kék csillag robbant fel.

Története:

- Első információt a ν -k hozták, ν bűnt, 12 ill. 8-10 sec-on belül (függetlenül energiától $\rightarrow 20$ eV tömeg),
- Két órával később nem látható, három órával később igen.
- Elsőként intenzív UV, mire megfigyeltek, halványodtak.
- Lassú fényesedés láthatóan 2 hónapig, aztán halványodás.
- 5 hónap után megjelentek röntgen és γ sugárzás.
- hűlő sugárzás korábban kilökött felmelegített burokból.
- 2 év után pulzárs jel, 2000/s, de eltűnik.

Az elméletet igazolja:

- ν kilépése neutron csillag kialakulást bizonyítja. Ennek tömege $1.4 M_{\odot}$, 10^{53} erg energiát visznek el. Ennek a törede kinetikus energiája fényenergiaként szabadul fel.
- UV sugarak bizonyítják a nagyenergiájú lökéshullámot.
- Fényesség gyengülése 77 nap fele felé lejött, a



folyamatnak megfelelően.

- Átláthatóság 5500 fokonál, rekombináció, nincs e^- amin ν fűködik.
- Mikorra a külső réteg elvékonyodik, megjelenik röntgen és γ sugárzás, és a többi elem is. Az elemgyakoriság a várt.

Érthetetlen:

- Miért két órája a csillag? (Kisebb csillag kevésbé fényes)
- Hol a pulsár? A kialakult neutron csillaggal mi lett?

7.6. Neutroncsillag

A szupernova robbanás után visszamaradt csillag neutroncsillag vagy fekete lyuk.

A neutroncsillag maximális tömege relativisztikus degenerált rendszert egyenletéből:

$$m(r) = \int_0^r d^3r \rho(r)$$

és az Oppenheimer Volkoff egyenlet. (a hidrosztatikai egyensúly relativisztikus általánosítása)

$$\frac{dp(r)}{dr} = -G \frac{\left(\rho(r) + \frac{p(r)}{c^2}\right) \left(m(r) + \frac{4\pi r^3}{3} \frac{p(r)}{c^2}\right)}{r^2 \left(1 - \frac{2Gm(r)}{rc^2}\right)},$$

(nem relativisztikus esetre $\frac{dp(r)}{dr} = -G \frac{m(r)\rho(r)}{r^2}$).

A csillag hőmérséklete alacsony, ν -k elviszik az energiát.

$$n \rightarrow p + e^- + \nu, \quad p \rightarrow n + e^- + \nu.$$

Az állapotegyenletet kell meghatározni.

7.6.1. A neutroncsillag megfigyelési lehetőségek

a) Pulsárok

10^{12} gauss mágneses tér, rotáció és mágneses tengely nem egyezik meg. A mágneses tér irányában kilökődik az anyag: szinkrotron sugárzás.

Megfigyelések:

1. Periódus illetve pulzusidő $\rightarrow M$ és R ebből meghatározható.
2. Leasulási idő (megjósolták)

$$E_{rot} = \frac{1}{2} \Theta \Omega^2, \quad \dot{E}_r = \Omega \Theta \dot{\Omega} = \frac{\Omega^2 \Theta}{T}.$$

$T = \frac{2\pi}{\Omega}$ a leasulás, Θ a tehetetlenség nyomaték, Ω a szögsebesség.

Rák-kékre: $\Theta \approx (4.9 \pm 3.9) 10^{14} \frac{g \cdot cm^2}{cm^2}$, $M \approx (1.1 \pm 0.8) M_\odot$.

3. Felgyorsulás.

Qk: csillagrezgés.

$$\Omega(\dot{r}) = \Omega(r) + (\Delta\Omega_0)(Qe^{-\frac{t}{\tau}} + 1 - Q)$$

Belső szerkezetre lehet következtetni.

4. Felgyorsulás gyakorisága: Más a Vela és a Rák-kéek esetén.

$$\frac{\Delta\Omega}{\Omega} \approx \begin{cases} 10^{-4} & \text{Vela} \\ 10^{-6} & \text{Rák} \end{cases}$$

Szerkezet, belső feszültség más.

b) *Pulsár-kettőscsillagok*

Her X-1, $M=1.33 M_{\odot}$

Röntgenpulsár periódus 1.24 s

Binár forgás 1.7 nap, látható a partner mozgásából. Relativisztikus precessió 35 nap.

Pulsáció oka: anyag beáramlás partnerről, felmelegszik 10 millió fokra. Röntgen sugárzás.

Az akkréció 15-60-szor annyi energiát szabadít fel, mint a H fűtő. A kvarc energiája is innen van.

Vannak más pulsárok, ahol a beeső anyag felgyorsítja a forgást (600/s).

A fekete lyuk összenyomja a mágneses teret, nem lehet pulsár.

Binár rendszerben lehet röntgen pulsár vagy burst. A pulsár fiatal, nagy tömegű, partnere kék csillag, a másik öreg. Utóbbi lehet szupernova eredménye. Mágneses térfűtéség különböző. 59 ms pulsár és partner tömege mindkettő kb. $1.4 M_{\odot}$.

Gravitációs hullámokra mérés lehetősége: ismerve a két tömeget, a binár pulsár periódusa 75 mikroszek-mal kell hogy csökkenjen évente. Mérés: 76 ± 2 ns. Méréstől ok: pulzus periódus (nem orbitális) évente 0.25 ns. 50000-szer kisebb mint a Bék-kőde.

Binár rádió pulsárok is vannak. A partner fehér törpe vagy neutroncsillag, valaha röntgen binár volt, ekkorban felgyorsult. Van egyedülálló is. 1.56 ms, 10000-szer gyengébb mágneses tér. Partner elszakadt.

8. fejezet

Kozmológia

Newtoni program: mozgásegyenlet és kezdeti feltétel:

$$\frac{d y}{d t} = F(y), \quad y(0) = a.$$

A kezdeti feltétel speciális, ehelyett állandó Univerzum feltevés. A mozgásegyenletek egyensúlyi megoldásait kell keresni:

$$F(y_0) = 0, \quad \frac{d y}{d t} = 0.$$

A legfontosabb paradoxonok:

1. Clausius-hőhalál. Minden intenzitásparaméter kiegyenlítődik, kénál és termodinamikai egyensúly. Ma nincs!
2. SeeUger paradoxon: Ha gravitációs terek, erő, gyorsulás.

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho.$$

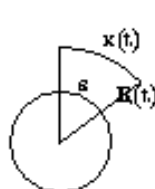
Az egyenletnek statikus megoldása csak $r=0$ esetén van. Még Einstein is keresett ilyet.

8.1. A modern kozmológia kezdetei

1. Friedman: mozgásegyenletnek nincs statikus megoldása. Vagy összeesik, vagy tágul az Univerzum.
2. 1929. Hubble törvény: az Univerzum minden irányban egyenletesen tágul. (A tágulás megoldja hőhalál problémát)
3. Fekete test sugárzás. $T=2.75$ K-nak megfelelő háttérsugárzás van. Meglepően egyenletes.

1. és 2. következménye:

Tegyük fel egy homogén isotróp Univerzum létezését (nagy skálán ez igaz). Ekkor



$$x(t) = aR(t),$$

$$v(t) = a\dot{R}(t).$$

s állandó vetített távolság

$$v(t) = \frac{\dot{R}(t)}{R(t)} x(t) = H(t) x(t),$$

$$H(t_{\text{max}}) = H_0.$$

Hubble törvény:

$$v = H_0 r.$$

Távolodás során vöröseltolódás. A Wien féle eltolódási törvény szerint :

$$\lambda_{max} \sim T^{-1},$$

de az előzőekből

$$\lambda \sim R(t)$$

és így a hőmérséklet

$$T \sim R(t)^{-1}.$$

Doppler effektus van a távolodás miatt, a hullámhossz változik:

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_1} - 1 = z, \quad \frac{\lambda_0}{\lambda_1} = \frac{R(t_0)}{R(t_1)}$$

Itt λ_0 a kibocsátott hullámhossz, λ_1 a mért t_0 időben.

A z Doppler eltolás arányos távolsággal. Ebből az Univerzum kora meghatározható. Amikor távolságok kicsik, az R skálafaktor zérus:

$$H_0 = \frac{9.78}{h} 10^9 \text{ év}, \quad t = H_0^{-1}, \quad 0.4 \leq h \leq 1.$$

A fekete test sugárzás energiasűrűsége :

$$\rho(t) = aT^4.$$

A hőmérséklet, mint láttuk $T \sim R(t)^{-1}$ így a sugárzás energiasűrűsége:

$$\rho_s \sim R(t)^{-4},$$

míg az anyagé:

$$\rho_m \sim R(t)^{-3}.$$

Ma jóval kisebb sugárzás sűrűsége, mint anyagé, valaha nagyobb volt. A korai korszakban a sugárzás dominált.

8.2. A newtoni Univerzum fejlődése

A gravitációs erő

$$F = \frac{GMm}{r^2}, \quad M = \frac{4\pi}{3} r^3 \rho.$$

A teljes energia

$$E_{tot} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{GMm}{r} - \frac{1}{2} m v^2 [H(t)^2 - \frac{8\pi}{3} G \rho] \stackrel{?}{\geq} 0.$$

Az energia negatív illetve pozitív értéke meghatározza az Univerzum tágulását. A kritikus sűrűség :

$$\rho_{krit} = \frac{3H^2}{8\pi G} \sim (1-16) \cdot 10^{-27} \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3},$$

$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_{krit}}.$$

($\rho_{krit} = 5 \frac{H_0^2 h^2}{\text{m}^3}$, nagyon jó közelítőben $2 \cdot 10^{11} \frac{\text{molékulák}}{\text{m}^3}$).

Az energia átirtható sebesség korábbi definíciójával. Bevezetve a $h = -\frac{2E_{tot}}{m v^2}$ kifejezést:

$$k = R(t)^3 \left[\frac{8\pi}{3} G \rho(t) - H^2(t) \right],$$

azaz m -től és x -től független egyenletet kapunk. Ha $k=0$, a differenciál egyenlet könnyen megoldható. Ha az anyagsűrűség dominál:

$$\begin{aligned} \rho &\sim R^{-3}, & \frac{\dot{R}^2}{R^2} &= \frac{8\pi}{3} G \rho, & \dot{R}^2 &\sim \frac{1}{R}, & R(t) &\sim t^{\frac{2}{3}}, \\ H(t) &= \frac{2}{3}t, & \implies \tau &= \frac{3}{2}H_0, \end{aligned}$$

és megkaptuk $R(t)$ időfüggését.

Sugárzásos esetben az egyenlet megoldása

$$\begin{aligned} \rho &\sim R^{-4}, & \frac{\dot{R}^2}{R^2} &\sim R^{-4}, & R(t) &\sim t^{\frac{1}{2}}, \\ \frac{\dot{\rho}_x}{\rho_x} &= -4 \frac{\dot{R}}{R} \sim \sqrt{\frac{8\pi}{3} G \rho_x}, & \rho_x(t) &= a T^4, & \rho_x &\sim \frac{1}{t^2}, \end{aligned}$$

és a hőmérséklet időfüggése

$$T(t) \sim t^{-\frac{1}{2}}.$$

Az Univerzum tágulása lassul, ahogy az előzőkből látható.

Az energiasűrűség $\epsilon(t) = \rho(t)c^2$ és így a $V(t) = V_0 R^3(t)$ térfogatban az energia:

$$E(t) \sim \rho(t)V(t).$$

A tágulás során a rendszer munkát végez:

$$dE = -p dV, \quad E = -3 \frac{\dot{R}}{R} \rho(t)V(t).$$

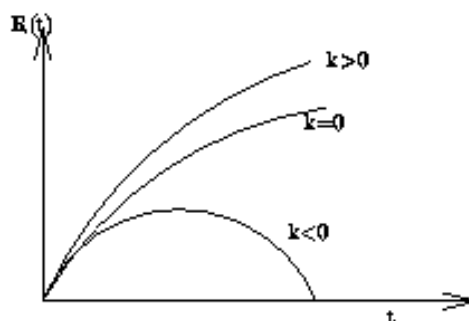
Ebből megkaphatjuk egy ideális gáza a sűrűség változását:

$$\begin{aligned} \rho dV + V d\rho &= -p dV, \\ \rho &= -(\rho + p) \frac{\dot{V}}{V} = -3(\rho + p) \frac{\dot{R}}{R}, \\ \rho &= -3 \frac{\dot{R}}{R}, \\ \dot{R}^2 &= \frac{8\pi}{3} G \rho R^2, \\ 2\dot{R}\dot{R} &= \frac{8\pi}{3} G (\rho R^2 + 2R\dot{R}\rho), \\ \ddot{R} &= -\frac{4\pi}{3} G \rho(t)R(t). \end{aligned}$$

Az Einstein egyenleteket használva az első egyenlet, ami az energia megmaradást írja le, változatlan.

$$\dot{R}(t)^2 = -k + \frac{8\pi}{3} G \rho R^2$$

k különböző értékei a különböző tágulási módoknak (elliptikus, parabolikus, hiperbolikus) felelnek meg (használnak, mint a bolygóműködésnél a pályát).



A másodfokú egyenlet relativisztikus esetre módosul

$$\ddot{R} = -\frac{4\pi}{3}G(\rho + 3p)R,$$

ami

$$dE + p dV = 0$$

alakban írható egyszerű esetre. Ez az egyenlet az adiabátikus tágulást írja le. Ha a nyomás nem vértis az energiatváltozás sem az.

Az Univerzumban nincs energia megmaradása!

Ha R csökken, E és M nő,

$$M \sim \rho \sim \frac{1}{R^3},$$

$$E \sim M.$$

Elnem egyensúly, nehéz létrehozni $\frac{E_{kin}}{E_{pot}} \rightarrow 1 - \epsilon$.

Ha

$$\frac{E_{kin}}{E_{pot}} - 1 \sim \begin{cases} 10^{-4} & T \sim 1 & eV, \\ 10^{-18} & T \sim 1 & MeV, \\ 10^{-20} & T \sim 100 & MeV, \\ 10^{-60} & T \sim 15 & GeV. \end{cases}$$

$P \rightarrow 0$ esetén M és R ellentétesen változik, visszafelé haladva $\frac{M}{R}$ nő, E_{pot} nő, $\frac{E_{kin}}{E_{pot}} \rightarrow 1$ nő. Ez egy kezdeti feltétel probléma. Megoldható, ha felteszük, p nem mindig pozitív. (Ilyen van nehézdon reakciókban is, instabilitás)

A negatív p jelentésének megértéséhez nézzük általában p jelentését. Bevezethetjük az effektív tömeget:

$$\ddot{R} = -\frac{4\pi}{3}G(\rho + 3p)R = -\frac{G\tilde{M}_{eff}}{R^2}$$

$$\tilde{M}_{eff} = \frac{4\pi}{3}R^3(\rho + 3p)$$

Kezdeti forró Univerzumban a sugárzás $p = \rho/3$.

$$\tilde{M}_{eff} = 2M$$

Negatív nyomás gravitációnak kompenzálja a tömegsűrűséget (antigravitáció), gyorsulás $\rightarrow 0$. Tömeg termelődik, éppen úgy hogy $\frac{M}{R}$ állandó legyen.

Nem csak megállítani lehet a fékezésüket, de megfordítani is. Ha felteszük, hogy

$$p = -\rho$$

$$\frac{GM}{R} \sim R^2, \quad R \sim e^{ct}, \quad \tilde{M}_{eff} = -2M.$$

Ilyenkor $p + \rho = 0$ (legnegatívabb lehetséges nyomás) A speciális kezdeti feltételt, kezdeti negatív nyomás szilkségtelené tessz.

8.3. Extrapoláció vissza

Hátsuk össze Univerzumot. Kék oldalra

$$T = (1+z)T^0, \quad \begin{array}{l} \text{fotonra:} \\ E_{\text{avg}} \sim (1+z)^4 E_0 \end{array}$$

A hőmérséklet, sugárzásos energia illetve nyugalmi energia változása az összehúzódnás során:

$$E_m \sim (1+z)^3 E_0.$$

- $z = 1500, T = 4000K$ – A hidrogén atom ionizálódik. Korábban plazma volt, A Compton szórással miatt, egyensúly van elektron és foton közt. Minden szerkeszt. foton szórással ekkor keletkezik, a háttérsugárzásból ezt az időpontot figyeljük meg.
- $z \sim 10^9, T \sim 3 \cdot 10^9 K$ – ekkor $\sim MeV$ nagyságrendű fotonok, szétverik magot. A meleknek itt keletkeznek. Korábban csak nukleonok voltak.
- $z \sim 3 \cdot 10^9, T \sim 10^{10} K$ – pároképzés. Termodinamikai egyensúly e^-, e^+, γ között. A részecske sűrűség itt még tízszáz laboratóriumi sűrűség.
- $z \sim 10^{13}, T \sim 3 \cdot 10^{13} K$ – antihétszek keletkezése. A teljes sűrűség még mindig kisebb mint ρ_n .

Még tovább visszamenve történt a kvarkanyag keletkezése. Az Univerzum nukleárisfejlődése (amikor még a magfűtési forrás) akkor kezdődik, amikor a barionok megjelennek.

A részecskék egyensúlyban vannak a sugárzással nagy energian. Amíg $mc^2 \sim E$, ugyanolyan gyakoriak, mint a fotonok, mert keletkezni tudnak.

$$2\gamma \rightleftharpoons \pi + \pi.$$

Protonok és neutronok addig vannak egyensúlyban, amíg a kölcsönhatás erős, át tudnak alakulni egymásba.

$$n + \nu \rightleftharpoons p + e^-.$$

10^{16} K körül ez gyakori folyamat. Amikor ν kifagy

$$\frac{[n]}{[p]} = e^{-\frac{m_n c^2}{kT}}.$$

Kb. 10^{10} K-nél a gyenge kölcsönhatás ideje hosszabb mint az Univerzum addigi kora (1s), utána a neutronok már csak bomlanak, illetve magokba rendeződnek. Könnyű magok ($D, {}^3He, {}^4He, {}^7Li$) keletkeznek.

Víznyom és számok, amiket ma látunk, Ω értékétől függ. 4He eléggé független $(2.15/115) \sim 25\%$. A könnyű elemek gyáborlása megmondja, mennyi barionos anyag van az Univerzumban.

Mind ezek a jelenségek (nukleoszintézis, háttérsugárzás, stb.) bizonyítják a Big-Bang-et.

8.4. Big Bang modell

Feltevés:

1. A fizikai törvények nem változtak (állandók változhatnak).

2. Forró, egyenletes gáz van az Univerzumban, termikus egyensúly.
3. Gáz és tér együtt fejlődik.
4. Az anyag állapotában és a sugárzásban bekövetkező változások olyan simák, hogy az Univerzum termodinamikai fejlődésében nem játszanak szerepet.
5. Az Univerzum nagy skálán homogén: nincs él és közép.

Következmények mára vonatkozóan

1. Tágulás, vöröseltolódás.
2. Mikrohullámú háttérsugárzás (fekete test).
3. p , α és egyéb könnyű elemek viszonya.

A sikerek mind az első másodperc után vannak csak!

A problémák mind a kezdeti feltételből jönnek:

1. A háttérsugárzásban fotonoknál izotrópia van, ami termikus egyensúlyt jelent. Micsoda? Hogyan jött ki az Univerzum a termikus egyensúlyból?
2. A horizontáltság problémája: az okság elve miatt az Univerzum egyes részei soha nem lehetnek kapcsolatban a γ sugárzás kibocsátásakor, mégis a γ sugárzás nagyon sima. Horizont-távolság: az a maximális távolság, amitt a fény megtehetett az Univerzum kezdete óta. Uniformalitás kezdeti feltétel !?
3. Nagyon speciális kezdeti feltételek szükségesek az anyageloszlásra. $\Omega \sim 1$ az indulás, de attól kezdve eltérő. Simaság!
4. $\frac{p}{\rho} \sim 10^{-6}$ Hogyan jött ki egy ilyen arány?
5. A galaxisok (nagy méretű struktúrák) keletkezése nem magyarázható meg.
6. Az antianyag hiánya
7. Távolodásnál $E_{kin} \sim E_{pot}$. Miért?

A kérdések egy részére a GUT tud választ adni.

Big-bang időskála

Idő	Hőmérséklet	Energia	Lehetséges jelenség
10^{-44} s	10^{32} K	10^{19} GeV	Kvantum gravitáció
10^{-37} s	10^{29} K	10^{16} GeV	Erős, elektromágneses és gyenge kölcsönhatás egyesítve
10^{-33} s	10^{27} K	10^{14} GeV	Az anyag predominanciája az antianyag felett.
10^{-9} s	10^{15} K	10^3 GeV	A gyenge kölcsönhatás leválik
10^{-2} s	10^{13} K	1 GeV	A kvarkokból kialakul a p és a n
100 s	10^6 K	10^{-4} GeV	Nukleonok kötődése: He, D kialakulása
10^6 év	10^3 K	0.1 eV	Fotonleválás, a háttérsugárzás eredete
10^{10} év	3 K	10^{-8} eV	Galaxisok kialakulása
$\sim 10^{23}$ év	?	?	Az anyag szétporlad vagy gravitációs kollapszus

8.5. Az élet kialakulásának és az interstelláris közlekedésnek feltételei

Az élet kialakulásának a feltételeit nehéz pontosan meghatározni, bizonyos alapvető szükségleteket azonban a körülményeknek ki kell elégíteniük. Ezek röviden összefoglalva a következők.

- a) A víz folyékony fázisban való jelenléte. Ez a feltétel ugyanis valószínűleg a struktúrák képződésére vezető kémiai reakciók alapja. A kémiai kötések többfélék lehetnek, de a legbonyolultabb fehérjemolekulák hidrogén kötéssel kötődnek, ezek kialakulásához víz kell. Jóval sűrűs fok alatti hőmérsékleten a hidrogénkötés létrejötte szilárdi jégoldatban túlságosan lassú folyamat, magas hőmérsékleten viszont a struktúra elbomlik.
- b) Ne legyen koncentrált, szabad áram (konveráló sugár stb.) jelen, amely a komplex struktúrákat elbontja. Szükség van olyan védelemre, amely a világít sugárzása nem hatolhat át akadály nélkül. A Föld körül ilyen védelmet a levegő réteg jelent.
- c) Az élet kialakulása lassú, millió évek folyamata. Szükséges, hogy annyi időn át az életben szükséges hőmérséklet legyen a bolygón, amely nem változhat túlságosan pl. Napközeli-Naptávol vagy hasonló okok miatt.

Ez a három követelmény nem tűnik túlságosan soknak, mégis erősen megszorítja, mely csillag bolygóján kereshetünk életre alkalmas körülményeket. Ezek a megszorítások a következők:

- A) A csillag nem lehet kettős csillag. Kettős csillag esetén a bolygó olyan gyorsan elnyúlt ellipszispályán kering, hogy napközelnaptávolban túl nagy a hőmérsékletkülönbség. A csillagok 60 %-a kettős csillag, a c) követelmény ezeket automatikusan kizárja.
- B) A csillag nem lehet túlságosan nagy, ekkor ugyanis a csillag gyorsan fejlődik, a hidrogén-hélium égés túl gyorsan megy végbe, emberi élet kialakulásra nem elég a bolygón az idő, legfeljebb primitív élet várható.
- C) A csillag nem lehet túlságosan kicsiny, ekkor ugyanis kicsi körülötte az a bioszféra, ahol az élet kialakulásra alkalmasak a körülmények és kicsi annak a valószínűsége, hogy ebben a tartományban egy bolygó van.
- D) A Naprendszeren belül az impulzusmomentum 99,5 %-át a bolygók képviselik, fiatal csillagok impulzusmomentuma viszont magára a csillagokra koncentrálódik, ezeknek feltehetőleg nem volt még idejük bolygót létrehozni vagy befogni maguk köré. Olyan csillagot kell tehát keresnünk, amelynek kicsi az impulzusmomentuma.

Mind ezek a követelmények eléggé leszűkítik azon csillagok számát, amelyek körül keringő bolygókon feltételezhetjük, hogy élet van. A hozzánk legközelebbi olyan csillag, amely a fenti körülményeket mind kielégíti, a 10 fényévre lévő Tau Ceti.

Az emberiségnek régi vágya a csillagok közt utazni, és mióta a világűrbe rakétán emberek utaztak, természetesen törek az a feltevés, hogy nemcsak a mi emberiségünk lakóit keressük fel interstelláris rakétáink. A probléma azonban nem ilyen egyszerű. Ha az interstelláris térben könnyű lenne utazni, várható, hogy más csillagok bolygójáról fejlettebb emberiségek megfigyelték volna már a Földet. Bár sokan látják a repülő csécseszeleket és a "Jövő Embéket"-ben próbálták bizonygatni, hogy bizonyos jelenségeket csak magasabb fejlettségű lények csínálhatták a Földön, a helyzet az, hogy az a tény, hogy erre egyetlen konkrét bizonyítékunk sincs, a dolgot teljesen valószínűtlenné teszi. Senki sem gondolhatja komolyan azt, hogy a Földre került fejlettebb lények pont a Hűsvét. szigeteken primitív kőszőlők faragásával és elszállításával foglalkoztak volna. Amíg viszont az ősember által használt eszközöket mindenütt megtaláltuk, magasabbrendű fejlettséget bizonyító eszközöket mint pl. egy kilövőhely elemelt, nem sikerült találnunk. Ha viszont más emberiség nem járt még a Földön, az vagy azért van, mert kiesünk az interstelláris utazások fő irányvonalából, vagy azért, mert csak nagyon elvi és nem technikai nehézségek merülnek fel ezzel kapcsolatban.

Ha valaki a Tau Ceti-re akarna eljutni, 20 fényév távolságonyi utat kell oda vissza megtennie. Ha a rakéta fénysebesség felével halad, akkor is 40 év: egy emberélet. Ezalatt a normális élet körülményeit kell biztosítani, azaz családalapításra, táplálék előteremtésére, gyógykezelésre, tiszta ruházatra felvételére stb. mind mind gondolni kell. Mekkora lehet az a rakéta, amelyik mindehhez elegendő anyagot visz magával, 8-10 ember életlehetőségét biztosítja 40 évre? Eszt a nagy tömeget olyan nagy energiával kell felkúni, hogy a Föld vonzerejének és a Naprendszer vonzerejének elhagyása után a sebessége még mindig a fénysebesség fele legyen. Erre valószínűleg a Föld egész ismert energiakészlete nem lenne elegendő. De tegyük fel, hogy a rakétát kilőttük ilyen sebességgel: hogyan kerül azután le a Tau Ceti terébe érve? Az biztos, hogy az ehhez szükséges energiát már nem viheti magával és ha az útja közben talál interstelláris anyagot, 100 %-osan energiává alakítja át, akkor sem elég erre az energiája. Az egyetlen elfogadható magyarázat az, hogy a fogadó bolygó kell, hogy lelassítsa a rakétát. Jelen tudásunk szerint úgy tűnik, hogy az interstelláris közeledés elengedhetetlen feltétele az interstelláris beszállgatás.

Az interstelláris beszállgatást a Föld már megkezdte. Hatalmas adók próbaképpen rendszeresen sugározták a Tau Ceti felé fordítva a legalacsonyabb prioritásúakat egymás után. Ki tudja? Talán más év múlva válassz lapunk rá.