Magfizika fizika tanár szakos hallgatók részére

Németh Judit

1998. július 15.

Tartalomjegyzék

1. fejezet

Bevezetés

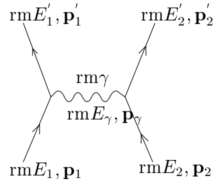
1.1. Atommag alkotórészei közötti kölcsönhatások

Mi tartja össze az atommag alkotórészeit?

1932, a neutron felfedezése óta tudjuk, hogy az elektromágneses és gravitációs erő nem jó. Kell lenni erős kölcsönhatásnak!

Az elektromágneses kölcsönhatás folyamatának áttekintése

Töltött részek közt fotonok kicserélése



Rugalmas szórás esetén: $E_1 = E_1'$, $E_2 = E_2'$ Impulzus megmaradás a két csomópontra: $\mathbf{p}_1' = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_\gamma$ és $\mathbf{p}_2' = \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_\gamma$
Energiamegmaradás a két csomópontban: $E_1 = E_1' + E_\gamma$, $\quad E_2 = E_2' - E_\gamma$.
Ezekből az következik, hogy $E_\gamma = 0$, és egyben van $p_\gamma > 0$ impulzusa. A fotonokra szokásos $E = pc$ összefüggés nem áll fenn ezekre a közvetítő fotonokra. Nem valódi foton cserélődik ki, hanem virtuális!
Ütközés előtt a teljes energia: $E = E_1 + E_2$
Foton emisszió után, de reabszorpció előtt: $E = E_1 + E_2 + E_\gamma$
Nem marad meg az energia, ha $E_\gamma > 0$
Virtuális foton kilépésének magyarázata a határozatlansági reláció. A fotonemisszió és reabszorpció között eltelt Δt ideig fennállhat ΔE energiabizonytalanság. $\Delta E \Delta t \approx \hbar$. Ebből:

$$\Delta t \approx \frac{\hbar}{\Delta E} = \frac{\hbar}{\hbar\omega} = \frac{1}{\omega}$$

A foton által megtett út Δt idő alatt: $\Delta s \approx \Delta t \cdot c = \frac{c}{\omega}$. Az ω tetszőlegesen kicsi, így Δs tetszőlegesen nagy lehet.
Zérus tömegű közvetítő részek végtelen hatótávolságot jelentenek. Ilyenek az elektromágneses és a gravitációs kölcsönhatás. (A foton és a graviton közvetíti.) Ez az egyik oka, hogy hasonlítanak.

Az erős kölcsönhatás folyamatának áttekintése:

Analógia alapján hogyan írható le az erős kölcsönhatás?
A közvetítő részecske legyen most egy m nyugalmi tömegű részecske a foton helyett, ennek a cseréje során az energiabizonytalanság $E = mc^2$. Mag mérete: $s \sim 10^{-13}\,cm = 1\,fm$. A virtuális közvetítő részecske ezt az utat futja be a rendelkezésére álló idő alatt, akkor $s \approx c\Delta t \approx \frac{c\hbar}{2\Delta E} = \frac{\hbar}{2mc}$. Ebből a közvetítő részecske tömegére adódik:

$$m = \frac{\hbar}{2 \cdot c \cdot s} \approx 10^{-28}\,kg \approx 100 m_e$$

Yukawa gondolatmenete:
Yukawa gondolatmenete matematikaibb volt, de ott is megtalálható az elektrodinamikai analógia. Az elektromágneses potenciálra fennáll a Poisson-egyenlet: $\triangle\Phi = 0$. A kvantummechanikában az impulzus $\hat{p} = -i\hbar\nabla$, ezért a $\triangle$ operátor: $\triangle = -\frac{\hat{p}^2}{\hbar^2}$. A Poisson-egyenlet tehát $\hat{p}^2\Phi = 0$ -ként is felfogható. Ennek relativisztikus általánosítására – a négyesimpulzus $p_\mu p^\mu = \frac{E^2}{c^2} - \hat{p}^2 = m_0^2 c^2$ segítségével – a Klein-Gordon-egyenletet adódik:

$$\hbar^2\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \triangle\right)\Phi - m_0^2 c^2 \Phi = 0$$

Statikus megoldásnál:

$$\triangle\Phi - \frac{m_0^2 c^2}{\hbar^2}\Phi = 0$$

Oldjuk meg a statikus Klein Gordon egyenletet. A Laplace-operátor polárkoordinátákban: $\triangle = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r} - \frac{\hat{L}^2}{r^2}$.
Bevezetve a $b = \frac{\hbar}{mc}$ jelölést, az

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2}\Phi + \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}\Phi - \frac{\hat{L}^2}{r^2}\Phi = \frac{1}{b^2}\Phi$$

egyenletet kapjuk. Keressük a megoldást gömbszimmetrikus esetre. Ekkor $\frac{\hat{L}^2}{r^2}\Phi = 0$, hiszen $\hat{L}^2$-ben a szögek szerinti deriválások szerepelnek. Egyenletünket kicsit átalakítva kapjuk:

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\Phi) = \frac{1}{b^2}(r\Phi)$$

Az $r\Phi = u$ függvény használatával:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} = \frac{1}{b^2}u$$

alakú lesz egyenletünk. Ennek megoldása az exponenciális függvény:

$$u = Ae^{\frac{r}{b}} + Be^{-\frac{r}{b}}.$$

Ha $r \to \infty$, akkor $u \to 0$ feltétel szükséges, ezért $A = 0$. Visszatérve Φ-re kapjuk a Yukawa potenciált:

$$\Phi = -g\frac{e^{-\frac{r}{b}}}{r}.$$

A hatótávolság

$$\overline{r} = \frac{\int r|\Phi|^2 dV}{\int |\Phi|^2 dV} = \frac{\int re^{-\frac{2r}{b}}dr}{\int e^{-\frac{2r}{b}}dr} = \frac{b}{2} = a = \frac{\hbar}{2mc}$$

azaz ugyanaz jött ki, mint a határozatlansági relációnál!
A potenciális energia előjele negatív, mert a potenciál vonzó:

$$V = -g^2\frac{e^{-\frac{r}{b}}}{r}.$$

Ha $g = e$ és $b = \infty$, visszakaptuk a Coulomb potenciált.

$$g \sim 6e, \qquad \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}, \qquad \frac{g^2}{\hbar c} \sim 1$$

Következmény: 2 foton kicserélése valószínűtlen, 2 mezon kicserélése jelentős!
Yukawa gondolatmenete alapján a müon illetve pi-mezon felfedezése.

1.2. Bomló állapotok

Tekintsük független részek halmazát. Egy részecske bomoljon el λ valószínűséggel egységnyi idő alatt. Ha a t időpillanatban $N(t)$ részecske van összesen, a dt idő alatt elbomló részek száma $dN = -\lambda N(t)dt$, ebből az egyszerű bomlás differenciálegyenlete adódik, aminek megoldása az exponenciális bomlástörvény: $N(t) = N(0)e^{-\lambda t}$.
Félélettartam, amikor $N(0)/2$ rész van jelen, $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$. Az átlagos élettartam (τ) az, amennyit átlagosan egy részecske él az elbomlása előtt:

$$\tau = \frac{\int te^{-\lambda t}dt}{\int e^{-\lambda t}dt} = \frac{1}{\lambda}.$$

Tekintsünk most kvantummechanikailag egy részecskét, azaz vizsgáljunk egy bomló állapotot. Egy E energiájú részecske hullámfüggvénye: $\Psi(t) = \Psi(0)e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$. Ha E valós, akkor $|\Psi(0)|^2 = |\Psi(t)|^2$, és a részecske nem bomlik el. Ha azonban az energia tartalmaz képzetes részt, $E = E_0 - i\frac{\Gamma}{2}$, akkor $|\Psi(t)|^2 = |\Psi(0)|^2 e^{-\frac{\Gamma}{\hbar}t}$. Visszakapjuk az exponenciális bomlástörvényt, ha $\Gamma = \lambda\hbar$. Így a bomló részecske hullámfüggvénye:

$$\Psi(t) = \Psi(0)e^{-\frac{i}{\hbar}E_0 t}e^{-\frac{\lambda}{2}t}.$$

Nézzük meg, mi a valószínűsége annak, hogy a kibocsátott energia E. Fourier transzformációval megkapjuk a valószínűségi amplitúdót. Egy f(t) függvény Fourier-transzformáltja:

$$g(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{i\omega t}dt.$$

Az f(t) helyett az állapotfüggvényt transzformálva és figyelembe véve, hogy $E = \hbar\omega$, illetve $\Psi(t) = 0$ ha $t > 0$,

$$g(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\Psi(0)\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\left(\omega - \frac{E_0}{\hbar}\right)t}e^{-\frac{\Gamma}{2\hbar}t}dt = \frac{\Psi(0)}{\sqrt{2\pi}}\frac{i\hbar}{\hbar\omega - E_0 + i\frac{\Gamma}{2}}.$$

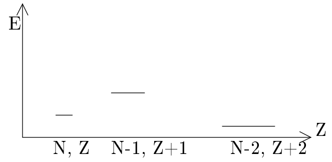
Az E állapot valószínűsége:

$$P(E) = |g(\omega)|^2 = \frac{C}{(E - E_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}.$$

A C együtthatót a valószínűség egyre való normálásával kaphatjuk meg. Így a valószínűségi eloszlásra megkapjuk az ún. Breit-Wigner-formulát:

$$P(E) = \frac{\frac{\Gamma}{2\pi}}{(E - E_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}},$$

ahol $\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{\hbar}{\Gamma}$ a bomló állapot félélettartama, és $\Gamma = \lambda\hbar$ az energiaszélesség: $\Gamma\tau = \hbar$.



1.3. A magfizika kezdetei

- Atomok, oszthatatlanság.
- Prout: $m_M \sim n \cdot m_H$.
- Radioaktivitás 1896 Bequerel.
- 1903 – Rutherford, Soddy: az elemek átalakulnak.
- 1911 – Rutherford: az atommag felfedezése.

  Alkotórészei ?
  Ze töltés, Am_H tömeg.

  $$r = r_0 A^{\frac{1}{3}}, \qquad r_0 = 1.15 \cdot 10^{-15} m.$$

- Thomson modell: A proton, A-Z elektron
  Problémái:

  1. Spin $2A - Z$ feles helyett A feles
  2. Mágneses momentum:
  $$\mu_e \sim \mathcal{O}\left(\frac{e\hbar}{2m_p c}\right).$$
  3. Kötési energia
  $$\Delta p \sim \frac{\hbar}{a} \qquad \Delta E \sim \frac{\hbar^2}{2a^2 m} \qquad a \sim 10^{-13}\, cm.$$
  $\Delta E \sim 10 MeV$ protonra, $\sim 1000 MeV$ elektronra.

- 1932 – Chadwick: a neutron felfedezése.

Atommag: Z proton, A-Z neutron. Ez az előző problémákat mind megoldja.

1.4. β bomlás

A radioaktiv bomlások tanulmányozása során magától értetődően merül fel a kérdés: ha a határozatlansági reláció értelmében elektron nem lehet a magban, honnan erednek a β-bomlás során kilépő elektronok ? A választ Fermi adta meg, aki azt a gondolatot vetette fel, hogy az elektronok kilépésük pillanatában keletkeznek olyan módon, hogy egy neutron protonra és elektronra bomlik szét.

Egy magára hagyott neutron 17 perc alatt bomlik el protonra és elektronra, miközben energia szabadul fel, ugyanis a neutron tömege több mint a proton és elektron tömegéé együttesen. Az atommagban azonban a neutron általában nem tud elbomlani. Képzeljük el, hogy akárcsak egy atomban az elektronok, a magban is a protonok és a neutronok adott kvantumállapotokban meghatározott energiával rendelkeznek. A Pauli-elv értel mében egy adott állápotban csak egyetlen részecske lehet. A neutron tehát csak akkor bomolhat el a magban, ha a bomlás során keletkezett proton energiája a Pauli-elv értelmében nem lesz túl magas, vagyis még mindig energianyereség van. Ugyanezt a gondolatmenetet a kötési görbét tanulmányozva is megérthetjük. Ha a magban egy neutront protonra változtatunk, miközben elektron lép ki, a felszabadult energia (lásd később a félempirikus kötési energia képletet)

$$\Delta E = -(m_n - m_p - m_e)c^2 + c_3 \frac{(2Z+1)}{A^{\frac{1}{3}}} - c_4 \frac{4(N-Z-1)}{A}.$$

Ha $\Delta E < 0$, a bomlás végbemehet, $\Delta E > 0$ esetén azonban a neutron stabilis a magban.

A β-bomlás tanulmányozása során megvizsgálták a kilépő elektronok energiáját, és azt tapasztalták, hogy az energiaspektrum folytonos. Ez érthetetlennek tűnt, ugyanis a radioaktív α és γ-sugárzás vonalas szerkezetű. A kvantummechanika törvényei ismeretében azt várnánk, hogy az elektronok energiája a β-bomlás előtti és utáni magállapotok energiájától függő adott érték legyen.

A probléma sokáig foglalkoztatta a kutatókat. Először azt tételezték fel, hogy az elektronok energiája azért folytonos a mérés pillanatában, mert az elektronok az atomburkon áthaladva az ott levő elektronokkal kölcsönhatásba kerülnek és energiát veszítenek. Ez az energiaveszteség az, ami folytonos. Az elméletet 1927-ben ellenőrizték. Ólomszekrénybe zártak radioaktív bizmutot, és ezáltal megakadályozták, hogy az elektronok eltávozzanak a rendszerből, a vastag ólomfal ugyanis lefékezte az elektronokat, a teljes mozgási energiájuk hővé alakult. Megmérve az ólomtömb felmelegedését, meghatározták a kilépő elektronok összenergiáját. Az elmélet szerint az egy részecskére eső energia az elektronok maximális energiája kellene hogy legyen, a kisérlet szerint ezzel szemben az átlagos energiának adódott.

Az eredmény megrázó volt a fizikusok számára, ugyanis ugy tűnt, valami probléma van az energiamegmaradással. Bohr, Landau és Dirac már arra gondoltak, hogy β-bomlásnál és általában elemi folyamatoknál az energiamegmaradás csak átlagosan teljesül, így az egyes folyamatoknál a kilépő elektronok energiája fluktuál. Ez a feltevés is helytelennek bizonyult, mivel megmérve, a Z és Z+1 rendszámú mag közötti energia különbséget, kiderült, hogy az a β-bomlás során kilépő részek maximális energiája, nem pedig az átlagenergia. A β-bomlás során látszólag energia vész el!

További megfigyelések arra mutattak, hogy nem csak az energiamegmaradással, hanem az impulzus ill. impulzusmomentum megmaradással is baj van. β-bomlás során a tapasztalat szerint a magok impulzusmomentuma 1-gyel változik, a kilépő elektron spinje pedig feles. Feles impulzusmomentum hiány van tehát. Másrészt egy nyugvó mag β-bomláskor nem pont az elektronnal ellentétesen verődik vissza, ahogy azt az impulzusmegmaradás megkívánná, tehát impulzusveszteség is van. Megmérték az impulzus és energiaveszteség közti összefüggést, és

$$\Delta p \sim \frac{\Delta E}{c}$$

adódott. Energia, impulzus és impulzusmomentum veszteség együtt ! Ez már olyan feltűnő volt, hogy a kutatók gondolatmenetét határozott irányba terelhette.

1931-ben Pauli vetette fel a gondolatot, hogy a β bomlásnál fellépő rendellenességek oka az, hogy a bomló magból az elektron mellet még egy másik részecske is kilép. Mivel a töltésmegmaradás rendben van, ez a részecske semleges kell hogy legyen. A feles spinhiány arra mutatott, hogy a kérdéses részecske feles spinű, a fenti összefüggés az impulzusveszteségre pedig arra, hogy a nyugalmi tömege zérus. Végül az a tény, hogy atomtömbbe zárt radioaktív anyag esetén is energiaveszteség van, azt jelenti, hogy a kihatoló részecske nagy áthatoló képességű, az ólomtömbön kölcsönhatás és elnyelődés nélkül áthaladhat. Ezt a hiányzó és csak indirekt megfigyelt részecskét nevezték el neutrínónak, jele ν. A β bomlás elméletét Fermi dolgozta ki részletesen 1934-ben. Eszerint a β bomlás során a

$$n \to p + e^- + \overline{\nu}$$

bomlásfolyamat megy végbe. A Fermi elmélet sikere a neutrínó létének indirekt bizonyítéka. A neutrínót megfigyelni csak 1964-ben tudták, az indukált β-bomlás során.
Reines 1964-ben kozmikus sugárzással keltett nagyenergiájú neutrínókkal bombázott ^{37}Cl volt. A kísérlet során a neutrínó β-bomlást indukált:

$$\nu + n \to p + e^-$$

A kilépő elektronokat sikerült megfigyelni. Ezt a folyamatot nevezik indukált β-bomlásnak, ami a neutrínó létének direkt bizonyítéka.

Amikor a magban túl sok proton van a neutronok számához képest, a β-bomlás fordítottja, az ún. K-befogás következik be: egy proton a legbelső, K elektronhéjról befog egy elektront és neutronná alakul át. K-befogást először Alvarez figyelt meg 1937-ben. A kísérlet véghezvitele nehéz. A folyamatot úgy lehet megfigyelni, hogy mivel a K héjon megüresedik egy elektronpálya, egy külső héjról elektron megy át a K-héj energiaállapotába, miközben a kibocsátott sugárzás már nem a Z, hanem a Z-1 rendszámú atom átmeneti sugárzása.

A β bomlás típusai:

$$\begin{array}{ll} n \to p + e + \overline{\nu} & \beta^{-}\text{bomlás,} \\ e^{-} + p \to n + \nu & \text{K befogás,} \\ p \to n + e^{+} + \nu & \beta^{+}\text{bomlás,} \\ \left.\begin{array}{l} \overline{\nu} + p \to n + e^{+} \\ \nu + n \to p + e^{-} \end{array}\right\} & \text{indukált } \beta \text{ bomlások.} \end{array}$$

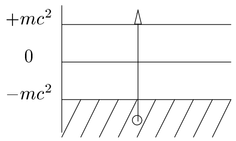
1.5. Antirészek

Ha a relativisztikus energia-tömeg összefüggést nézzük, arra a meglepő eredményre jutunk, hogy az energia és a tömeg között az előjel kétféle lehet:

$$E = \pm\sqrt{(mc^2)^2 + p^2c^2}.$$

A Schrödinger egyenlet relativisztikus általánosításának, a Dirac egyenletnek négy különböző megoldása van, a két spinnek és a két előjelnek megfelelően. Ha negatív energia állapotok is lehetségesek, minden részecske negatív energia állapotba akar átmenni, a második főtétel értelmében. Dirac azt a gondolatot vetette fel, hogy az ismert részecskék azért nem mennek át negatív energia állapotba, mert azok az állapotok már mind be vannak töltve részecskékkel, és a Pauli elv értelmében egy állapotban csak egy részecske lehet.

Mi történik, ha egy ilyen negatív energiájú állapottal energiát közlünk? Ha az energia elég nagy ahhoz, hogy a részecske energiája $-mc^2$ helyett $+mc^2$ legyen, a negatív energiájú részecske pozitív energiájú állapotba mehet át. Az ábrán látható módon ilyenkor megjelenik egy negatív töltésű, pozitív energiájú elektron, és az egyenletesen betöltött negatív energiájú állapotok között megjelenik egy lyuk.



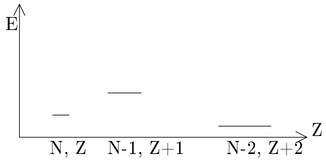
Negatív energia, negatív töltés hiánya egy pozitív energiájú, pozitív töltésű részecskének felel meg. Dirac ezután rájött, hogy tulajdonképpen a Dirac egyenlet megoldása nem négyféle pozitív és negatív energiának felel meg, hiszen az utóbbinak nincs sok értelme, hanem pozitív és negatív töltésű különböző spinű részecskéknek. Dirac teljesen spekulatív úton megjósolta, hogy a természetben létezni kell az elektronnal azonos tömegű de ellentétes töltésű és mágneses momentumú feles spinű részecskének, amit pozitronnak nevezett el. Egy pozitron elektronnal összetalálkozva fotonokká sugárzódik szét. 1928-ban Anderson kozmikus sugárzásban megtalálta a pozitront.

A pozitront az elektron antirészének szokás nevezni. Nem csak a elektronnak, de a protonnak, neutronnak, azaz minden részecskének megtalálták az antirészét is. Az antirészekkel kapcsolatban sokáig téves nézetek terjedtek el a nem tudományos közvéleményben, aminek egyik talán éppen az anti elnevezésben van. A pozitron pontosan ugyanolyan értékű ugyanolyan stabil részecske, mint az elektron. Egy magára hagyott pozitron végtelen hosszú ideig él. Egy antiprotonból és egy pozitronból álló rendszer ugyanolyan atom, mint a protonból és elektronból álló, ugyanolyan spektrummal, kötéssel stb. Mivel azonban egy pozitron és egy elektron összetalálkozva szét tud sugározni, szükségszerűen csak ez egyikből lehet nagy mennyiségben a Földön. Az, hogy itt az elektronból van

sok, lehet teljesen véletlen.

A töltött részek antirésze előjelben különbözik a részecskétől. A semleges neutron antirésze a mágneses momentum előjelében különbözik a neutrontól. Kérdés, miben különbözik a neutrínó az antineutrínótól és van-e egyáltalán különbség köztük. Erre a kérdésre választ a kettős β bomlás adhat.

Előfordul időnként, hogy ha az alábbi ábrán látható módon egy egy neutron protonná alakul át, a rendszer energiát veszít.



Ha azonban két neutron alakul át két protonná, energianyereség van. A kettős β bomlás kétféle képpen mehet végbe attól függően, hogy a neutrínó és az antineutrínó között van-e különbség vagy nincs. Ha van különbség, a végbemenő folyamat:

$$n_1 + n_2 \to p_1 + p_2 + 2e^{-} + 2\overline{\nu}$$

Ha azonban a ν és $\overline{\nu}$ között nincs különbség, a második β bomlás indukált módon mehet végbe.

$$n_1 \to p_1 + e^{-} + \nu$$

$$\nu + n_2 \to p_2 + e^{-}$$

Végeredményben tehát az

$$n_1 + n_2 \to p_1 + p_2 + 2e^{-}$$

folyamat játszódik le. ^{124}Sn és ^{124}Te esetére meghatározták elméletileg a kettős β-bomlás valószínűségét. Az első esetben a felezési idő 10^{27} évnek, a második esetben 10^{16} évnek adódott. A kísérletek tanulsága szerint a kettős β-bomlás időtartama nem rövidebb 10^{20} évnél. Ez azt jelenti, hogy a neutrínó és antineutrínó különböző részecskék.
Az ötvenes évek végén kiderült, hogy a neutrínó és antineutrínó nem csak fermiontöltésben különböznek egymástól. Ez a felfedezés a fizika meglepetései közé tartozott.

2. fejezet

Elemi részek fizikája

2.1. Az elemi rész fogalma

Az elemiség fogalma szerkezettől és energiától függ.

$$\Psi(1,2) = \phi_A(1)\phi_B(2)\chi(\mathbf{r}_{12})$$

Amíg ϕ_A és ϕ_B alapállapotú objektum és csak a relatív mozgásuk jön be, addig elemi részeknek tekinthetők.
A higanygőz a Frank-Hertz kísérletben, ha elektronokat bocsátunk át rajta, 4.9 eV alatt elemi résznek vehető. 4.9 eV-nál gerjesztődik, 10.4 eV-nál kilép belőle egy elektron. Ekkor megjelenik a szerkezet.
Atommag esetén p és n lép ki a magból.
Nukleon + elektron → gerjesztett nukleon állapot, π kilépéssel elbomolhat.

Az elemiség relatív dolog !

2.2. Kölcsönhatások

Típus	Erősségre jellemző tényező
Erős	$\sim 10^0$
Elektromágneses	$\sim 10^{-2}$
Gyenge	$\sim 10^{-12}$
Gravitációs	$\sim 10^{-44}$

Az elektromágneses kölcsönhatást ismerjük a legjobban, az ad információt a többiről. Az elektromágneses kölcsönhatás erőssége $\frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$, közvetítő részei a fotonok, forrásai a töltött részek. Mivel két foton kicserélésének az erőssége százszor gyengébb mint egy fotoné, az elektromágneses kölcsönhatás gyakorlatilag egy foton kicseréléséből áll. Hatótávolsága $\frac{1}{r}$-rel arányos, ennek oka a zérus nyugalmi tömeg. A gravitációs kölcsönhatás hasonló.

Az erős kölcsönhatásról az első ismeretek a Yukawa féle mezonelméletből származnak. Eszerint két nagyságrenddel erősebb mint az elektromágneses kölcsönhatás. A források a barionok, a közvetítő részek a mezonok. Rövid hatótávolságú, ami a mezonok nagy tömege miatt van. Nem csak egy mezon kicserélés ad járulékot, ezért rövid hatótávon az erős kölcsönhatás nagyon bonyolulttá válik. A továbbiakban ez a kép még erősen meg fog változni.

A gyenge kölcsönhatást a β bomlásból ismerjük. Kezdetben csak annyit tudtak róla, hogy nagyon rövid hatótávolságú, és 12 nagyságrenddel gyengébb, mint az erős kölcsönhatás. Gyenge kölcsönhatásban minden részecske részt vesz, a fotonok kivételével.

Az elemi részek világában a bomlás természetes jelenség, minden részecske elbomlik, aminek a

bomlását valami nem tiltja, azaz a Hamilton mátrix eleme nem lesz zérus. A bomlások akkor nem következnek be, ha egy megmaradási törvény sérül. Ahhoz, hogy az elemi részek világát megértsük, át kell tekintenünk a megmaradási törvényeket.

2.3. Elemi részek bomlása

A kölcsönhatások erőssége és a bomlások között szoros az összefüggés. Legyen a rendszer Hamilton operátora $H = H_0 + H_{int}$, ahol H_{int} hatása a végtelenben zérus, és H_0 sajátfüggvényeit ismerjük.

$$H_0|\alpha\rangle = E_\alpha|\alpha\rangle.$$

Kezdetben a kölcsönható centrumtól végtelen messze a rendszer állapota legyen $\Psi_\alpha = |\alpha\rangle$. Mivel $|\alpha\rangle$ nem sajátfüggvénye a teljes H-nak, a megoldás valami más lesz. Végtelenben a végállapotban valamilyen $|\beta\rangle$ állapotba megy át a rendszer. Kvantummechanikailag meg lehet mutatni, hogy az átmenet sebessége:

$$w_{\alpha\beta} = \frac{2\pi}{\hbar}|\langle\beta|H_{int}|\alpha\rangle|^2\rho(E), \qquad \left(\langle\beta|H_{int}|\alpha\rangle = \int \Psi_\beta^* H_{int}\Psi_\alpha dV\right)$$

ahol H_{int} a kölcsönhatás operátora és $\rho(E)$ a végállapot sűrűsége. Statisztikus fizikából tudjuk, hogy egy állapot entrópiája annál nagyobb, minél többféle képpen valósulhat az meg. Vagyis ha nő az állapotsűrűség, nő a rendszer entrópiája. Fermi a fenti összefüggést ***aranyszabály***nak nevezte.

Ha nagyobb az időegység alatt bekövetkező átmenet valószínűsége, gyorsabban bomlik a rendszer. Minél nagyobb a kölcsönhatás mátrixeleme, annál gyorsabb a bomlás. A részecskék tehát erős kölcsönhatás révén bomlanak el, ha tudnak. Ezek a bomlások tipikusan $10^{-22}\,s$ nagyságrendűek. Ha erős kölcsönhatás révén nem bomolhatnak, akkor következik az elektromágneses illetve gyenge kölcsönhatás miatti bomlás ($10^{-16}\,s$ ill. $10^{-10} - 10^{-6}\,s$ idők alatt).

A bomlás az elemi részek világában természetes dolog. Magyarázni nem a bomlást, hanem az állandóságot szükséges. Ezt megmaradási tételekkel lehetséges.

Az elemi részecskék táblázata a hatvanas évek elején

Család	Név	Spin	Tömeg	Élettartam	Bomlások
Foton	γ	1^-	1^-	stabil	
Leptonok	$\nu_e, \overline{\nu}_e$	$\frac{1}{2}^+$	$< 0.2\, keV$	stabil	
	$\nu_\mu, \overline{\nu}_\mu$	$\frac{1}{2}^+$	$< 1.6\, MeV$	stabil	
	$e^+, e^-,$	$\frac{1}{2}^+$	$0.51\, MeV$	stabil	
	μ^+, μ^-	$\frac{1}{2}^+$	$105.7\, MeV$	$2.2 \cdot 10^{-6}\, s$	$e^-\nu\overline{\nu}$
Mezonok	π^+, π^-	0^-	$140\, MeV$	$2.6 \cdot 10^{-8}$	$\mu\nu$
	π^0	0^-	$135\, MeV$	$0.89 \cdot 10^{-16}$	2γ
	K^+, K^-	0^-	$494\, MeV$	$1.23 \cdot 10^{-8}$	$\mu\nu$
	$K_0, \overline{K}_0$	0^-	$498\, MeV$	$50\%\, K_{\text{rövid}}$	
				$50\%\, K_{\text{hosszú}}$	
	$K_{\text{rövid}}$	0^+		$0.86 \cdot 10^{-10}$	π^+, π^-
					$2\pi^0$
	$K_{\text{hosszú}}$	0^-		$5.29 \cdot 10^8$	$3\pi^0$
					$\pi^+\pi^-\pi^0$
	η^0	0^-	$549\, MeV$	$\Gamma \sim 2.3\, keV$	2γ
					$3\pi^0$
					$\pi^+\pi^-\pi^0$
Barionok	$p, \overline{p}$	$\frac{1}{2}^+$	$938.2\, MeV$	stabil	
	$n, \overline{n}$	$\frac{1}{2}^+$	$939.6\, MeV$	$0.96 \cdot 10^3\, s$	$pe^-\nu$
	$\Lambda, \overline{\Lambda}$	$\frac{1}{2}^+$	$1115.6\, MeV$	$2.52 \cdot 10^{-10}\, s$	$n\pi^0$
					$p\pi^-$
	$\Sigma^+, \overline{\Sigma}^+$	$\frac{1}{2}^+$	$1189.4\, MeV$	$0.81 \cdot 10^{-10}\, s$	$p\pi^0$
	$\Sigma^0, \overline{\Sigma}^0$	$\frac{1}{2}^+$	$1192.6\, MeV$	$< 10^{-14}\, s$	$n\pi^+$
					$\Lambda\gamma$
	$\Sigma^-, \overline{\Sigma}^-$	$\frac{1}{2}^+$	$1197.4\, MeV$	$1.64 \cdot 10^{-10}\, s$	$n\pi^-$
	$\Xi^0, \overline{\Xi}^0$	$\frac{1}{2}^+$	$1314.7\, MeV$	$3.03 \cdot 10^{-10}\, s$	$\Lambda\pi^0$
	$\Xi^-, \overline{\Xi}^-$	$\frac{1}{2}^+$	$1321.3\, MeV$	$1.66 \cdot 10^{-10}\, s$	$\Lambda\pi^-$
	$\Omega^-, \overline{\Omega}^-$	$\frac{3}{2}^+$	$1672.5\, MeV$	$1.3 \cdot 10^{-10}\, s$	$\Xi^0\pi^-$
					$\Xi^-\pi^0$
					ΛK^-

A táblázatból látható, hogy a stabil részecskék a γ, ν, e^-, p.

e^- nem tud elbomlani, mert a legkisebb elektromosan töltött részecske – elektromos töltés megmaradása.

γ nem tud elbomlani, mert a legkisebb tömegű rész – energiamegmaradás.

ν nem tud elbomlani, mert a legkisebb feles spinű rész – fermion töltés megmaradása.

p Miért nem bomlik így: $p \to e^+ + 2\nu$? Egyetlen magyarázat: új kvantumszám: bariontöltés. Ez az ami megmarad.

2.4. Elemi részek legfontosabb tulajdonságai

Az eddigiek alapján foglaljuk össze az elemi részek legfontosabb tulajdonságait.

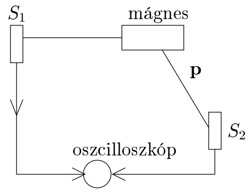
Töltés : Q

Tömeg

Mindig a nyugalmi energiát (mc^2) értjük a tömeg alatt. Atommagoknál a tömeget tömegspektrométerekkel mérik. Ennek lényege: ionizált atomokat felgyorsítunk és elektromos és mágneses térbe teszünk. A kilépés helyéből az $\frac{e}{m}$ viszony meghatározható.
Elemi részeknél a tömegspektrométer nem jó.
A részecskék reakciókban képződnek, a sebességüket nem ismerjük. Más eljárás kell. Ezek alapja:

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4, \qquad \mathbf{p} = m\gamma\mathbf{v}, \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

A tömeg meghatározható, ha az impulzus és energia vagy az impulzus és sebesség ismert.



Az oszcilloszkóp meghatározza az S_1 és S_2 jel közti különbséget, abból a sebbességet, amiből már következtetünk a tömegre.
Semleges vagy nagyon rövid ideig élő részecskére a módszer nem jó, ilyenkor bonyolultabb eljárásokat kell alkalmazni.

Spin

A feles spinű részecskék a fermionok, az egész spinűek a bozonok.
Tekintsünk két azonos részecskét:

$$\Psi = \Psi(1,2).$$

Ha a két részecskét felcseréljük,

$$\Psi(1,2) = \pm\Psi(2,1),$$

azaz a hullámfüggvény vagy szimmetrikus, vagy antiszimmetrikus a két rész felcserélésével szemben (megfigyelés). Pauli relativisztikus térelméleti alapon bebizonyította, hogy feles spinű részeknél antiszimmetrikus, egész spinűnél pedig szimmetrikus a hullámfüggvény. Érvényesül az ún. Pauli-elv:

$$\Psi(1,2) + \Psi(2,1) = 0, \qquad \Rightarrow \Psi(1,2) = 0,$$

azaz azonos kvantumállapotban nem lehet két részecske.

Mágneses dipólmomentum

A részecske energiája mágneses térben:

$$E_m = -\underline{\mu}\mathbf{B}, \qquad \underline{\mu} = g\frac{e}{2mc}\mathbf{J}, \qquad \mu_0 = \frac{e\hbar}{2mc}.$$

A Hamilton operátor ilyenkor

$$H = H_0 - \frac{g\mu_0}{\hbar}\mathbf{J}\mathbf{B}$$

Ha $\mathbf{J}\mathbf{B} = J_z B_z = J_z B$, az energiaeltolás ($\mathbf{B}$ z irányú):

$$E = E_0 - g\mu_0 MB,$$

ahol M az impulzusmomentum operátor z komponensének az értéke, ami $2J+1$ értéket vehet fel. A

$$\mu = g\mu_0 J$$

értéket szokás szokás általában a részecskék mágneses momentumának nevezni.
Az a tény, hogy $g \neq 0$ minden semleges részre és $g \neq \pm 1$ minden töltött részre, arra utal, hogy a részek összetettek.

Paritás

A tértükrözés operátor hatása:

$$P\Psi(\mathbf{r}) = \Psi(-\mathbf{r}) = \alpha\Psi(\mathbf{r}),$$
$$\Psi(\mathbf{r}) = P^2\Psi(\mathbf{r}) = \alpha^2\Psi(\mathbf{r}).$$

$\alpha = \pm 1$ – paritás.

Ritkaság

A ritkaság bevezetésére az a felismerés vezetett, hogy számos részecske csak gyenge kölcsönhatással tud bomlani, holott látszólag semmi sem akadályozza, hogy erős kölcsönhatással bomoljon. Kaon:

$$\begin{array}{ll} p + \pi^- \to \Lambda^0 + K^0, & \text{erős kölcsönhatás} \\ K^+ \to \pi^+ + \pi^0, & \text{gyenge kölcsönhatás} \end{array} \quad \text{Miért ?}$$

Mért nem megy végbe soha a

$$p + \pi^- \Lambda^0 + \pi^0$$

folyamat ?
Van egy új kvantumszám, a ritkaság (S). A ritkaság gyenge kölcsönhatásban sérül.

Izospin

Tömegskála vizsgálata révén jöttek rá, hogy van még egy kvantumszám, az izospin (I), ami gyenge és elektromágneses kölcsönhatásban sérül.
Nagyon közeli tömegű részecskék vannak $(\Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-)$, amik csak töltésben különböznek.
A ritkaság helyett szokás a hipertöltést is használni:

$$Y = S + B = 2(Q - I_3)$$

Összefoglalva táblázatban az eddigieket:

Részecske	Q	T_3	B	S	Y
π	$\pm 1, 0$	$\pm 1, 0$	0	0	0
K	$+1$	$1/2$	0	1	1
η^0	0	0	0	0	0
Nukleon	$+1$	$1/2$	1	0	1
	0	-1/2	1	0	1
Λ^0	0	0	1	-1	0
Σ	$\pm 1, 0$	$\pm 1, 0$	1	-1	0
Ξ	0	1/2	1	-2	-1
	-1	-1/2	1	-2	-1
Ω^-	-1	0	1	-3	-2

2.5. Szimmetriák és megmaradási törvények

A fizika kialakulásának kezdete óta a szimmetriák rendkívül nagy segítséget nyújtottak számunkra a természeti jelenségek megértésében. Fokozatosan a fizikai törvények elméleti megfogalmazásának gerincévé váltak. A következőkben ezeket a szimmetriaoperációkat és ezek elméleti alapjait akarjuk megvizsgálni.

Szoros kapcsolat van a szimmetriák, megmaradó mennyiségek és a nem megfigyelhető mennyiségek között.
Minden szimmetria alapja az, hogy bizonyos alapmennyiségeket nem lehet megfigyelni. Lássuk be ezt egy egyszerű példán.
Tekintsünk két részecskét $\mathbf{r}_1$ és $\mathbf{r}_2$ helyen, hasson ezek között egy V potenciális energia. Az az állítás, hogy az abszolút hely egy nem megfigyelhető mennyiség. Ez azt jelenti, hogy a koordináta-rendszer kezdőpontja tetszőlegesen eltolható. Ekkor a potenciális energia csak a $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$-nek lehet a függvénye. Ebből következik, hogy a két részecske teljes impulzusa megmarad, ugyanis a Newton egyenletből

$$\dot{\mathbf{p}}_1 = \mathbf{F}_1 = -\nabla_1 V, \qquad \dot{\mathbf{p}}_2 = \mathbf{F}_2 = -\nabla_2 V,$$
$$\dot{\mathbf{p}} = (\mathbf{p}_1 \dot{+} \mathbf{p}_2) = -(\nabla_1 V + \nabla_2 V) = 0.$$

Fizikai érzékünk azt követeli meg, hogy feltételezzük, bizonyos elmozditásokkal szemben a természet szimmetrikus. Gondoljunk például a koordináta-rendszer kezdőpontjának megválasztására. Az általános tömegvonzás törvénye független kell hogy legyen attól, hogy a koordináta-rendszer kezdőpontját hova helyeztük el, Budapestre vagy Debrecenbe. Ha áthelyezzük a kezdőpontot, semmi nem változik. A természet szimmetrikus az ilyen áthelyezésekkel szemben. Ez azt jelenti, hogy fizikai törvények nem változhatnak meg, ha az origót eltoljuk. Másként ezt úgy is szokás mondani hogy a fizikai törvények eltolás-invariánsak.

Egy ilyen eltolást úgy tudunk matematikailag leírni, hogy a fizikai mennyiségekre egy olyan operátort hattatunk, ami eltolja az origót. Másképpen: a mennyiségeket transzformáljuk egy transzformációs operátort alkalmazva. Vizsgáljuk meg ezt a transzformációs operátort. A kielégítendő egyenlet:

$$T(\mathbf{a})\psi(\mathbf{r}) = \psi(\mathbf{r} + \mathbf{a})$$

ahol $T(\mathbf{a})$ az eltolást előidéző transzformációs operátor és $\psi(\mathbf{r})$ egy tetszőleges állapot hullámfüggvénye. Kérdés: milyen az a T transzformációs operátor, amelyik kielégiti a fenti egyenletet. Ebből a célból tekintsük először az infinitezimálisan kicsi transzformációk esetét. $\mathbf{a}$ helyébe ilyenkor $d\mathbf{a}$ írható, és a jobb oldal $d\mathbf{a}$ szerint sorbafejthető:

$$T(d\mathbf{a})\psi(\mathbf{r}) = \psi(\mathbf{r}) + d\mathbf{a}\frac{\partial\psi(\mathbf{r})}{\partial\mathbf{r}},$$

$$T(d\mathbf{a}) = 1 + d\mathbf{a}\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} = 1 + \frac{i}{\hbar}\mathbf{p}d\mathbf{a},$$

ahol a differenciálás operátora helyett bevezettük a szokásos impulzus operátor jelölést. $T(\mathbf{a})$ más alakban is írható, hiszen láthatólag éppen egy exponenciális sorfejtés első 2 tagja.

$$T(d\mathbf{a}) = e^{\frac{i}{\hbar}\mathbf{p}d\mathbf{a}}$$

Ha egy véges eltolást akarunk létrehozni, azt felbonthatjuk infinitezimális eltolások összegére, a transzformáció operátora az infinitezimális transzformáció operátorok egymás utáni alkalmazása, vagyis szorzata lesz.

$$T(\mathbf{a}) = \prod_{d\mathbf{a}=0}^{\mathbf{a}} T(d\mathbf{a}) = e^{\frac{i}{\hbar}\mathbf{p}\sum d\mathbf{a}} = e^{\frac{i}{\hbar}\mathbf{p}\mathbf{a}}.$$

Ez az általános **a** eltolás transzformációs operátora.

Az eltolással szembeni invariancia azt jelenti, hogy a fizikai törvények és mennyiségek nem változnak meg, ha az eltolási transzformációs operátort alkalmazzuk rájuk. Alkalmazzuk a $T(\mathbf{a})$ operátort a H Hamilton operátorra

$$T(\mathbf{a})H(\mathbf{x},\mathbf{p}) = H(\mathbf{x}+\mathbf{a},p)T(\mathbf{a})$$

Az invariancia azt jelenti, hogy:

$$H(\mathbf{x},\mathbf{p}) = H(\mathbf{x}+\mathbf{a},\mathbf{p}),$$

vagyis

$$TH - TH = [T,H] = 0,$$

azaz a transzformáció operátora felcserélhető a Hamilton operátorral. Másrészt tudjuk, hogy egy operátor, ha nem függ explicite az időtől és felcserélhető a Hamilton operátorral, mozgási állandó. Képezzük egy O operátor várható értékének idő szerinti deriváltját, ha O nem függ explicite az időtől:

$$\frac{d}{dt}\langle\Psi|O|\Psi\rangle = \langle\frac{\partial}{\partial t}\Psi|O|\Psi\rangle + \langle\Psi|O|\frac{\partial}{\partial t}\Psi\rangle,$$

$$\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar}H\Psi, \qquad \frac{\partial\Psi^*}{\partial t} = +\frac{i}{\hbar}H\Psi^*,$$

$$\frac{d}{dt}\langle\Psi|O|\Psi\rangle = \frac{i}{\hbar}\langle H\Psi|O\Psi\rangle - \langle\Psi|OH\Psi\rangle = \frac{i}{\hbar}\langle\Psi|HO|\Psi\rangle.$$

Írjuk be O helyébe T-t, és fejtsük sorba az exponenciálist.

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = 0, \qquad \text{ha} \quad [H,T] = 0.$$

Példák szimmetriákból következő megmaradásra

Tegyük fel, hogy a két részecske között ható V potenciális energia csak a relatív koordinátáktól függ : $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$.

$$\dot{\mathbf{p}_1} = -\frac{\partial V}{\partial \mathbf{r}_1}, \qquad \dot{\mathbf{p}_2} = -\frac{\partial V}{\partial \mathbf{r}_2} = \frac{\partial V}{\partial \mathbf{r}_1},$$

$$\dot{\mathbf{p}_1} + \dot{\mathbf{p}_2} = \dot{\mathbf{p}} = 0 \implies \text{impulzus megmaradás.}$$

Tegyük fel, hogy a potenciál nem függ explicite az időtől.

$$E = \frac{1}{2}\frac{\mathbf{p}_1^2}{m} + \frac{1}{2}\frac{\mathbf{p}_2^2}{m} + V(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2,\ldots).$$

$$\dot{E} = \frac{1}{2}\frac{\mathbf{p}_1^2\dot{\mathbf{p}}_1}{m} + \frac{1}{2}\frac{\mathbf{p}_2^2\dot{\mathbf{p}}_2}{m} + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{r}_1}\dot{\mathbf{r}}_1 + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{r}_2}\dot{\mathbf{r}}_2 = \frac{\mathbf{p}_1}{m}\underbrace{\left[\dot{\mathbf{p}}_1 + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{r}_1}\right]}_{0} + \frac{\mathbf{p}_2}{m}\underbrace{\left[\dot{\mathbf{p}}_2 + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{r}_2}\right]}_{0} = 0$$

$$\implies \text{Energia megmaradás}$$

Hasonló módon belátható, hogy ha V független az iránytól, akkor érvényes az impulzusmomentum megmaradás.

2.6. A paritásmegmaradás sérülése

További lehetséges szimmetria: tükrözés. Paritás:

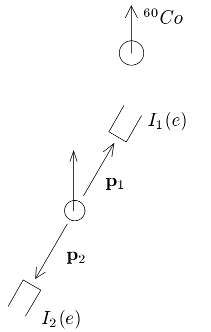
$$P\Psi(\mathbf{r}) = \alpha\Psi(-\mathbf{r}),$$
$$PP\Psi(-\mathbf{r}) = \alpha P\Psi(\mathbf{r}) = \alpha^2\Psi(-\mathbf{r}), \qquad \text{mert} \quad P^2 = 1.$$
$$\alpha = \pm 1 \qquad \textit{paritás}$$

P : a tértükrözés operátora.
Ha a természetben nincs különbség jobb és bal között, akkor a paritás megmarad – tértükrözési invariancia.
Meglepetés – A paritás nem marad meg.

1957-ben Lee és Young mutattak rá egyéb, később említendő megfontolások miatt, hogy gyenge kölcsönhatásnál a paritásmegmaradás nem teljesül. Ez azt jelenti, hogy a gyenge kölcsönhatás Hamilton operátora különbséget tud tenni a jobb és bal között, nem szimmetrikus tértükrözéssel szemben. A paritássértés kimutatására Lee és Young a következő kísérletet javasolták. Ha a β kölcsönhatás paritássértő, akkor adott paritású atommag bomlásakor a kibocsátott elektron hullámfüggvénye már nem rendelkezik meghatározott paritással.

$$\psi_e(-\mathbf{r}) \neq \pm\psi_e(\mathbf{r}), \qquad |\psi_e(-\mathbf{r})|^2 \neq |\psi_e(\mathbf{r})|^2,$$

vagyis az elektronok megtalálásának valószínűsége különböző lesz a $+\mathbf{r}$ és $-\mathbf{r}$ helyeken, iráneloszlásuk antiszimmetrikus. A kísérletet Wu végezte el, aki polarizált (adott spinirányú) ^{60}Co magokat β sugárzásának iráneloszlását vizsgálta, és erős aszimmetriát talált.

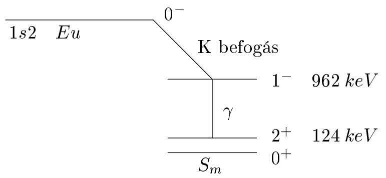


polarizált, spinje felfelé mutat
$^{60}Co \to {}^{60}Ni + e^- + \overline{\nu}$

Tértükrözésnél:
$\mathbf{r} = -\mathbf{r}$
$\mathbf{p} = -\mathbf{p}$
$\mathbf{L}(\sigma) = \mathbf{r}\times\mathbf{p} \to \mathbf{L}(\sigma)$
nem vált előjelet

Tükrözzük a rendszert. A ^{60}Co spinje változatlan, $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$ felcserélődik. Tértükrözési invariancia az kellene hogy $I_1 = I_2$ teljesüljön.
Nem teljesül.

Az aszimmetria magyarázatára Lee és Young, valamint Landau azt feltételezték, hogy a β bomláskor kilépő neutrínó ill. antineutrínó aszimmetrikus részecske, a megfigyelt aszimmetrikus elektroneloszlás a neutrínó aszimmetriájának következménye. A neutrínó spinje mindig a mozgásiránnyal párhuzamos, vagy mindig ellentétes irányba mutat, +1 vagy -1 helicitású. Goldhaber kísérlete igazolta az elmélet helyességét, és egyúttal meghatározta a helicitás előjelét.
A kísérlet lényege a következő:



Egy ^{152}Eu forrást vettek, amelyik K-befogással a ^{152}Sm mag 1^- állapotába megy át. Az 1^- állapot élettartama olyan rövid, hogy a K-befogást azonnal követi a fotonok kilépése. Az első folyamatból látható, hogy a befogott elektron és a neutrínó spinje ellentétes.

$$\underbrace{e^-}_{\uparrow\frac{1}{2}} + \underbrace{^{152}Eu}_{0} \rightarrow \underbrace{^{152}Sm^*}_{\uparrow 1} + \underbrace{\nu}_{\downarrow -\frac{1}{2}} \rightarrow \underbrace{^{152}Sm}_{0} + \underbrace{\gamma}_{\uparrow 1} + \underbrace{\nu}_{\downarrow -\frac{1}{2}}$$

A második folyamatban a γ foton elviszi a gerjesztett állapot spinjét, tehát a foton és a neutrínó spinje ellentétes. Ha most a visszalökődő maggal ellentétesen kilépő neutrínókat nézzük, a foton és a neutrínó spinje is ellentétes kell hogy legyen az impulzusmegmaradás törvénye értelmében. A foton impulzus-impulzusmomentum viszonya, vagyis helicitása ugyanolyan, mint a neutrínóé. A kísérletek a foton helicitására -1-et adnak, ami azt jelenti, hogy a neutrínó helicitása -1.

A gyenge kölcsönhatásba résztvevő részek közül nem csak a neutrínó, hanem az elektron is polarizált, de ennél a polarizáció sokkal kisebb mértékű, $\frac{v}{c}$-vel arányos. Az antirészek helicitása éppen ellenkező, az antineutrínó helicitása +1. A fermion töltésen kívül helicitásban is különbözik a neutrínó és antineutrínó.

A paritásmegmaradás sérülése a természet tükrözés aszimmetriáját bizonyította. Az, hogy a természet tükrözésinvariáns, sokáig magától értetődőnek tűnt mindenki számára. Landau azzal mentette a helyzetet, hogy azt mondta: a természet tükrözésinvariáns, de nem a tértükrözéssel, hanem a tér és töltéstükrözés együttesével szemben. A tértükrözés operátorát P-vel szokás jelölni, a töltéstükrözés operátorát, más szóval a töltéskonjugáció operátorát, amely valamennyi töltést (nem csak az elektromost) ellenkező előjelűre változtatja, C-vel. Landau elmélete azt mondja, hogy a természet a PC teljes tükrözés operátorral szemben invariás. A PC egy negatív helicitású neutrínót egy pozitív helicitású antineutrínóba visz át, ezek felcserélésével szemben (ha ugyanakkor minden más mennyiséget is tükrözünk) a természet invariáns. Az azóta eltelt évek azt mutatták, hogy ez a feltevés sem helyes, kis mértékben a PC is sérül.

2.7. Megfigyelhető mennyiségek és aszimmetriák

Összefoglalva:

Egy szimmetria akkor sérül, ha egy addig megfigyelhetetlennek tartott mennyiség megfigyelhetővé válik.
Ilyen a jobb-bal aszimmetria vagy a töltéskonjugációval szembeni sérülés.

1956-ig hittek a tükrözési szimmetriában. A paritássérülés nagy meglepetés volt.

Még meglepőbb a töltéskonjugáció sérülése.

Eleinte azt hitték, véletlen, hogy melyik részecske típusból van több. Részecskék és antirészecskék

között a folyamatok egyformán mennek végbe. Mi az a mennyiség, ami a sérülés során megfigyelhetővé válik ?

Képzeljünk el két civilizációt, amelyek szeparáltak, de pl. polarizálatlan fénnyel kommunikálni tudnak. Feladat megtudni, hogy milyen típusú anyagból van a civilizáció.
A K mezon bomlása meg tudja különböztetni az elektront és a pozitront:

$$K_L^0 \rightarrow \frac{e^+\pi^- + \nu}{e^- + \pi^+ + \overline{\nu}} = 1.00648.$$

Így meg tudjuk mondani, hogy részecskék vagy antirészecskék vannak-e a világunkban.

2.8. Megmaradó mennyiségek összefoglalása

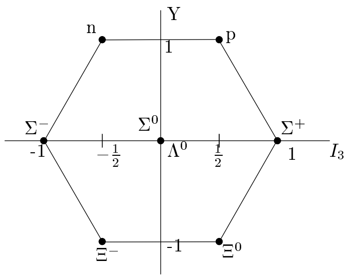
- **Energia**
  Megmaradása az időtengely origójának eltolásával szembeni invariancia következménye.
- **Impulzus**
  Az origó középpontjának eltolásával szembeni invariancia következménye.
- **Impulzusmomentum**
  A tengelyek elforgatásával szembeni invariancia következménye
- **Paritás**
  A tértükrözéssel szembeni invariancia következménye. Gyenge kölcsönhatásban sérül, erős ill. elektromágneses kölcsönhatásban megmarad.
- **Időparitás**
  Az időtengely tükrözésével szembeni invariancia következménye. Gyenge kölcsönhatásban sérül.
- **Barion és fermiontöltés**
  Minden kölcsönhatásban megmaradó mennyiségek.
- **Elektromos töltés**
  Minden kölcsönhatásban megmarad.
- **Ritkaság vagy hipertöltés**
  Gyenge kölcsönhatásban nem marad meg.
- **Izotóp spin**
  Erős kölcsönhatásban megmarad, gyenge és elektromágneses kölcsönhatásban sérül.

A következő táblázat összefoglalja, hogy melyik mennyiség melyik kölcsönhatásban sérül.

Mennyiség	Erős	Elektromágneses	Gyenge
Energia	+	+	+
Impulzus	+	+	+
Impulzusmomentum	+	+	+
Paritás	+	+	−
Idő paritás	+	+	?
Barion töltés	+	+	+
Lepton töltés	+	+	+
Elektromos töltés	+	+	+
Ritkaság	+	+	−
Hipertöltés	+	+	−
Izospin	+	−	−

2.9. Az elemi részek rendszerezése

A szimmetriák módot nyújtanak az elemi részek módszeresebb rendszerezésére. Egy ilyen rendszerezési kísérlet például az, amiben az azonos spinű és paritású, de különböző Y és T értékű részeket egybegyűjtjük és egy felhasadó multiplett elemeinek tekintjük. Az alapgondolat az, hogy ha csak erős kölcsönhatás lenne, ezek a részécskék egy azonos résznek lennének a különböző kvantumszám beállásai. Mivel a természetben nem csak erős kölcsönhatás van, hanem elektromágneses és gyenge is, ezek a multiplettek felhasadnak.



8-as

$J = \frac{1}{2}$ $P = +1$

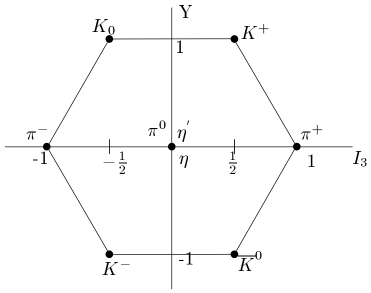
A legegyszerűbb csoportosítás barionok esetén a feles spinű részek csoportja. Az előbbi ábrán megtalálhatóak az ehhez tartozó barionok. Csoportelméletileg megmutatható, hogy annak, hogy éppen nyolc rész tartozik ebbe a multiplettbe, mélyebb értelme van. Azonnal belátható, hogy az oktett tagjai közt fenn kell hogy álljon a következő tömeg összefüggés:

$$\frac{1}{2}M_N + \frac{1}{2}M_\Xi = \frac{3}{4}M_\Lambda + \frac{1}{4}M_\Sigma.$$

Behelyettesitve a tömeg értékekeet MeV-ben kifejezve

$$470 + 660 = 836 + 298$$

adódik ami megdöbbentően közel van az egyenlőséghez. Hasónló oktettek vagy magasabb csoportok képezhetők a rezonanciákból, más spinnel és paritással. A mezonokra a legegyszerűbb ilyen szerkezet az alábbi ábrán látható.

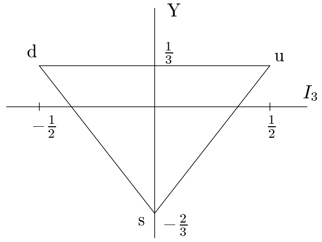


$J = 0$ $P = -1$

Hasonló csoportok képezhetők más, rövid életű elemi részekből (rezonanciákból) is.

2.10. A kvarkok

Csoportelméleti alapon, mint láttuk, rendszerezni tudták az elemi részeket. A barionoknál találtak 8, 10, 27 részből álló ábrázolást, csak az SU_3 csoport legegyszerűbb ábrázolását, a három részecskéből álló rendszert nem sikerült megfigyelni. Gell-Man ezért 1964-ben feltette, hogy van egy még eddig meg nem figyelt legegyszerűbb ábrázolás is, a három részből álló.



Az ábrából leolvashatók a kvantumszámok, ha feltesszük, hogy egy barion 3 kvarkból áll, azaz a kvark bariontöltése $\frac{1}{3}$.

$$Y = 2(Q - I_3), \qquad S = Y - B,$$

	B	Y	I	I_3	Q	S	J
u	Y_3	$\frac{1}{3}$	Y_2	Y_2	$\frac{2}{3}$	0	$\frac{1}{2}$
d	Y_3	$\frac{1}{3}$	Y_2	$-Y_2$	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{2}$
u	Y_3	$-\frac{2}{3}$	0	0	$-\frac{1}{3}$	-1	$\frac{1}{2}$

A mezonoknak nincs bariontöltése, egy mezon tehát egy $q\overline{q}$ kvark-antikvark párból áll.

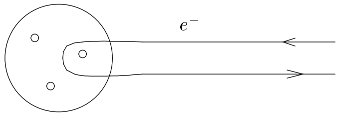
A barionok és mezonok kvarkszerkezete ezek szerint:

Barionok	J	Öszetétel
p		$u+u+d$
n		$u+d+d$
Λ		$u+d+s$
Σ^+		$u+u+s$
Σ^0	$\frac{1}{2}$	$u+d+s$
Σ^-		$d+d+s$
Ξ^0		$u+s+s$
Ξ^-		$d+s+s$
Δ^{++}		$u+u+u$
Δ^+		$u+u+d$
Δ^0	$\frac{3}{2}$	$u+d+d$
Δ^-		$d+d+d$
Ω^-		$s+s+s$

Mezonok	J	Összetétel
π^+		$u+\bar d$
π^0		$u+\bar u, d+\bar d, s+\bar s$
π^-		$\bar u+d$
K^+	0	$u+\bar s$
K		$d+\bar s$
$\overline{K}^0$		$\bar d+s$
$\overline{K}^-$		$\bar u+s$
ρ^+		$u+\bar d$
ρ^0	1	$u+\bar u, d+\bar d, s+\bar s$
ρ^-		$\bar u+d$
η^0		$u+\bar u, d+\bar d, s+\bar s$

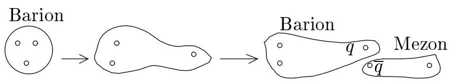
A kvarkok létének indirekt igazolása napjaink Rutherford kísérlete segítségével történt. Nagyenergiáj'u elektronszórást végeztek.
Slac kísérlet: 3 km hosszú elektrongyorsító, $10^{14}\,\frac{e^-}{s}$, 40 mA áram.
H_2 target és évente 1 visszalökődést várunk. Ehelyett másodpercenként egy volt.

3 objektumon van visszalökődés



Az impulzus megmaradásából látható: a kvarkok a proton impulzusának a felével rendelkeznek.
Ok:
Valami összetartja a kvarkokat – gluontér. A gluonok viszik el a kvarkok impulzusának a felét.
Erős kölcsönhatás: nem $\frac{1}{r}$-rel, hanem r^2-tel arányos, olyan, mint a rugó.

Következmény: nincsenek szabad kvarkok.

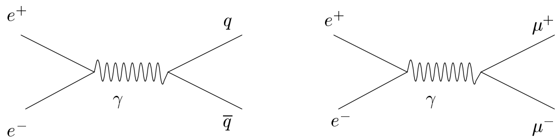


A kvarkok színe

Többféle megfigyelés is igazolta, hogy a kvarkok még egy kvantumszámmal rendelkeznek. Ezt nevezték el színnek. A színre utaló megfigyelések:

- Probléma a Pauli elvvel. Vannak olyan részek, amik három egyforma kvarkból állnak, Δ^{++} – uuu, Ω^- – sss szimmetrikus spin hullámfüggvénnyel $(\frac{3}{2})$.

- e^+e^- szórás



A hatáskeresztmetszet $\sum e_i^2$-tel arányos.

$$\sum \begin{matrix} u\bar u & \left(\frac{2}{3}\right)^2 \\ d\bar d & \left(\frac{1}{3}\right)^2 \\ s\bar s & \left(\frac{1}{3}\right)^2 \end{matrix} \quad \Rightarrow \quad \frac{2}{3} \qquad\qquad \mu^+\mu^- \quad (1)^2 \quad \Rightarrow \quad 1$$

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \to \text{hadron})}{\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)} = \sum \frac{\sigma(e^+e^- \to q\bar q)}{\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)} = 2,$$

noha $\frac{2}{3}$-ot várnánk a fenti összeg szerint.

Szín bevezetése: 3-szor annyi lehetőség, 3-mal szorozza a q keletkezés valószínűségét.
Pauli elv is rendben.

$$3\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2\right].$$

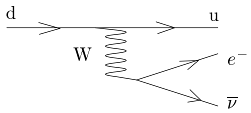
Az elmélet a kvantum színelmélet (QCD).
Fő ok: megmagyarázza, miért nincs szabad kvark.

2.11. Elemi részek rendszerezése

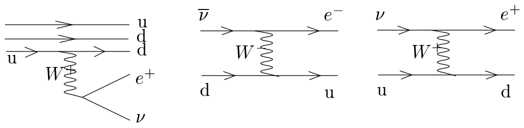
	Régi	Új
Részek:	Lepton, Barion	Lepton, Kvark
Összekötő részek:	Erős kölcsönhatás: mezon El. kölcsönhatás: foton Gyenge kölcsönhatás: ?	Erős kölcsönhatás: gluon El. kölcsönhatás: foton Gyenge kölcsönhatás: ?

Feltevés: ott is találunk ilyen közvetítő részeket.

β bomlás

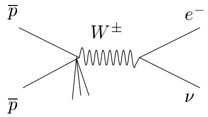


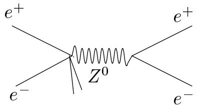
Közelítő rész: vektorbozon. Három van: W^+, W^-, Z^0
Tömegük nagy – kb. 80 GeV, mert a hatótávolság kicsi.



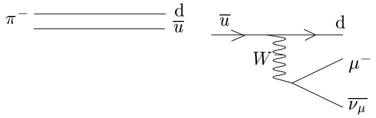
$\frac{\sigma(\overline{\nu}+p)}{\sigma(\nu+p)} = \frac{1}{3} = 0.3 \pm 0.4$ kísérleti érték.

$$u\overline{d} \to W^+ \qquad u\overline{u} \to Z^0$$
$$\overline{u}d \to W^- \qquad d\overline{d} \to Z^0$$





$$\pi^- \to \mu^- + \overline{\nu_\mu}$$



Összefoglalva

Mai kép: leptonok

$$\begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu^- \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \begin{matrix} Q=-1 \\ Q=0 \end{matrix} \qquad \Delta Q = 1$$

kvarkok

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \begin{matrix} Q=\frac{2}{3} \\ Q=-\frac{1}{3} \end{matrix} \qquad \Delta Q = 1$$

Közvetítő részek:

Erős kölcsönhatás	:	gluon
Elektromágneses kölcsönhatás	:	foton
Gyenge kölcsönhatás	:	vektorbozon

Elméletek: kvantum elektrodinamika – QED
kvantum színdinamika – QCD

Az elemi részek egységes elmélete megmagyarázza, miért azonos a töltés protonnál és leptonnál.

3. fejezet

Magerők

3.1. A határesztmetszet fogalma

$$dN = \sigma(\Theta, \chi) S d\Omega.$$

S: fluxus, 1 cm^2-re eső részecskék száma.
E : részecskenyaláb energiája.

$$N = \sigma S, \qquad \sigma = \int \sigma(\theta,\chi) d\Omega.$$

Klasszikusan $N = R^2 \pi S$ (merev gömb)
A szórást leíró Ψ hullámfüggvény nyilván a Schrödinger egyenlet megoldása adott potenciál esetén. Ahhoz azonban, hogy Ψ szórást írjon le, meg kell adnunk a szórásra jellemző határfeltételt. A beeső részecskét egy beeső síkhullám jellemzi, ez szóródik a szórócentrumon, és minden irányban különböző intenzitású gömbhullámok lépnek ki. A szórás nyilván szimmetrikus a beeső részecske irányára merőleges síkban, így a kilépő gömbhullámok amplitúdója csak θ-tól függhet, ξ-től nem.
Aszimptotikus alak:

$$\psi \to \phi e^{-i\frac{E}{\hbar}t},$$

$$\phi(r,\theta) \to e^{ikz} + f(\theta)\frac{e^{ikr}}{r}.$$

ψ Mindkét tagja megoldás, mert ha nincs potenciál, a Schrödinger egyenlet:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\triangle\psi = -\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\psi}{\partial t}, \qquad -\frac{\hbar^2}{2m}\triangle\phi = E\phi.$$

A második tag kifutó gömbhullámot ír le, ugyanis ha egy adott t_0 időpillanatban a részecske egy r_0 helyen tartózkodik, T (egy periódus) után:

$$kr_1 + \frac{1}{\hbar}E(t_0+T) - (kr_0 + E\frac{t_0}{\hbar}) = 2\pi,$$

$$\Delta r = r_1 - r_0 = \frac{2\pi ET}{k\hbar} > 0.$$

A hullám kifelé halad.

Az állapotfüggvény aszimptotikus alakjából számítsuk ki a hatáskeresztmetszetet. A kvantummechanikából ismert a részecske-áramsűrűség:

$$\mathbf{j} = \frac{i\hbar}{2m}(\nabla\varphi^*\,\varphi - \varphi^*\,\nabla\varphi).$$

A beeső áramsűrűséget úgy határozhatjuk meg, ha φ helyébe a beeső hullámot, azaz e^{ikz}-t helyettesítünk.

$$S = j_{be} = \frac{\hbar k}{m}$$

A szórt áramsűrűség meghatározásához az $\frac{f(\Theta)e^{ikr}}{r}$ hullámot kell behelyettesíteni, és a gradiens helyébe most az r irányú deriváltat kell tenni.

$$j_{sz} = \frac{i\hbar}{2m}\Big(\frac{\partial\varphi^*}{\partial r}\varphi - \varphi^*\frac{\partial\varphi}{\partial r}\Big) = \frac{\hbar k}{mr^2}\big|f(\Theta)\big|^2.$$

A szórt részecskék számát úgy kapjuk meg, hogy a részecske-áramsűrűséget megszorozzuk a felülettel.

$$dN = j_{sz}dF = \frac{\hbar k}{mr^2}\big|f(\Theta)\big|^2 r^2 d\Omega = \frac{\hbar k}{m}\big|f(\Theta)\big|^2 d\Omega.$$

A differenciális hatáskeresztmetszet:

$$\sigma(\Theta) = |f(\theta)|^2.$$

3.2. A parciális hullámok módszere

A hatáskeresztmetszet meghatározására sokszor célszerű a parciális hullámok módszerét használni. Sorbafejtünk P_l-ek szerint:

$$f(\Theta) = \frac{1}{k}\sum(2l+1)e^{i\delta_l}\sin\delta_l P_l(\cos\Theta),$$

$$\sigma = \int d\Omega\sigma(\Theta) = \frac{4\pi}{k^2}\sum(2l+1)\sin^2\delta_l.$$

Ha a potenciál nem centrális, a fenti gondolatmenet kicsit komplikáltabb, mert a különböző parciális hullámok keverednek. δ_l-t fáziseltolásnak nevezzük, és a hatáskeresztmetszetből meg tudjuk határozni. Az ún. fázisanalízis azzal foglalkozik, hogyan lehet a különböző δ_l értékekből a potenciált megkapni.

Mikor jó a parciális hullámok módszere?

Szórassunk egy R sugarú objektumon egy pontszerű részecskét b ütközési paraméterrel, v sebességgel.

b: ütközési paraméter

Félklasszikus érveléssel belátható, hogy a két részecske egymás hatását csak akkor érzi, ha $b < R$. Ilyenkor

$$\hbar^2 l(l+1) < 2mER^2.$$

Kis energián csak az $l = 0$ elégíti ki ezt a feltételt. A hatáskeresztmetszet ilyenkor

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2}\sin^2\delta_0.$$

3.3. Két nukleon rendszer: a deuteron

A két nukleon állapot vizsgálatának a célja elsősorban az, hogy információt nyerjünk a magerőkről. Kiindulásként felhasználhatjuk ismereteinket az erős kölcsönhatás szimmetriáiról.
Két kölcsönható részecske Schrödinger egyenlete:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_1}\triangle_1\Psi(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) - \frac{\hbar^2}{2m_2}\triangle_2\Psi(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) + V(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)\Psi(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) = E_{tot}\Psi(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2),$$

ahol $V(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)$ a két részecske között ható potenciál , ami az eltolási invariancia miatt nem lehet $\mathbf{r}_1$ és $\mathbf{r}_2$ függvénye , csak a kettő különbségéé , $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ -é. Bevezetve az $\mathbf{r}$ relatív és az $\mathbf{R} =$

$\frac{m_1\mathbf{r}_1+m_2\mathbf{r}_2}{m_1+m_2}$ tömegközépponti koordinátát , a Schrödinger egyenlet és a hullámfüggvény szeparálható egy tömegközépponti és egy relatív koordinátáktól függő részre:

$$\Psi_{tot}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) = \Phi(\mathbf{R})\Psi(\mathbf{r}),$$

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\triangle\Psi + V(\mathbf{r})\Psi = E\Psi, \qquad -\frac{\hbar^2}{2M}\triangle\Phi = E_{CM}\Phi,$$

ahol $\Psi(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) = \Psi(\mathbf{r})\Phi(\mathbf{R})$, $E_{tot} = E_{CM} + E$, M a rendszer teljes tömege és $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}$ a relatív tömeg.
Rögzítsük a rendszer tömegközéppont koordinátáját (közelítés), akkor $E_{CM} = 0$. Célszerű a következőkben a Schrödinger egyenletet polár koordinátákban felírni:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\Big[\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}\big(r\Psi(\mathbf{r})\big) - \frac{\hat{L}^2}{r^2}\Psi(\mathbf{r})\Big] + V(\mathbf{r})\Psi(\mathbf{r}) = E\Psi(\mathbf{r}).$$

Itt $\hat{L}^2$ az impulzusmomentum négyzet operátora.
A hullámfüggvényt fejtsük sorba gömbhullámfüggvények szerint:

$$\Psi(\mathbf{r}) = \sum_{l,m}\frac{u_l(r)}{r}Y_{lm}(\vartheta,\varphi).$$

A továbbiakban feltételezzük , hogy az erős kölcsönhatás Hamilton operátora invariáns a tértükrözéssel szemben. Ez azt jelenti, hogy a sorfejtésben paritás megmaradás miatt csak vagy páros, vagy páratlan komponensek jelennek meg. Jelöljük a paritás operátorát P-vel, az a gömbhullámfüggvényeket a

$$PY_{lm}(\vartheta,\varphi) = Y_{lm}(\pi-\vartheta,\varphi+\pi) = (-1)^l Y_{lm}(\vartheta,\varphi)$$

alakba viszi át. A teljes hullámfüggvény csak akkor lesz invariáns tértükrözéssel szemben, ha l vagy csak páros, vagy csak páratlan értéket vesz fel. Ha V csak az r skalár függvénye, az egyenlet tovább egyszerűsíthető, parciális komponensekre bonthatjuk. A radiális Schrödinger egyenlet az l-ik parciális hullámra

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\Big(u_l'' - \frac{l(l+1)}{r^2}u_l\Big) + V(r)u_l = Eu_l.$$

Alapállapotban $l = 0$.
Tekintsünk egy proton-neutron rendszert, és határozzuk meg ennek kötött állapotát. A Yukawa potenciál helyett egyszerűség kedvéért használjunk négyszög potenciált és legyen $l = 0$.

$$V = \begin{cases} -V_0 & r < b \\ 0 & r > b \end{cases}$$

Bevezetve a

$$\frac{2\mu V_0}{\hbar^2} = K_0^2, \qquad \frac{2\mu W}{\hbar^2} = \alpha^2, \qquad \frac{2\mu E}{\hbar^2} = k^2, \qquad \kappa^2 = K_0^2 - \alpha^2, \qquad K^2 = K_0^2 + k^2, \qquad W = -E$$

jelöléseket, az egyenlet egy külső és egy belő részre választható szét:

$$\begin{matrix} u_b + \kappa^2 u_b = 0 & & u_b + K^2 u_b = 0 & \\ & E < 0 & & E > 0 \\ u_k - \alpha^2 u_k = 0 & & u_k + k^2 u_k = 0 & \end{matrix}$$

Ha $E < 0$, kötött, ha $E > 0$, szórt állapotot kapunk. A külső megoldások a két esetben erősen különböznek:

$$\begin{matrix} u_b = A\sin(\kappa r) + B\cos(\kappa r), & u_b = A\sin(Kr) + B\cos(Kr), \\ u_k = Ce^{-\alpha r} + De^{\alpha r}, & u_k = C\sin(kr+\delta). \end{matrix}$$

A külső és belső hullámfüggvényeket és deriváltjaikat illeszteni kell a határon. Ezenkívül a hullámfüggvény aszimptotikus véges volta miatt $D = 0$, az $r = 0$ pontban való véges volta miatt pedig (mivel a hullámfüggvény valójában $\frac{u}{r}$) $B = 0$. Elosztva a deriváltakat a hullámfüggvényekkel, kötött és szórt állapot energiájára a következő összefüggéseket kapjuk:

$$\kappa \operatorname{cotg}(\kappa b) = -\alpha, \qquad K \operatorname{cotg}(Kb) = k \operatorname{cotg}(kb + \delta)$$

A kötött állapot egyenlete egzaktul is megoldható, de az eredményt közelítőleg azonnal tudjuk értékelni. A deuteron kötési energiája 2.226 MeV. Tételezzük fel első közelítésben, hogy $\alpha = 0$. Az egyenlet megoldása:

$$bK_0 = \frac{\pi}{2}, \qquad b \approx 1.6\, fm, \qquad b\sqrt{\frac{2\mu V_0}{\hbar^2}} \approx \frac{\pi}{2}, \qquad V_0 \approx 40\, MeV$$

A kinetikus energia ezzel szemben 38 MeV, azaz a rendszer gyengén kötött.

$l = 0$ állapotban a potenciális energia megnő a centrifugális potenciál pozitív volta miatt:

$$V \to V_{eff} = V + \frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{l(l+1)}{r^2}.$$

Ilyenkor a mag már nem biztos, hogy kötött. Kisérletileg az figyelhető meg, hogy a deuteronnak nincs gerjesztett állapota. A kötött állapotok energiájából összesen egy adatot tudunk meg, ami nem túl sokat mond a két nukleon potenciálról.

További információkat nyerünk a magerőkről, ha a deuteron spinjét vizsgáljuk. A deuteron spinje mindig 1. Statisztikus meggondolások alapján azt várjuk, hogy a spin 75%-ban 1, 25%-ban 0. Úgyszintén nincs kötött bineutron, illetve kötött biproton állapot sem. Ennek egyetlen oka lehet csak: a magerők spinfüggőek. A potenciál gyengébb szingulet állapotban, mint tripletben. Mivel a magerők triplet állapotban éppen hogy kötni tudják a deuteront, a szingulet állapot potenciál 5%-os gyengülése már azt jelenti, hogy a rendszer nem lesz kötött. A bineutron, mivel azonos részekből áll és így a Pauli elv érvényes rá, l=0 szimmetrikus térbeli hullámfüggvény esetén csak antiszimmetrikus spin hullámfüggvénnyel rendelkezhet, ami szingulet állapotnak felel meg.
A magerők spinfüggését leíró operátor

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2}(\underline{\sigma}_1 + \underline{\sigma}_2),$$

ahol $\underline{\sigma}_1$ és $\underline{\sigma}_2$ a két részecske spinoperátora. Mivel

$$\mathbf{S}^2 = \frac{1}{4}(\underline{\sigma}_1 + \underline{\sigma}_2)^2, \qquad \sigma^2 = 3I$$
$$\langle \underline{\sigma}_1 \underline{\sigma}_2 \rangle = 2\, S(S+1) - 3$$

A deuteronnak alapállapotban létezik csak hullámfüggvénye (l=0), ami azt jelenti, hogy töltéseloszlása gömbszimmetrikus. Kísérletileg kimutatható, hogy a deuteronnak van kvadrupólmomentuma, ami nem szimmetrikus töltéseloszlást jelent. Ez azt jelenti, hogy az alapállapot l=0 és l=2-es állapotok keveréke (l=1 nem lehet a paritásmegmaradás miatt).

$$\Psi_D = \Psi_0(r) + \Psi_2(r) P_2(\cos\Theta)$$

Centrális potenciál esetén az egyes parciális hullámok szeparálódnak, így ez a hullámfüggvény csak akkor adhat mélyebb energiát mint a $\Psi_0(r)$ állapot ha a magerők nem teljesen centrálisak. A nem centrális részt tenzorerőnek nevezzük. A tenzorerő úgy van megválasztva, hogy szingulett állapotra hatva zérust ad, triplet állapotra hatva az azonos J-jű, $\Delta l = \pm 2$-es állapotokat csatolja:

$$S_{12} = \frac{3(\underline{\sigma}_1 \mathbf{r})(\underline{\sigma}_2 \mathbf{r})}{r^2} - (\underline{\sigma}_1 \underline{\sigma}_2).$$

3.4. Izospin

A kisenergiájú n-p p-p és a bonyolultan létrehozott n-n szórások eredményeit összehasonlítva az adódik, hogy Coulomb szórástól eltekintve adott állapotban (szingulet ill. triplet) a hatáskeresztmetszetek megegyeznek. Ez azt jelenti, hogy a magerők a nukleonok között töltésfüggetlenek, a

neutron és proton magfizikai szempontból, ha nem lenne a protonnak töltése, vagy nem is lenne elektromágneses kölcsönhatás, azonos részek. Ezt a felismerést fogalmazta meg matematikai alakban Wigner, amikor bevezette az izospin fogalmát.

Eszerint a gondolatmenet szerint a proton és a neutron azonos részek, pont úgy mint a felfelé ill. lefelé mutató spinű elektronok. Az izospint hasonló mátrixszal lehet leírni, mint a spint, csak ezek az izospin térben, tehát az izospin hullámfüggvényekre hatnak. A z kompons operátorát neutronra hattatva 1/2-t, protonra hattatva - 1/2-t kapunk. (Részecskefizikában definíció szerint fordított az előjel.) Két nukleon esetén T=1 ill. T=0 lehet, T=1 három beállással (nn, np, pp 1, 0,-1 értékekkel), a T=0 (np, 0 értékkel) eggyel. Matematikailag az izospin operátorok teljesen azonosak a spin operátorokkal.

A magerők töltésfüggetlenek. Izotóp spin

$$\hat{\mathbf{T}} = \frac{1}{2}\sum \hat{\tau}, \qquad \tau_\pm = \tau_x \pm i\tau_y,$$
$$\tau_3 \nu = \nu, \qquad \tau_+ \nu = 0, \qquad \tau_- \nu = \pi,$$
$$\tau_3 \pi = -\pi, \qquad \tau_+ \pi = -\nu, \qquad \tau_- \pi = 0.$$

3.5. Kis energiájú nukleon-nukleon szórás

Szórassunk egy R sugarú objektumon egy pontszerű részecskét b ütközési paraméterrel. Félklasszikus érveléssel belátható, hogy a két részecske egymás hatását csak akkor érzi, ha

$$\hbar^2 l(l+1) < 2mER^2$$

Kis energián tehát a relatív impulzusmomentum 0. Érdemes ezért a parciális hullámok módszerét alkalmazni. A szóráselméletből tudjuk, hogy rugalmas szórás esetén a hullámfüggvény aszimptotikusan

$$\Psi \to e^{ikz} + f(\theta)\frac{e^{ikr}}{r}$$

alakba írható. A hatáskeresztmetszet ilyenkor:

$$\sigma = \int \sigma(\theta) d\Omega, \qquad \sigma(\theta) = |f(\theta)|^2$$

$f(\theta)$-t ill $\sigma(\theta)$-t parciális hullámokra bontva

$$f(\theta) = \frac{1}{k}\sum (2l+1) e^{i\delta l} \sin\delta_l P_l\big(\cos(\theta)\big)$$
$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2}\sum_l (2l+1)\sin^2\delta_l$$

Ha a potenciál nem centrális, a fenti gondolatmenet kicsit komplikáltabb, mert a különböző parciális hullámok keverednek. δ_l-t fáziseltolásnak nevezzük, a két nukleon kölcsönhatás vizsgálatánál már találkoztunk ezzel a fogalommal. δ-t a hatáskeresztmetszetből meg tudjuk határozni, az ún. fázisanalízis azzal foglalkozik, hogyan lehet a különböző δ_l értékekből a potenciált megkapni.

3.6. Nagyenergiájú szórások

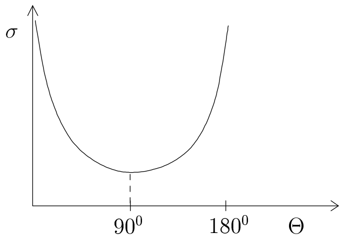
A parciális hullámok módszerével meghatározhatjuk a kisenergiájú szóráshatáskeresztmetszeteket. Ahogy növekszik az energia, egyre több parciális hullám járulékát kell figyelembe venni. Ilyenkor célszerű más módszert alkalmazni.

Nagyenergiájú n-p szórás

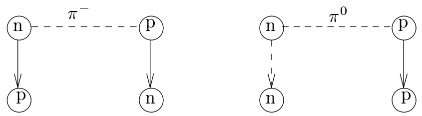
A szóráshatáskeresztmetszet vizsgálatából az jön ki, hogy nagyenergiájú n-p szórásnál az előre és hátraszórás viszonya

$$\frac{\sigma(0)}{\sigma(\pi)} = [1 + \frac{4mb^2E}{\hbar^2}] \sim 100 \qquad ha \quad E \sim 100 \quad MeV.$$

A kísérleti eredmény ezzel szemben



Kérdés, mi az oka ennek? A magerők kicserélődő jellegűek.



$$V \to \frac{1}{2}(1+P)V$$

Bekövetkezhet tehát, hogy egy proton neutronná, egy neutron protonná alakul. A kicserélődő jelleg egyik következménye:

$$\Psi(\mathbf{r}) \to \frac{1+P}{2}\Psi(\mathbf{r}),$$

$$f(\Theta) \to (\frac{1+P}{2})f(\Theta) = \frac{1+P}{2}\frac{1}{2ik}\sum(2l+1)(e^{2i\delta_l}-1)P_l(\cos\Theta) \to \frac{1}{2}(f(\Theta)+f(\pi-\Theta))$$

Mivel

$$Y_{lm}(\pi-\Theta,\varphi) = (-1)^l Y_{lm}(\Theta,\varphi),$$

ezért l=páratlan állapotokban a magerők nagyon gyengék.

Nagyenergiájú p-p szórás

Kísérleti megfigyelés

a) $\sigma(\theta) \sim 400 - 500\ MeV$-ig a szögfüggés közel izotróp. Itt már nem mindig rugalmas a szórás, pionok keletkezhetnek.

b) $\sigma_t(E)$ azaz a teljes keresztmetszet független a beeső energiától kb. 600 MeV-ig.

Hogyan lehet ez ?

a)

Ha a hatáskeresztmetszet szögfüggését nézzük nagyobb energiákon, P_l járulékai:

$$\begin{array}{ll} l=1 & P_1 \sim \cos\Theta \\ l=2 & P_2 \sim \frac{3}{2}\cos^2\Theta - \frac{1}{2} \end{array}$$

azaz erősen szögfüggő kellene, hogy legyen. Ugyanakkor a hatáskeresztmetszetekhez a P_1, P_2 ad járulékot, ugyanis ha nem adna,

$$\sigma_0 = \frac{4\pi}{k^2}\sin^2\delta_0 < \frac{4\pi}{k^2} \sim 25\,mb, \quad ha \quad E = 400MeV$$

lenne, ezzel szemben a kísérleti érték 30 mb. l=1 figyelembe vételével:

$$f(\Theta) \sim \sin^2\delta_0 P_0^2(\Theta) + 6\sin\delta_0\sin\delta_1\cos(\delta_0-\delta_1)P_0(\Theta)P_1(\Theta) + 9\sin^2\delta_1 P_1^2(\Theta)$$

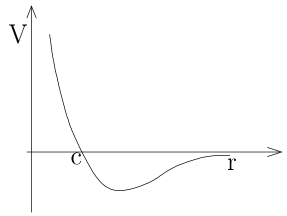
Az eltérés oka a spin-pálya csatolás. Ha ugyanis a Shrödinger egyenlet

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\triangle\Psi + V_0(\mathbf{r})\Psi + V_1(\mathbf{r})\mathbf{LS}\Psi = E\Psi$$

alakú, akkor más δ-t ad $^3P_0$, $^3P_1$ és $^3P_2$ állapotra és ezek lineáris kombinációja lép fel $f(\Theta)$-ban. Megmutatható, hogy ha $\delta_{11}^2 = \delta_{11}^0 = -\delta_{11}^1$, akkor P együtthatói éppen kiejtik egymást.

b)

A második jelenségre a magyarázat az, hogy δ_0 nagyobb energián negatívvá válik, és δ-k járulékai kiejtik egymást.



$c \sim 0.5\,fm$

p-p szórásnál új jelenségek léptek fel, amiket az n-p szórásnál nem észleltünk. Az ok: a Pauli elv miatt bizonyos hullámok tiltottak, az n-p szórásnál sokkal több hullám ad járulékot, ez módosítja a kvalitatív képet.
Bizonyos jelenségek csak p-p szórásnál figyelhetők meg.

3.7. Két nukleon potenciál általános alakja a kísérletek alapján

1. Rövid hatótávolságú (magok mérete,α szórás)
2. Közel töltésfüggetlen (kis energiájú n-p, n-n, p-p szórás szóráshossza azonos)
3. Spinfüggő (d spinje 1, nincs bineutron)
4. Nem teljesen centrális (tenzorerő, deuteron kvadrupólmomentuma)
5. Kicserélő jellegűek (nagyenergiájú n-p hátraszórás)
6. Spin-pálya csatoló (nagyenergiájú p-p szórás közel izotróp)
7. Sebességfüggő vagy taszító törzsű (nasgyenergiájú p-p szórás energiafüggetlen)

Potenciál hatása különböző állapotokban:

	$^1S_0$	$^3S_1$	$^1P_1$	$^3P_0$	$^3P_1$	$^3P_2$	$^1D_2$	$^3D_1$	$^3D_2$	$^3D_3$
V_c	$+1$	$+1$	$+1$	$+1$	$+1$	$+1$	$+1$	$+1$	$+1$	$+1$
$V_S(\sigma_1\sigma_2)$	-3	$+1$	-3	$+1$	$+1$	$+1$	-3	$+1$	$+1$	$+1$
$V_{LS}(\mathbf{LS})$	0	0	0	-2	-1	$+1$	0	-3	-1	$+2$
$V_T S_{12}$	0	$^3D_1$	0	0	0	$^3F_2$	0	$^3S_1$	0	$^3G_3$

3.8. Két nukleon potenciál általános alakja szimmetria elvekből

Szimmetria tulajdonságok

a.) Eltolási invariancia: csak $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, $\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2$, és σ_1, σ_2-től függhet
b.) Időeltolási invariancia: időtől explicit módon nem függ
c.) Forgás invariancia: skalár kell hogy legyen
d.) Tértükrözési invariancia: paritás megmarad
e.) Időtükrözési invariancia: időparitás megmarad
f.) Két rész felcserélésével szembeni invariancia
g.) Izotóp spin z tengelye körüli forgás invariancia: töltésmegmaradás

Nézzük meg ezek után az egyes vektorok viselkedését az egyes operációk esetén.

3.8.1. Vektorok viselkedése szimmetrikus operációk esetén

	Tértükrözés	Időtükrözés
$\mathbf{r}$	V	+
$\mathbf{p}$	V	−
σ	AV	−
$\sigma_1 \times \sigma_2$	AV	+
$\sigma \times \mathbf{r}$	V	−
$\sigma \times \mathbf{p}$	V	+
$\mathbf{r} \times \mathbf{p}$	AV	−

V: vektor, AV: axiálvektor.
V és AV vektoriális szorzata mindig V
V és V vektoriális szorzata mindig AV
AV és AV vektoriális szorzata mindig AV

3.8.2. A legáltalánosabb potenciál szimmetriaelvek alapján

$V = V(r^2, p^2, L^2)$ függő , ezek külön nem szerepelnek.

$$\left.\begin{array}{l} (\mathbf{r}\times\mathbf{p})(\mathbf{r}\times\mathbf{p}) = \hat{\mathbf{L}}^2 \\ (\mathbf{rp})(\mathbf{rp}) = \mathbf{r}^2\mathbf{p}^2 - \hat{\mathbf{L}}^2 \\ \mathbf{rr} = r^2, \qquad \mathbf{pp} = p^2 \end{array}\right\} \text{tehát ezek a kombinációk sem szerepelnek}$$

$$(\sigma\mathbf{a})(\sigma\mathbf{b}) = (\mathbf{ab}) + i\sigma(\mathbf{a}\times\mathbf{b})$$

σ_1, σ_2 mindegyik csak egyszer fordulhat elő.

Invariáns szorzatok szimmetrikus operációk esetén:

	Időtükrözés	2 rész csere
1 (skalár)	+	+
$(\mathbf{rp})$	−	+
$(\sigma_1\sigma_2)$	+	+
$(\sigma_1+\sigma_2)(\mathbf{r}\times\mathbf{p})$	+	+
$(\sigma_1-\sigma_2)(\mathbf{r}\times\mathbf{p})$	+	−
$(\sigma_1\mathbf{p})(\sigma_2\mathbf{p})$	+	+
$(\sigma_1\mathbf{r})(\sigma_2\mathbf{r})$	+	+
$(\sigma_1\mathbf{r})(\sigma_2\mathbf{p}) + (\sigma_1\mathbf{p})(\sigma_2\mathbf{r})$	−	+

$(\sigma_1\mathbf{r})(\sigma_2\mathbf{p}) - (\sigma_1\mathbf{p})(\sigma_2\mathbf{r})$	−	−
$\big(\sigma_1(\mathbf{r}\times\mathbf{p})\big)\big(\sigma_2(\mathbf{r}\times\mathbf{p})\big)$	+	+
$(\sigma_1\sigma_2)(\mathbf{rp})$	−	+
$\big((\sigma_1+\sigma_2)(\mathbf{r}\times\mathbf{p})\big)(\mathbf{rp})$	−	−
$\big((\sigma_1-\sigma_2)(\mathbf{r}\times\mathbf{p})\big)(\mathbf{rp})$	−	+
$(\sigma_1\mathbf{p})(\sigma_2\mathbf{p})(\mathbf{rp})$	−	+
$\big((\sigma_1\mathbf{r})(\sigma_2\mathbf{p}) + (\sigma_1\mathbf{p})(\sigma_2\mathbf{r})\big)(\mathbf{rp})$	+	+
$\big((\sigma_1\mathbf{r})(\sigma_2\mathbf{p}) - (\sigma_1\mathbf{p})(\sigma_2\mathbf{r})\big)(\mathbf{rp})$	+	−
$\big(\sigma_1(\mathbf{r}\times\mathbf{p})\big)\big(\sigma_2(\mathbf{r}\times\mathbf{p})\big)(\mathbf{rp})$	−	+

Mivel csupa skalármennyiségről van szó, a tértükrözést nem kell külön vizsgálni.
Ezek alapján a legáltalánosabb potenciál:

$$V = V_1 + V_2(\sigma_1\sigma_2) + V_3(\sigma_1\mathbf{r})(\sigma_2\mathbf{r}) + V_4(\sigma_1+\sigma_2)(\mathbf{r}\times\mathbf{p}) +$$

$$+V_5\big(\sigma_1(\mathbf{r}\times\mathbf{p})\big)\big(\sigma_2(\mathbf{r}\times\mathbf{p})\big) + V_6(\sigma_1\mathbf{p})(\sigma_2\mathbf{p}) + V_7\big((\sigma_1\mathbf{r})(\sigma_2\mathbf{p}) + (\sigma_1\mathbf{p})(\sigma_2\mathbf{r})\big)(\mathbf{rp})$$

Itt minden V_i-re igaz, hogy:

$$V_i = U_i + W_i(\tau_1\tau_2)$$

Ha feltesszük, hogy a potenciál $\mathbf{p}$-től csak az $\mathbf{r}\times\mathbf{p} = \mathbf{L}$ kombinációban függ, és bevezetjük a tenzorerőt

$$\hat{S}_{12} = \frac{3(\sigma_1\mathbf{r})(\sigma_2\mathbf{r})}{r^2} - (\sigma_1\sigma_2),$$

valamint a $\sigma_1 + \sigma_2 = 2\hat{S}$ vektort,akkor

$$\hat{V} = V_c + V_S(\sigma_1\sigma_2) + V_T\hat{S}_{12} + V_{LS}(\mathbf{LS}) + V_Q(\mathbf{LS})^2$$

adódik. Ez a legáltalánosabb potenciál, amit a szimmetriaelvek megengednek, és ez jön ki a kísérletekből is. A potenciál hatása szingulet és triplet állapotra:

$$\hat{V}\Psi\chi_S = \Big(V_c - 3V_S\Big)\Psi\chi_S$$

$$\hat{V}\Psi\chi_T =$$

$$= \Big(V_c + 3V_S + \frac{1}{2}\big(J(J+1) - L(L+1) - 2\big)V_{LS} + \frac{1}{4}\big(J(J+1) - L(L+1) - 2\big)^2 V_Q\Big)\Psi\chi_T +$$

$$+V_T\hat{S}_{12}\Psi\chi_T$$

4. fejezet

Alapállapotú atommagok

4.1. Magmodellek

4.1.1. Modellalkotás a magfizikában, maganyag fogalma

Az atommagok több száz szabadsági foktól függenek, ilyen hullámfüggvények Schrödinger egyenletét nem tudjuk megoldani. Valami módon néhány szabadsági foktól függő egyenletek megoldására kell a problémát visszavezetni.
Az alapegyenlet a Schrödinger egyenlet, azaz időtől független esetben $H\Psi = E\Psi$. A Hamilton operátor, feltételezve hogy a magerők kéttest erők,

$$H = \sum_i t_i + \frac{1}{2}\sum_i \sum_{j \neq i} v_{ij}, \qquad t_i = -\frac{\hbar^2}{2m}\triangle_i$$

alakban írható, ahol v_{ij} a két nukleon közötti kölcsönhatás operátora, t_i pedig a kinetikus energiáé. A v operátor függhet a spin operátortól, az impulzustól, stb. A Schrödinger egyenlet közelítő megoldására a módszer a perturbációszámítás. Kiindulunk egy H_0 perturbálatlan operátorból, és annak Φ sajátfüggvényéből. A teljes Hamilton operátor

$$H = H_0 + H_1, \qquad H_0\Phi = E\Phi,$$

alakban írható. Φ egy tetszőleges hullámfüggvény, amiről azt tételezzük fel, jó közelítésben leírja az atommagot. H_0 az ennek megfelelő Hamilton operátor.

A modellalkotásnál az alapkérdés az, mi az a néhány szabadsági fok, ami jellemző az atommagra. Egyik lehetőség az, hogy a magot az alakjával jellemezzük, és a hullámfüggvény az alakparaméterektől függ. Ezt a modellt nevezzük kollektív típusú modellnek, mert a mag egészét leíró kollektív mozgást jellemző paraméterektől függ. Ha a mag sugara

$$R = R_0\Big[1 + \sum_{\lambda \geq 2} \sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}\Big],$$

akkor a hullámfüggvény az $\alpha_{\lambda\mu}$ paraméterek függvénye.

A modellek másik legegyszerűbb típusa az, amikor a hullámfüggvényt egyrészecske hullámfüggvények antiszimmetrizált szorzataként írjuk fel. Ilyenkor a Hamilton operátorban H_0-t egyrészecske operátorok összegének választjuk

$$H_0 = \sum (t_i + V_i).$$

A teljes hullámfüggvény

$$\Psi = \mathcal{A}\prod_{i=1}^{A} \psi_i,$$

ahol a ψ_i-k az egyrészecske Schrödinger egyenletek megoldásai. Ezeket a modelleket nevezzük független részecske modelleknek, és az egyes modellek abban különböznek egymástól, hogyan választjuk meg az egyrészecske V_i potenciált. Teljesen világos, hogy a kétféle modell típus teljesen különböző magról alkotott elképzelésnek felel meg. A kollektív modellnek az az alapfeltevése, hogy az atommag alkotórészei a magon belül elvesztik individualitásukat, beleolvadnak a mag egészébe. Ilyen rendszer a folyadék, a folyadékban nem beszélhetünk egyedi nukleonokról, csak a folyadék egészéről. Ezért az első ilyen modellt cseppmodellnek nevezték el. A független részecke modell alapfeltevése az, hogy a nukleonok egymástól közel függetlenül mozognak egy átlagos potenciálvölgyben, miközben megőrzik individualitásukat és kvantumszámaikat.

4.1.2. Maganyag

A modellalkotásnál segítséget nyújt egy fiktív rendszer, a maganyag fogalma. Ha a protonok között nem hatna elektromos taszítás, a magnak a legkedvezőbb állapota egy végtelen nagy, azonos neutron és protonszámból álló rendszer lenne. Ezt a fiktív rendszert nevezzük maganyagnak. Az erős kölcsönhatás szempontjából célszerű a maganyagot bevezetni, mert a magerők hatását ebben a rendszerben lehet legjobban vizsgálni.

4.1.3. Magmodell típusok

1.) Cseppmodell

   1.a) Kollektív modell (visszatérés a cseppmodellhez)

2.) Független részecske modellek

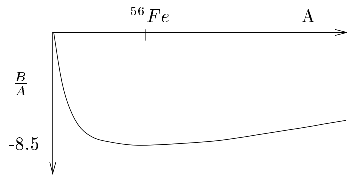
   2.a) Ezek egy típusa: megengedünk külső deformációt

   2.b) Szelfkonzisztens független rész modellek (Hartree Fock)

3.) Egyesített magmodell

4.2. Telítettség és cseppmodell

A cseppmodell az atommag kisérleti tulajdonságai közül jól tudta magyarázni a kötési energiát és a telítettséget. Ha megnézzük az egy nukleonra eső kötési energiát a tömegszám függvényében



azt látjuk, hogy átlagosan az egy nukleonra eső kötési energia azonos, kb. 8 MeV. Az egy részecskére eső kötési energiát az ún. félempirikus energia formulával lehet jól leírni.

$$B = -c_1 A + c_2 A^{\frac{2}{3}} + c_3\Big(\frac{N-Z}{A}\Big)^2 A - c_4\Big(\frac{N-Z}{A}\Big)^2 A^{\frac{2}{3}} + c_5\frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} + c_6\frac{\delta}{A^{0.55}},$$

ahol

$$\delta = \begin{cases} -1 & ps \quad ps \quad \text{magra} \\ 0 & pn \quad \qquad \text{magra} \\ +1 & pn \quad pn \quad \text{magra} \end{cases}$$

Az együtthatók értékei :

$$c_1 \sim 15-16\,MeV, \quad c_3 \sim 32\,MeV, \quad c_5 = 0.71\,MeV,$$
$$c_2 \sim 18-20\,MeV, \quad c_4 \sim 45\,MeV, \quad c_6 = 16\,MeV.$$

Mivel az atommagok közel gömbalakúak, és a mag sugara illetve átlagsűrűsége első közelítésben

$$R = r_0 A^{\frac{1}{3}}, \quad r_0 \sim 1.2\,fm, \quad \rho_0 = \tfrac{A}{V} \sim 0.16\,fm^{-3}$$

a félempirikus kötési energia formula első tagja a térfogattal arányos vonzó kifejezés, a második tag a felülettel arányosan csökkenti ezt a vonzást. A harmadik és negyedik tag az ún. térfogati és felületi szimmetria tag, az ötödik tag a Coulomb energia és végül az utolsó tag a párenergia.

A cseppmodell alapján az első két tag világos, a második tag adja meg a felületi energiát, amelyik a folyadékoknál található felületi feszültségnek felel meg. A szimmetria energiák oka a Pauli elv. A legalacsonyabb energia állapotban a Pauli elv szerint csak egy részecske helyezkedhet el, de ha a neutronok és a protonok különböző részek, két részecske van a legmélyebb állapotban. A szimmetria tagok az N=Z esetet favorizálják.

A párenergia felléptét kísérleti megfigyelések indokolják. A periódusos rendszerben kb. 250 olyan atommag van, amiben a neutron és protonszám páros, kb. 130-130 olyan, amiben csak egyik páros és végül összesen csak 4 olyan atommag van, amelyikben mindkét részecskeszám páratlan. Valahogy úgy néz ki, hogy a páros neutron ill. protonszámú magok erősebben vannak kötve. Ennek a tagnak a felléptét a magszerkezeti vizsgálatoknál meg kell érteni.

A félempirikus kötési formulában jól látható a telítettség jelensége. A Coulomb energia a protonszám négyzetével arányos, míg a vonzó nukleáris energia csak a részecskeszámmal.

A maganyag energiáját megkapjuk, ha elhagyjuk a Coulomb energiát. Ilyenkor N=Z, és a rendszer végtelen lesz, azaz csak az első tag marad meg. Az energia -16 MeV részecskénként, azaz egzaktul tömegszám független. Ezt a jelenséget nevezzük energia telítettségnek.

Az energia telítettsége egyúttal a sűrűség telítettséget is jelenti. Ez a folyadékoknál ismert jelenség: a tenger vize és egy pohár víz első közelítésben egyformán sűrű. A folyadékcsepp modell alapján tehát érthető a telítettség. A független részecske modellek alapján azonban látszólag nem lehet megérteni, hogy a két nukleon kötésekből származó energia miért nem a tömegszám négyzetével arányos. Ez a körülmény okozta a cseppmodell kezdeti sikereit, és ezeket a sikereket csak megerősítette a hasadásról 1938-ben Bohr által adott magyarázat.

4.3. Független részecske modellek

A cseppmodellre a döntő csapást a mágikus számok léte mérte. Vannak olyan neutron illetve protonszámú magok, amelyek különlegesen stabilak, az utolsó nukleonok erősen kötöttek bennük, sok stabil izotóp van adott neutron ill. protonszám mellett, és a kötési energiáik kiemelkedően magasak. Ezek a számok: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126.

Hasonló jelenséget ismerünk az atomfizikából: ilyen különleges tulajdonságokkal rendelkeznek a nemesgázok. Az elektronok az atommag Coulomb terében első közelítésben egymástól mintegy függetlenül mozognak. Minden egyes elektront adott kvantumszámok, jellemeznek. Az energiák degeneráltak: különböző kvantumszámokhoz tartozó állapotoknak azonos energiája van. Ha egy adott energiaértékhez tartozó valamennyi elektronállapot be van töltve, különlegesen stabil atom keletkezik, amelyik nehezen vesz részt kémiai kötésben, nehezen vesz fel vagy ad le elektront.
Az atomban azonban érthető ezeknek az állapotoknak a jelenléte: a mag elektron kölcsönhatás mellett az elektronok közti kölcsönhatás, amíg nem túl sok elektron van, elhanyagolható.

A magon belül nincs egy centrális erő, ami a különleges nukleonszámok felléptét előidézhetné. A magerők erősek, nem érthető, hogy ezek mi mellett hanyagolhatók el első közelítésben.

A mágikus számok léte azonban mégis azt bizonyította, hogy a magokon belül a független részecske modell kép a jó közelítés. A továbbiakban minden használandó modell ezen alapszik, és ezekkel kell az atommagok megfigyelt tulajdonságait megmagyarázni.

4.3.1. Fermi gáz modell

A független részecske modellben, mint láttuk, a hullámfüggvény egyrészecske hullámfüggvények antiszimmetrizált szorzata. A legegyszerűbb közelítés az, amikor perurbálatlan hullámfüggvényeknek

a kinetikus energia operátor sajátfüggvényei, azaz síkhullámokat tekintünk. Ezt a modellt nevezik Fermi gáz modellnek.

$$H\Psi = E\Psi, \qquad H_0\Phi = E_0\Phi, \qquad H_0 = \sum t_i, \qquad \Phi = \mathcal{A}\prod_{i=1}^{A}\psi_i$$

A teljes energia

$$E = \frac{(\Phi, H\Psi)}{(\Phi,\Psi)} = E_0 + \frac{(\Phi, H_1\Psi)}{(\Phi,\Psi)},$$

ami Born közelítésében

$$E_B = E_0 + \frac{(\Phi, H\Phi)}{(\Phi,\Phi)} = (\Phi, H\Phi).$$

Ha a perturbálatlan hullámfüggvényt behelyettesítjük a Schrödinger egyenletbe, és balról skalárisan szorozzuk az A-1 részecske hullámfüggvényével, kihagyva belőle az i-ik állapotot

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\triangle_i\psi_i = e_i\psi_i$$

egyenlet adódik. Ennek megoldása síkhullámfüggvény.
Figyelembe véve, hogy a részecskéket spin és izospin érték is jellemzi, az egyrészecske állapotot jellemző hullámfüggvény

$$\psi_i = \varphi_i(\mathbf{r})\chi_i\tau_i, \qquad \varphi_i = \frac{1}{\sqrt{\Omega}}e^{\mathbf{i}\mathbf{k}_i\mathbf{r}}.$$

A kinetikus energia most éppen a perturbálatlan energiával egyezik meg:

$$E_0 = T = \frac{1}{\Omega}\sum\frac{\hbar^2}{2m}k_i^2 = \sum_i(\psi_i, t\psi_i)$$

Az energia kiszámításához térjünk át összegezés helyett integrálásra. A statisztikus fizika értelmében a lehetséges állapotok száma:

$$N = \sum_{i=1}^{N}\mathbf{1} = \int\int_0^{p_N} dn(p)$$

$$dn = g\frac{d\Omega\,.\,4\pi p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3}$$

ahol p_N a maximális p érték, ameddig az állapotok be vannak töltve. Ezt Fermi szintnek szokás nevezni. g az egy energia állapotban található részek száma (spin izospin faktor). Az állapotszám a fázistérfogat osztva az elemi Planck féle cella méretével. Bevezetve a $p = \hbar k$ jelölést:

$$N = \frac{\Omega k_N^3}{6\pi^2}g \qquad k_N = \left(\frac{6\pi^2}{g}\right)^{\frac{1}{3}}\rho^{\frac{1}{3}}$$

Az integrálást elvégezve megkapjuk a részecskeszám és a Fermi impulzus közti összefüggést. Két spin és két nukleon típus esetén $g = 4$, két spin esetén $\geq= 2$, így

$$k_n = (3\pi^2)^{\frac{1}{3}}\rho_n^{\frac{1}{3}} \qquad \rho = \rho_n + \rho_p \qquad k_F = \left(\frac{3\pi^2}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\rho^{\frac{1}{3}}$$

A kinetikus energia:

$$T = \sum\frac{\hbar^2}{2m}k^2 = \Omega\frac{\hbar^2}{2m}\frac{3}{5}\left(\frac{3\pi^2}{2}\right)^{\frac{2}{3}}\rho^{\frac{5}{3}} = \frac{3\hbar^2}{10m}A\left(1+\frac{5}{9}x^2\right)\left(\frac{3\pi^2}{2}\right)^{\frac{2}{3}}\rho^{\frac{2}{3}},$$

$$x = \frac{N-Z}{A}.$$

A potenciális energia meghatározása egy kicsit nehezebb feladat, mert itt antiszimmetrizált kétrészecske hullámfüggvényeket kell figyelembe venni. Könnyű ugyanis belátni, hogy az egy részecske hullámfüggvények ortogonalitása miatt csak ezek adnak járulékot. A kétrészecske hullámfüggvényt szét lehet választani térbeli, spin és izospin hullámfüggvények szorzatára (három részecske esetén ez már nem igaz).

$$\Psi_{ij}=\varphi_{ij}\chi_{ij}\tau_{ij}.$$

A teljes hullámfüggvény antiszimmetrikus kell hogy legyen. Figyelembe véve, hogy a triplet spin ill. izospin hullámfüggvények szimmetrikusak, a szinguletek antiszimmetrikusak

Izospin	Spin	Valószinűség	Térbeli rész
T=1	S=1	9/16	antiszimm.
T=1	S=0	3/16	szimm
T=0	S=1	3/16	szimm
T=0	S=0	1/16	antiszimm.

azaz a térbeli rész 3/8 valószínűséggel szimmetrikus, 5/8 -dal antiszimmetrikus.

A szimmetrikus ill antiszimmetrikus térbeli kétrészecske hullámfüggvény síkhullámok esetén

$$\tilde{\varphi}_{ij}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)=\tilde{\varphi}_{ij}(\mathbf{r}_{12})=\frac{1}{\sqrt{2}}\big(\varphi_i(\mathbf{r}_1)\varphi_j(\mathbf{r}_2)\pm\varphi_i(\mathbf{r}_2)\varphi_j(\mathbf{r}_1)\big)=\frac{1}{\sqrt{2}\Omega}e^{i\mathbf{KR}}(e^{i\mathbf{Kr}}\pm e^{-i\mathbf{kr}})$$

ahol

$$\mathbf{R}=\frac{\mathbf{r}_1+\mathbf{r}_2}{2},\qquad \mathbf{r}=\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2,$$
$$\mathbf{K}=\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2,\qquad \mathbf{k}=\frac{\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2}{2}.$$

A potenciális energia mátrixeleme

$$V_{ij}=\langle\tilde{\varphi}_{ij}(\mathbf{kr})|v(\mathbf{r})|\tilde{\varphi}_{ij}(\mathbf{kr})\rangle,$$

ami szimmetrikus és antiszimmetrikus részre összegezve, R-re és a szög szerint integrálva

$$V_{ij}=\frac{3}{8\Omega}\int d^3r\,v(\mathbf{r})(1+\cos 2\mathbf{kr})+\frac{5}{8\Omega}\int v(\mathbf{r})(1-\cos 2\mathbf{kr})d^3r=\frac{4\pi}{\Omega}\int v(\mathbf{r})r^2dr\Big[1-\frac{1}{4}\frac{\sin 2kr}{2kr}\Big].$$

Helyettesítsünk v(r) helyébe Yukawa potenciált, és integráljunk r-re

$$V_{ij}=-\frac{4\pi v_0}{\Omega}\Big[\frac{1}{\mu^2}-\frac{1}{4}\frac{1}{4k^2+\mu^2}\Big].$$

Látható, hogy a kicserélő tag sebességfüggő.
Az itt szereplő mátrixelem két részecske hullámfüggvénye között van kiszámolva. Ha a teljes hullámfüggvénnyel számolunk

$$E_{pot}=\langle\Phi|V|\Phi\rangle=\frac{1}{2}\sum_{i,j}\langle\tilde{\varphi}_{ij}|V|\tilde{\varphi}_{ij}\rangle=\frac{1}{2}\sum_{i,j}\langle\varphi_{ij}|V|\tilde{\varphi}_{ij}\rangle$$

azaz éppen a V_{ij} kifejezés impulzusra való kettős összegezése lesz. A kettős összegezést csak **k**-tól függő kifejezés esetén átalakíthatjuk k szerinti összegezéssé.

$$\sum_i\sum_j=\Big[\frac{4\cdot 4\pi\Omega}{(2\pi)^3}\Big]^2\int_0^{k_F}k_i^2dk_i\int_0^{k_F}k_j^2dk_j=\frac{16\Omega^2}{3\pi^4}\int_0^{k_F}k^2dk\Big[2k_F^3-3k_F^2k+k^3\Big].$$

$\frac{\mu}{2k_F}\ll 1$ esetén sorbafejtve és integrálva a potenciális energia

$$E_{pot}=-\frac{2\pi v_0}{\mu^2}A\rho\Big(1-\frac{9}{16}\frac{\mu^2}{k_F^2}\Big)=-A\beta\rho+A\gamma\rho^{\frac{1}{3}}.$$

Az egy részecskére jutó teljes energia maganyagra

$$W=\frac{E}{A}=\alpha\rho^{\frac{2}{3}}-\beta\rho+\gamma\rho^{\frac{1}{3}}.$$

Ez a kifejezés nem telített a sűrűségben, legmélyebb energia állapota

$$\rho=\infty.$$

Látható, hogy nem a magerők rövid hatótávolsága okozza a telítettséget: itt rövid hatótávolságú erőkkel számoltunk, és az energia mégsem telített.
Hogyan lehet telítettséget elérni?
Legegyszerűbb eset, ha $v=-v_0+v_1k^2$ sebességfüggő magerőt használunk, mint már az előzőekben is. Ekkor a v_1-es tag előjele ellenkező, mint v_0-é, és $\rho^{\frac{2}{3}}$-nál magasabb ρ függvény szerepel benne, azaz

$$W=\frac{E}{A}=\alpha\rho^{\frac{2}{3}}-\beta\rho+\gamma\rho^{\frac{1}{3}}+\delta\rho^{\frac{5}{3}},$$

ami már telített ρ-ban.

4.3.2. Harmonikus oszcillátor modell

A Fermi gáz modell nyilvánvalóan végtelen maganyagra igaz, hiszen a síkhullámokból képzett sűrűség

$$\rho=const$$

azaz mindenütt egyformán valószínű. Véges magokra olyan egyrészecske potenciált kell választanunk, amelyiknél a kapott sűrűség a mag sűrűségével közel megegyezik. Első közelítésben tekintsünk egy harmonikus oszcillátor potenciált

$$V(r)=-V_0+\frac{1}{2}m\omega^2r^2=V_0\big(\frac{r^2}{R^2}-1\big).$$

Az egy-részecske Schrödinger egyenletek ilyenkor

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\triangle\varphi_n(\mathbf{r})+V_0\big(\frac{r^2}{R^2}-1\big)\varphi_n(\mathbf{r})=E_n\varphi_n(\mathbf{r}).$$

Kvantummechanikából ismert, hogy ezeket a parciális differenciálegyenleteket szétválasztással megoldhatjuk. Ha a hullámfüggvényt

$$\varphi_n(\mathbf{r})=\varphi_{n_1}(x)\varphi_{n2}(y)\varphi_{n_3}(z)$$

alakban keressük, megkapjuk az egydimenziós harmonikus oszcillátor egyenleteket.

$$\frac{d^2\varphi_{n_i}}{dx_i^2}+\frac{2m}{\hbar^2}\big(e_{n_i}-\frac{1}{2}m\omega^2x^2\big)\varphi_{n_i}=0.$$

Ezeknek a megoldásai a Hermite polinomok, és az energia értékek

$$e_{n_i}=\hbar\omega(n_i+\frac{1}{2}).$$

A teljes energia a három részenergia és a konstans potenciális energia összege

$$E_n=-V_0+e_{n_1}+e_{n_2}+e_{n_3}=-V_0+\hbar\omega(n+\frac{3}{2}),$$

ahol $n=n_1+n_2+n_3$.
Látható, hogy egy adott E energiához több állapot tartozik, azaz az állapotok degeneráltak. A degeneráltság foka

$$N=2\sum_{k=0}^{n}(n+1-k)=2\sum_{k=0}^{n}(k+1)=(n+1)(n+2),$$

ahol a 2 szorzó a kétféle spinállapot miatt lép fel.

Nézzük meg, milyen mágikus számokat ad a harmonikus oszcillátor modell

n	0	1	2	3	4	5	6
N	2	6	12	20	30	42	56
L	0	1	0 2	1 3	0 2 4	1 3 5	0 2 4 6
N	2	6	2 10	6 14	2 10 18	6 14 22	2 10 18 26
$\sum$N	2	8	20	40	70	112	168

Írjuk fel a harmonikus oszcillátor egyenletet polárkoordinátákban, kvantumszámok n,l,m. Adott n esetén l 0 és n között változhat, de paritás megmaradás miatt vagy páros, vagy páratlan. 2 spin miatt adott l-hez $2(2l+1)$ állapot tartozik Harmonikus oszcillátor potenciál nem írhatja jól le a magot ugyanis $V \to \infty$ ha $r \to \infty$, a valódi V ezzel szemben 0-hoz tart.
A asználandó potenciál alakjára információt nyerhetünk a sűrűség-eloszlásból. Végtelen maganyagban

$$\rho(r) \sim k_F^3(r)$$

Legegyszerűbb esetben

$$E_F = T_F + V = \frac{\hbar^2}{2m} k_F^2(r) + V$$

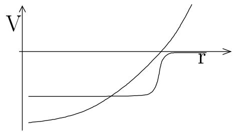
Tehát a potenciál alakja

$$V \sim E_F - c\rho^{\frac{2}{3}}.$$

Ennek a módosított változatát hívják Saxon-Woods potenciálnak.

$$V \sim \frac{V_0}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$$

A Saxon Woods és harmonikus oszcillátor potenciál összehasonlításából látható, hogy az első a szélén mélyebb, a középen kevésbé mély. Hogy változtatja ez mágikus számokat?



Az ábrából látható, hogy mélyíti a nagy l-ű állapotok energiáját.

1949-ben Mayer-Jensen : spin-pálya csatolás van egyrészecske potenciálban. (Relativisztikus tárgyalásban nemrelativisztikus közelítést véve ez magától kijön)

$$V = -V_c + 2V_{LS}\mathbf{LS} = -V_c + V_{LS}(\hat{\mathbf{J}^2} - \hat{\mathbf{L}^2} - \hat{\mathbf{S}^2}),$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\triangle\varphi_n - V\varphi_n + V_{LS}(\hat{\mathbf{J}^2} - \hat{\mathbf{L}^2} - \hat{\mathbf{S}^2})\varphi_n = E_n\varphi_n.$$

$$E_{nlj} = E_{nl} - V_{LS}\Big(j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4}\Big).$$

$$j_> = l + \tfrac{1}{2} \qquad 2(2l+1) = (2j_> + 1) + (2j_< + 1).$$
$$j_< = l - \tfrac{1}{2}$$

Ezek után a mágikus számok:

n	l	j	N	$\sum N$
0	0	1/2	2	2
		3/2	4	
1	1	1/2	2	8
		5/2	6	
2	2	3/2	4	20
	0	1/2	2	
	3	7/2	8	28
3		5/2	6	
	1	3/2	4	
		1/2	2	50
	4	9/2	10	
		7/2	8	
4	2	5/2	6	
		3/2	4	82
	0	1/2	2	
	5	11/2	12	
		9/2	10	
5	3	7/2	8	
		5/2	6	
	1	3/2	4	126
6		1/2	2	
	6	13/2	14	

4.3.3. Hartree Fock közelítés

Kérdés, milyen a legjobb egyrészecske potenciál. Eddig sűrűség analógia alapján választottuk. A válasz variációszámítással kapható meg. Egy tetszőleges hullámfüggvényt sorbafejtve a H sajátfüggvényei szerint

$$\Phi = \sum c_k\psi_k,$$

ahol

$$H\psi_k = E_k\psi_k.$$

Az E_k energiák közül E_0 a legmélyebb, így

$$\langle\Phi|H|\Phi\rangle = \sum c_k c_{k'}\, E_k \langle\psi_k|\psi_{k'}\rangle = \sum |c_k|^2 E_k \geq E_0,$$

azaz tetszőleges hullámfüggvénnyel képezve H sajátértékét, az mindig nagyobb a valódi energiánál.
Feltételes variációszámítással ortogonális függvényeket használva

$$W = \langle\Phi|H|\Phi\rangle = \sum_i \langle\varphi_i|t|\varphi_i\rangle + \frac{1}{2}\sum_{i,j}\langle\varphi_i\varphi_j|\tilde{v}|\varphi_i\varphi_j\rangle,$$

$$\delta\big(W - \sum e_i\langle\varphi_i|\varphi_i\rangle\big) = 0.$$

ahol $\sum_{i,j}\langle\varphi_i\varphi_j|\tilde{v}|\varphi_i\varphi_j\rangle$ antiszimmetrizált mátrixelemet jelent.
Innen megkapjuk a hullámfüggvényekre vonatkozó egy-részecske egyenletrendszert:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\triangle\varphi_i(\mathbf{r}_1) + \sum\langle\varphi_j(\mathbf{r}_2)|v|\varphi_j(\mathbf{r}_2)\varphi_i(\mathbf{r}_1)\rangle - \sum_j\langle\varphi_j(\mathbf{r}_2)|v|\varphi_i(\mathbf{r}_2)\varphi_j(\mathbf{r}_1)\rangle = e_i\varphi_i(\mathbf{r}).$$

Bevezetve a

$$\int \rho(\mathbf{r}_2)v(\mathbf{r})d^3\mathbf{r}_2\varphi_i(\mathbf{r}_1) - \sum_j \int \varphi_j(\mathbf{r}_2)^* v(\mathbf{r})\varphi_i(\mathbf{r}_2)d^3\mathbf{r}_2\varphi_j(\mathbf{r}_1) = \int V(\mathbf{r},\mathbf{r}')\varphi_i(\mathbf{r}')d^3\mathbf{r}'$$

jelölést,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\triangle\varphi_i(\mathbf{r}) + \int V(\mathbf{r},\mathbf{r}')\varphi_i(\mathbf{r}')d^3\mathbf{r}' = e_i\varphi_i(\mathbf{r})$$

lesz az egyenlet.
A megoldandó egyenletekben célszerű a nem lokális potenciálok helyett ekvivalens lokális potenciált használni.

$$U_i(\mathbf{r}) = \frac{1}{\varphi_i(\mathbf{r})}\int V(\mathbf{r},\mathbf{r}')\varphi_i(\mathbf{r}')d^3\mathbf{r}', \qquad -\frac{\hbar^2}{2m}\triangle\varphi_i(\mathbf{r}) + U(\mathbf{r})\varphi_i(\mathbf{r}) = e_i\varphi_i(\mathbf{r}).$$

A megoldás önkonzisztens módszerrel kapható meg:

$$W = \sum\langle\varphi_i|t|\varphi_i\rangle + \frac{1}{2}\sum\langle\varphi_i\varphi_j|\tilde{v}|\varphi_i\varphi_j\rangle \neq \sum e_i$$

A teljes energia nem az egyrészecske energiák összege, míg a héjmodellben az volt.

4.3.4. Független részecske modellek

A független részecske modell lényege: a nukleonok egymástól közel függetlenül mozognak egy átlagos, valamennyi nukleon által kialakított potenciálvölgyben.
Ilyen potenciálvölgyet csak Hartree-Fock közelítésben kapunk. A többi független részecske modell egy külső, a mag nukleonjától független potenciálvölgyet használ. *A teljes hullámfüggvény első közelítésben egyrészecske hullámfüggvények antiszimmetrikus szorzata.*

Foglaljuk össze a független részecske modelleket:

$$H = H_0 + H_1 = \sum t_i + \frac{1}{2}\sum v_{ij}$$

$$H_0\Phi = E_0\Phi, \qquad H\Psi = E\Psi, \qquad \Phi = \mathcal{A}\prod_{i=1}^{A}\varphi_i.$$

$$E = E_0 + \frac{(\Phi, H_1\Psi)}{(\Phi,\Psi)}.$$

Born közelítés : $\qquad E = E_0 + (\Phi, H_1\Phi) = (\Phi, H\Phi).$

A független rész modellek abban különböznek, hogyan választjuk H_0-t:

1. Végtelen rendszer: Fermi gáz modell

$$H_0 = \sum t_i \qquad -\frac{\hbar^2}{2m}\triangle\varphi_i = e_i\varphi_i$$

$$\varphi_i = \frac{1}{\sqrt{\Omega}}e^{\mathbf{i}\mathbf{k}_i\mathbf{r}_i}\chi_i\tau_i$$

2. Harmonikus potenciál, héjmodell, stb.

$$H_0 = \sum(t_i + V_i), \qquad H_1 = \frac{1}{2}\sum v_{ij} - \sum V_i,$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\triangle\varphi_i + V_i\varphi_i = e_i\varphi_i, \qquad \text{lokalizált}$$

$$\begin{array}{lll} V_i = V_{H0}, & V_i = V_{Saxon\text{-}Woods}, & V_i = V_{SW} + V_2\mathbf{LS}, \\ E = E(n) & E = E(n,l), & E = E(n,j). \end{array}$$

3. A potenciál önkonzisztensen van meghatározva : Hartree-Fock számolás

$$V_i\varphi_i = \sum_j(\varphi_j|\tilde{v}_{12}|\varphi_j\varphi_i) = \int V(\mathbf{r},\mathbf{r}')\varphi_i(\mathbf{r}')d^3\mathbf{r}'$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\varphi_i(\mathbf{r}) + U(\mathbf{r})\varphi_i(\mathbf{r}) = e_i\varphi_i(\mathbf{r}),$$

$$U_i(\mathbf{r}) = \frac{1}{\varphi_i(\mathbf{r})}\int V(\mathbf{r},\mathbf{r}')\varphi_i(\mathbf{r}')d^3\mathbf{r}'.$$

4.3.5. Az egyrészecske energia fogalma

A független részecske modellben mindig definiálhatunk egyrészecske energiát.

$$\begin{array}{ll} \Phi = \mathcal{A}\prod\varphi_i, & H_0 = \sum(\hat{t}_i + \hat{V}_i) = \sum\hat{h}_i, \\ \hat{h}_i\varphi_i = e_i\varphi_i, & e_i = \langle\varphi_i|\hat{h}_i|\varphi_i\rangle = t_i + V_i, \\ t_i = (\varphi_i, \hat{t}\varphi_i), & V_i = \langle\varphi_i|\hat{V}_i|\varphi_i\rangle. \end{array}$$

Héjmodellnél az energia: $\quad E_0 = \sum(t_i + V_i) = \sum e_i$.
Külső potenciál van, az eredmény erősen közelítő.
Hartree-Fock számolás

$$e_i = t_i + \langle\varphi_i|\hat{U}_i|\varphi_i\rangle = t_i + U_i,$$

$$E = \sum t_i + \frac{1}{2}\sum\langle\varphi_i\varphi_j|\tilde{v}_{12}|\varphi_i\varphi_j\rangle =$$

$$= \sum t_i + \frac{1}{2}\sum U_i = \frac{1}{2}\sum e_i + \frac{1}{2}\sum t_i.$$

U_i most lényegesen állapotfüggő, nem zárt héjak esetén például deformált lesz.
Önkonzisztens potenciál esetén, amikor a nukleonok együttesen alakítják ki azt a potenciálvölgyet, amiben mozognak, az energia nem az egyrészecske energiák összege. Ez a fizikai valóság.

4.3.6. Független részecske modell alkalmazhatóságának oka

A modell akkor alkalmazható, ha a részecskék megtartják kvantumszámaikat.
Képzeljünk el egy rendszert, ahol a nukleonok kezdetben mind adott kvantumszámokkal rendelkeznek. Két nukleon ütközése után azonban ezek a kvantumszámok megváltoznak. Mivel a kölcsönhatás erős, sok ütközés következhet be, a kvantumszámok teljesen összekavarodnak, és végül nincs már értelme beszélni róluk. Miért nem így van ez?
Az ok elsősorban a Pauli elv. A Pauli elv értelmében két nukleon kölcsönhatása során nem kerülhet olyan állapotba, amiben már van egy részecske. Tehát az ütközés során csak akkor változik meg a kvantumszám, ha a k érték a Fermi szint fölé kerül.
A határozatlansági reláció értelmében $\Delta\tau$ ideig fennállhat $\Delta E \sim \frac{\hbar}{\Delta\tau}$ energiabizonytalanság, azaz két részecske bizonyos valószínűséggel a Fermi szint fölé kerülhet. Nézzük meg ennek a feltételét.

Tekintsünk két nukleont kezdeti síkhullám állapotban, k_1 k_2 hullámszámmal. Hasson kölcsön a két nukleon V mély derékszögű potenciállal. A relatív Schrödinger egyenlet

$$\frac{d^2u}{dr^2} + K^2u = 0 \qquad r < b,$$

$$\frac{d^2u}{dr^2} + k^2u = 0 \qquad r > b.$$

A szórás során egy részecske k hullámszáma legfeljebb K értékkel változhat, ahol

$$K = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(V_0 + E)} \sim \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}V_0}.$$

A Fermi szint fölé kerülés feltétele az, hogy $K > k_F = \left(\frac{3\pi^2}{2}\rho\right)^{\frac{1}{3}}$,

$$V_0 > \frac{\hbar^2}{2m}\Big(\frac{3\pi^2}{2}\rho\Big)^{\frac{2}{3}}.$$

Maganyagban $k_F = 1.36\, fm^{-1}$, tehát a független részecske modell alkalmazhatóságának a feltétele

$$V_0 < 40MeV.$$

A Pauli elv mellett tehát a rendkívül nagy maganyag sűrűség a modell alkalmazhatóságának az oka. Hiába erősek a potenciálok, annyira nem, hogy egy átlagos ütközésnél a Fermi szint fölé kerüljenek a nukleonok.

4.4. Magmomentumok független részecske modell alapján

4.4.1. Spin

Zárt héjú magban minden állapot be van töltve, a mag gömbszimmetrikus, a teljes impulzusmomentum zérus. A mag spinje alatt a teljes impulzusmomentumát értjük.

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S} = \sum \mathbf{j}_k,$$

Tapasztalati tény, hogy minden páros páros mag impulzusmomentuma zérus. Ez csak úgy lehet, ha két nukleon impulzusmomentuma azonnal összeadódik ellentétesen. Az állapot betöltődése mindig a legmagasabb m értékkel kezdődik.

$$\mathbf{j}_1 + \mathbf{j}_2 = 0, \qquad (j_1)_z = j(j_2)_z = -j(j_3)_z = j-1, \qquad (j_4)_z = -j+1\ldots$$

Páratlan mag impulzusmomentuma az utolsó nukleon impulzusmomentuma, ebből tudjuk meghatározni, hogy töltődnek be a nívók egymás után. A felhasadás sorrendje a már ismertetett. Elmélet és tapasztalat teljes egyezése.

4.4.2. Elektromágneses kvadrupólmomentum

A mag viselkedését ρ töltéssűrűséggel és $\mathbf{j}$ áramsűrűséggel jellemezhetjük. Elektromágneses térben ha a tér skalár ill vektorpotenciálja Φ és $\mathbf{A}$, a potenciális energia:

$$U(\mathbf{R}) = \int \rho(\mathbf{r})\Phi(\mathbf{R}+\mathbf{r})d^3r + \frac{1}{c}\int \mathbf{j}(\mathbf{r})\mathbf{A}(\mathbf{r}+\mathbf{R})d^3r.$$

Mivel a mag mérete kicsi a mag és a megfigyelőpont távolságához képest, r szerint sorbafejthetünk. A potenciál:

$$U = q\Phi(\mathbf{R}) - \hat{\mathbf{M}}\mathbf{H}(\mathbf{R}) - \frac{1}{6}\sum \hat{Q}_{ij}\frac{\partial E_j}{\partial x_i},$$

$$Q_{ij} = \int \rho(\mathbf{r})(3x_ix_j - \delta_{ij}r^2)d^3r,$$

ahol q a töltés, $\hat{M}$ a mag mágneses momentum és $\hat{Q}_{ij}$ a mag elektromos kvadrupólmomentum operátora. Főtengelyre transzformálva

$$\hat{Q}_{ij} = \hat{Q}_i\delta_{ij}.$$

Kvadrupólmomentum alatt $\hat{Q}_z$-nek a sajátértékét értjük, azaz

$$Q = \langle\Psi|\hat{Q}_z|\Psi\rangle = \int \rho(\mathbf{r})(3z^2 - r^2)d^3r$$

Ha egyetlen nukeon van a zárt törzsű gömbszimmetrikus magon kívül, a kvadrupólmomentum ezen nukleon kvadrupólmomentuma lesz.

$$Q = \langle\varphi_{nljj}(\mathbf{r})|3z^2 - r^2|\varphi_{nljj}(\mathbf{r})\rangle.$$

Gömbfüggvények szorzási szabályai alapján $j_z = m$-re

$$Q(m) = \sum 2\langle lm_l\frac{1}{2}m_s|jm\rangle^2\langle r^2\rangle = \frac{j(j+1)-3m^2}{2j(j+1)}\langle r^2\rangle.$$

Ha $m = j$

$Q(\text{zárt}) = \sum_{m=-j}^{j} Q(m) = 0,$

$Q(1) = -Q(2j) = \frac{-2j-1}{2(j+1)}\langle r^2\rangle.$

Abszolút értékben a kvadrupólmomentum nő mindaddig, amíg $j(j+1) < 3m^2$, azaz $m \sim \frac{j}{1.83}$.

Az elméleti számítások nagyon jól megadják a kísérleti értékek előjelét, de abszolut értékben teljesen rosszak, a tapasztalat szerint a magok sokkal deformáltabbak, mint ahogy a héjmodell mondja.

4.4.3. Magok mágneses momentuma

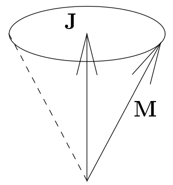
A mágneses momentum operátora:

$$\hat{\mathbf{M}} = \mu_m\sum_{k=1}^{A}(g_k^l\mathbf{l}_k + g_k^s\mathbf{s}_k),$$

$$g_k^e = \begin{cases} 1 & proton \\ 0 & neutron \end{cases} \quad g_k^s = \begin{cases} 2.793 & \mu_m \\ -1.913 & \mu_m \end{cases},$$

ahol a g-k az ún. giromágneses faktorok, és $\mu_m = \frac{e\hbar}{2m_pc}$

A magok teljes impulzusmomentuma jó kvantumszám, M a teljes impulzusmomentum operátor iránya körül precesszál :



A mag mágneses momentuma alatt $\hat{\mathbf{M}}$ $\hat{\mathbf{J}}$-re vetített értékét értjük, azaz

$$\mu = \frac{1}{\mu_m}\langle\Psi_{JJ},\hat{M}_z\Psi_{JJ}\rangle = \frac{1}{\mu_m}\frac{\langle\hat{J}_z\rangle\langle\hat{\mathbf{J}}\hat{\mathbf{M}}\rangle}{\langle\hat{\mathbf{J}}^2\rangle} = \frac{1}{\mu_m}\frac{1}{J+1}\langle\hat{\mathbf{J}}\hat{\mathbf{M}}\rangle.$$

Páros-páros magoknál az impulzusmomentum zérus, így a mágneses momentum is zérus kell hogy legyen. Páratlan magokra ha az utolsó nukleon neutron

$$\hat{\mathbf{M}}_n = \mu_m g^n\mathbf{s}, \qquad \mu_n = \frac{g_n}{j+1}\langle\mathbf{s}(\mathbf{s}+\mathbf{l})\rangle = \frac{g_n}{2(j+1)}\Big[j(j+1) - l(l+1) + \frac{3}{4}\Big],$$

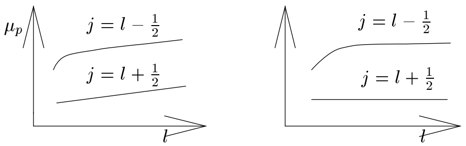
míg ha proton

$$\hat{\mathbf{M}}_p = \mu_m(\mathbf{l} + g_p\mathbf{s}), \qquad \mu_p = \frac{1}{j+1}\langle(\mathbf{l}+g_p\mathbf{s})(\mathbf{l}+\mathbf{s})\rangle,$$

$$\mu_p = \frac{1}{2(j+1)}\Big[j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4} + g_p\big(j(j+1) - l(l+1) + \frac{3}{4}\big)\Big].$$

A kísérleti adatok ettől kicsit eltérnek, de nem nagyon.

$$j = l + \tfrac{1}{2} \quad Rightarrow \quad \mu_n = \tfrac{1}{2} g_n \qquad \mu_p = j + \tfrac{1}{2} g_p$$
$$j = l - \tfrac{1}{2} \quad Rightarrow \quad \mu_n = -\tfrac{1}{2} g_n \tfrac{j}{j+1} \quad \mu_p = \Big(j - \tfrac{1}{2} + \tfrac{3}{2} - \tfrac{1}{2} g_p\Big)\tfrac{j}{j+1}$$



A mágneses momentumok mérése azért fontos, mert számos gyakorlati alkalmazása van (mag mágneses rezonancia, Mössbauer effektus), és a mérés révén sok mindent megtudunk az anyagról.

4.5. Egyesített magmodell

4.5.1. Atommagok energiája deformált potenciálvölgyben

Nagy kvadrupólmomentum nagyobb deformáltságot jelent. Felül kell vizsgálni független részecske modellt.
Kérdés, nukleonok energiája gömbszimmetrikus vagy deformált potenciálvölgyben mélyebb-e?
Eddig temészetesnek vettük választ. Meg kell nézni!
Tekintsük a nukleonok energiáját deformált potenciálvölgyben

$$V = -V_0 + \frac{1}{2} m(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2),$$

ahol

$$\omega_x\omega_y\omega_z = \omega^3, \qquad \omega_x = \omega_y = \omega_0 e^{\frac{\alpha}{2}}, \qquad \omega_z = \omega_0 e^{-\alpha}$$

Az egy részecske energiák

$$E_n = -V_0 + \hbar\omega_x(n_x + \frac{1}{2}) + \hbar\omega_y(n_y + \frac{1}{2}) + \hbar\omega_z(n_z + \frac{1}{2}),$$

míg a mag teljes energiája:

$$E = \sum E_i = V_0 A + \hbar\omega_0 \sum_i \Big[e^{\frac{\alpha}{2}}(n_x + n_y + 1)_i + e^{-\alpha}(n_z + \frac{1}{2})_i\Big]$$

Keressük a minimális energiát α függvényében

$$\frac{\partial E}{\partial \alpha} = \frac{\hbar\omega_0}{2} \sum_i \Big[e^{\frac{\alpha}{2}}(n_x + n_y + 1)_i + e^{-\alpha}(n_z + \frac{1}{2})_i\Big] = 0,$$

$$\Rightarrow e^{\frac{3}{2}\alpha} = \frac{\sum_i (2n_z + 1)_i}{\sum_i (n_x + n_y + 1)_i}$$

Ha az egyes nukleonállapotok úgy vannak betöltve, hogy

$$2\sum (n_z + \frac{1}{2})_i = \sum (n_x + n_y + 1)_i \Rightarrow \alpha = 0.$$

Zárt héjú mag soha nem deformált.
Vezessük be a következő jelölést :

$$\sigma_\alpha = \sum_i (n_\alpha + \frac{1}{2})_i$$

A mag kvadupólmomentuma

$$Q = \sum_i \Big[3\langle z_i^2\rangle - \langle r_i^2\rangle\Big] = \sum_i \langle 2z_i^2 - x_i^2 - y_i^2\rangle =$$

$$= \sum \Big(\frac{2E_z}{\omega_z^2} - \frac{E_x}{\omega_x^2} - \frac{E_y}{\omega_y^2}\Big)_i \frac{1}{m} = \frac{\hbar^2}{2m}\Big[\frac{2\sigma_z}{\omega_z} - \frac{\sigma_x}{\omega_x} - \frac{\sigma_y}{\omega_y}\Big].$$

Itt felhasználtuk, hogy $E = t_i + \frac{1}{2} m\omega_i x_i^2$, t_i nem deformált, $t_x = t_y = t_z$, így a teljes energia különbségek éppen a potenciális energia különbségek. Zárt héjra

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \frac{1}{3}\sigma_0.$$

Kifejezve az ω-kat a σ-kal, a teljes kvadrupólmomentum:

$$\omega_x = \omega_0 e^{\frac{\alpha}{2}} = \omega_0 \Big(\frac{2\sigma_z}{\sigma_x + \sigma_y}\Big)^{\frac{1}{3}}, \qquad \omega_z = \omega_0 \Big(\frac{2\sigma_z}{\sigma_x + \sigma_y}\Big)^{-\frac{2}{3}},$$

$$Q = \frac{\hbar}{2m\omega_0}\Big[(2\sigma_z)^{\frac{5}{3}}(\sigma_x + \sigma_y)^{-\frac{2}{3}} - (\sigma_x + \sigma_y)^{-\frac{4}{3}}(2\sigma_z)^{-\frac{1}{3}}\Big].$$

Legyen a zárt héjon kívül egy nukleon, N_x, N_y, N_z kvantumszámokkal. Ekkor a σ-k

$$\sigma_x = \frac{\sigma_0}{3} + N_x + \frac{1}{2} = \frac{\sigma_0}{3}\Big[1 + \frac{3}{\sigma_0}(N_x + \frac{1}{2})\Big],$$

és a teljes kvadrupólmomentum

$$Q = \frac{\hbar}{m\omega_0}(2N_z - N_x - N_y) = \frac{Z}{A} Q_p,$$

ahol Q_p az utolsó rész kvadrupólmomentuma. Ez azt jelenti, hogy már egyetlen külső nukleon esetén is megnő a kvadrupólmomentum.

$$Q = Q_p + \frac{Z}{A} Q_p.$$

Zárt törzstől távol sok nukelon van a magon kívül, ezéltal a törzs erősen deformálódik. A tényleges Hartree Fock számolás ezt jól megadja, de a számolás bonyolult, az állapotok nem degeneráltak, aranynál tényleg 197 hullámfüggvényt kell szelfkonzisztensen megoldani.

4.5.2. Kollektív modell

Azt akarjuk, hogy olyan legyen a perturbálatlan hullámfüggvény, hogy a mag alakjára

$$R = R_0\big[1 + \sum \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}\big]$$

sugarat adjon. Ebből a célból a Hamilton operátort négy részre osztjuk

$$H = H_{coll}(\alpha_{\lambda\mu}) + H_{r\acute{e}sz}(x_i) + H_{csat}(x_i, \alpha_{\lambda\mu}) + H^{'}$$

ahol H_{coll} csak a kollektív, $H_{r\acute{e}sz}$ csak az x_i egy részecske koordinátáktól függ, H_{csat} írja le a kollektív és egy részecske koordináták közti csatolást és $H^{'}$ a maradék kölcsönhatás.

$$H_{coll}\Phi(\alpha_{\lambda\mu}) = E_{coll}\Phi(\alpha_{\lambda\mu})$$

A kollektív Hamilton operátor

$$H_{coll} = \frac{1}{2}\sum_{\lambda\mu} C_\lambda |\alpha_{\lambda\mu}|^2 + \frac{1}{2}\sum_{\lambda\mu} B_\lambda |\dot{\alpha_{\lambda\mu}}|^2$$

ahol C_λ és B_λ a forgó és vibráló folyadékcsepp mozgását írja le.
Főtengelyre deformálva a forgásellipszoidot

$$\alpha_{20} = \beta\cos\gamma, \qquad \alpha_{22} = \frac{1}{\sqrt{2}}\beta\sin\gamma, \qquad \alpha_{1m} = 0$$

$$V = \frac{c}{2}\beta^2, \qquad T = \frac{1}{2}B(\dot\beta^2 + \beta^2\dot\gamma^2) + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{3}\omega_k^2\Theta_{k\gamma},$$

$$\Theta_{k\gamma} = 4B\beta^2\sin^2\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}k\right),$$

ahol $\Theta_{k\gamma}$ az effektív tehetetlenségi nyomaték.
T -ben az első tag a kinetikus energia a főtengely koordináta-rendszerben, a második tag a főtengelynek a fix tengely körüli forgása miatt fellépő energia:

$$\hbar L_k = \omega_k\Theta_k.$$

$$H = T_{\beta\gamma} + \hbar\sum\frac{L_k^2}{2\Theta_k} + \frac{1}{2}C\beta^2.$$

Operátorokra áttérve a kollektív Hamilton operátor Schrödinger egyenlete megoldható.
A gerjesztett állapotok a forgás és a rezgés. Ezek energiája:

$$E_{rot} = \frac{\hbar^2}{2\Theta}J(J+1),$$

illetve

$$E_{vib} = E_0 + \sum_m \hbar\omega\left(n_m + \frac{1}{2}\right).$$

A gerjesztett magok energiállapotainak tanulmányozásánál látni fogják, hogy a rotációs energiaállapotok jóval mélyebben vannak, mint a vibrációs energiák.

4.5.3. Egyesített magmodell

A perturbálatlan Hamilton operátort aszerint választjuk meg, milyen a mag betöltöttsége.

1. Gyenge csatolás

$$H_0 = H_{rész} + H_{coll} \Rightarrow \Psi = \Phi(\alpha_{\lambda\mu})\mathcal{A}\prod_i\varphi_i(x_i)$$

$$H_{rész} = \sum\left(t_i + V_i(i)\right)$$

$$E = E_{coll} + E_{rész} + E_{perturb}$$

2. Erős csatolás

$$H_0 = H_{coll} + H_{rész} + H_{csat} = \sum\left(t_i + V_i(\alpha_{\lambda\mu}, i)\right)$$

$$H_{rész} + H_{csat} = \sum t_i + \frac{1}{2}\sum V(\alpha_{\lambda\mu}, i)$$

$$\Psi = \Phi(\alpha_{\lambda\mu})\mathcal{A}\prod_i\varphi_i(x_i, \alpha_{\lambda\mu})$$

Ezekkel a perturbálatlan Hamilton operátorokkal oldjuk meg a hullámfüggvényekre vonatkozó egyenleteket.

4.6. Állapotegyenlet és effektív tömeg

Állapotegyenlet

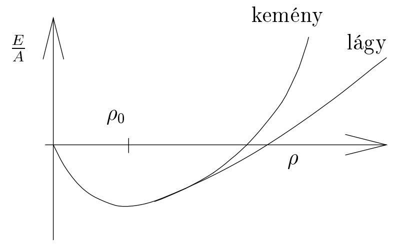
Alapállapotú maganyag állapotegyenlete az energia és a sűrűség összefüggését adja meg. A maganyag egy részecskére jutó energiája, mint láttuk, -16 MeV. A magok centrális sűrűsége, amit a tömegeloszlás mérésekből ismerünk, $0.16 - 0.17\, fm^{-3}$, ennél az értéknél minimális a mag energiája. Ez azt jelenti, hogy akármilyen is a maganyag állapotegyenlete, ezt a két adatot ki kell elégítenie, azaz

$$\frac{E}{A}(\rho_0) = -16\,MeV,$$

$$\left(\frac{d\frac{E}{A}}{dA}\right)_{\rho=\rho_0} = 0, \qquad \hat\rho = \frac{\rho}{\rho_0},$$

$$\kappa = 9\rho_0^2\left(\frac{d^2E}{d\rho^2}\right)_{\rho=\rho_0}, \quad \rho_0 \text{ : maganyag sűrűsége.}$$

A harmadik adat a maganyag összenyomhatóságára vonatkozik, ezzel kapcsolatban jobban eltérnek a vélemények. Eredetileg fizikai meggondolások azt mondták, hogy a kompresszibilitás értéke 400 , újabban azonban asztrofizikai alapon (szupernova robbanás illetve a pulzárok felgyorsulása) vannak olyan nézetek, hogy a kompresszibilitás ennél jóval kisebb értékű, mintegy 150-220. A kompresszibilitás értéke szerint beszélhetünk kemény ill. lágy állapotegyenletről.



Az egy részecskére jutó kinetikus energia

$$\frac{E_{kin}}{A} = \alpha\hat\rho^{\frac{2}{3}}, \qquad \alpha = 23\,MeV.$$

A potenciális energiának van egy ρ-val arányos vonzó része, és egy telítettséget okozó, ρ magasabb hatványával arányos taszító része. Legegyszerűbb esetben az alapállapotú állapotegyenletet a következő módon írhatjuk fel

$$\frac{E}{A} = \alpha\hat\rho^{\frac{2}{3}} - \beta\hat\rho + \gamma\hat\rho^{\sigma+1}, \qquad \frac{2}{3}\alpha\hat\rho^{\frac{2}{3}} - \beta + (\sigma+1)\gamma\hat\rho^{\sigma} = 0.$$

Az egy részecskére jutó kötési energia és a telítettség feltétele

$$\begin{array}{ll} \alpha - \beta + \gamma = -16, & \frac{2}{3}\alpha - \beta + (\sigma+1)\gamma = 0, \\ \beta = -39 - \gamma, & \sigma\gamma = 23.5. \end{array}$$

$$\sigma = \left\{\begin{array}{llll} 1 & \beta = 62.5 & \gamma = 23.5 & \text{kemény állapotegyenlet,} \\ \frac{1}{6} & \beta = 180 & \gamma = 141 & \text{lágy állapotegyenlet.} \end{array}\right.$$

A kompresszibilitás értéke kemény és lágy esetre

$$\kappa = \left\{\begin{array}{l} 380 \\ 201 \end{array}\right. .$$

Effektív tömeg

Az energia egyenletből visszakövetkeztethetünk a maganyagban fellépő effektív potenciálra:

$$E_{tot} - E_{kin} = \frac{1}{2}\sum\sum \langle ij|\hat{v}_{eff}|ij\rangle.$$

Tekintsük most azt az egyszerű esetet, amikor az effektív potenciál $v = v_1 - v_2 k^2$. Az energia ezzel, mint láttuk

$$\frac{E}{A} = W = \frac{1}{A}\Big[\sum_i t_i + \frac{1}{2}\sum_{ij} v_{ij}\Big] =$$

$$= \frac{3\hbar^2}{10m}\rho^{\frac{2}{3}} - \frac{1}{2}v_1\rho + \frac{3}{5}v_2\rho k_F^2.$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\hbar^2}{5m}\rho^{-\frac{1}{3}} - \frac{1}{2}v_1 + v_2 k_F^2 = 0 \qquad \textit{telítettség}$$

Az egyrészecske energia

$$V_i = \sum V_{ij} = -\frac{A}{\Omega}v_1 + \frac{A}{\Omega}v_2\big(k_i^2 + \frac{3}{5}k_F^2\big),$$

$$E_i = \frac{\hbar^2 k_i^2}{2m} - v_1\rho + v_2\rho k_i^2 + \frac{3}{5}v_2\rho k_F^2 = -V_0(\rho) + \frac{k_i^2}{2m^*},$$

$$\frac{1}{2m^*} = \frac{1}{2m} + \frac{3}{5}\frac{v_2\rho}{\hbar^2}, \qquad V_0(\rho) = v_1\rho - \frac{3}{5}v_2\rho k^2 = v_0(\rho)\rho.$$

azaz a nukleon úgy mozog a maganyagban, mintha a tömege kisebb lenne, mint a szabad nukleon tömeg. Mivel az effektív tömeg sürűségfüggő, véges magokban ez helyfüggő értéknek felel meg, amint azt láttuk. A maganyag belsejében $m^* \sim 0.6m - 0.7m$. A $v_0(\rho)$ egyrész potenciál sűrűségfüggő. Nézzük meg a Fermi szinten levő (legkevésbé kötött) nukleon kötési energiáját a magban:

$$E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} - v_1\rho + \frac{8}{5}v_2\rho k_F^2.$$

Ha kivonjuk ezt az egy részecskére eső kötési energiából,

$$E_F - W = \frac{2}{5}\frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} - \frac{1}{2}v_1\rho + v_2\rho k_F^2 = 0,$$

azaz éppen a telítettség feltételét kapjuk meg. A telítettség miatt az egy részecskére eső kötési energia megegyezik az utolsó nukleon kötési energiájával. Ez az összefüggés véges magokra is igaz közelítőleg, de ott $E_F < W$.

$$\underset{\text{könnyű magra}}{E_F \sim -(10-14)} \qquad \underset{\text{nehéz magra}}{E_F \sim -(4-9)}.$$

Természetesen a héjszerkezet miatti korrekciók ehhez képest fluktuációkat okoznak.

5. fejezet

Gerjesztett magok

5.1. A reakciók típusai, reakciómechanizmus

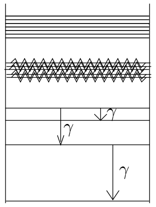
Két oka van, hogy a magreakciókat még kevésbé lehet mikroszkópikusan, azaz két részecske kölcsönhatásokból kiindulva tárgyalni, mint az alapállapotú atommagokat. Az egyik ok az egyrészecske modellek használhatóságával függ össze. Az atommag egy erősen kölcsönható rendszer és egy közel független részecskékből álló rendszer furcsa keveréke. Elvileg a nukleonokat erős kölcsönhatás tartja össze, gyakorlatilag azonban alapállapotú atommagokban ezen kölcsönhatások nagy része a Pauli elv miatt tiltott, így nem hat, és a független részecske kép jó közelítésben érvényes. Gerjesztett magok esetén azonban ez a kép elromlik, a Fermi tengeren belül egyre több lyukállapot jelenik meg, és a Pauli elv tiltó hatása egyre kevésbé érvényesül. Éppen ezért a független részecske elképzelés magasabb gerjesztések esetén egyre rosszabb. Gerjesztett állapotok szerkezetét nehéz meghatározni, mert túl sok módon jöhet létre az állapot és a közelitő képek nem tudják megmondani, melyik állapot hogyan jött létre, legfeljebb csak arra adnak becsléseket, hogy melyik energiatartományban melyik gerjesztés típus a domináló. A magreakciók kielégítő kö zelitő leírását nem sikerült még megtalálni, a különböző jelenségek magyarázatára sokféle leírásmód létezik, amiből nehéz kiválasztani a legm egf elelőbbet.

Az alapállapotú atommagokat, mint ázt láttuk, a héjmodell jól leírja: A céltárgymagban ezek szerint a nukleonok egy $V_H M$ egyrészecske potenciálvölgyben mozognak, miközben V_m maradék kölcsönhatás hat közöttük.

A héjmodell-potenciálban meghatározhatjuk az egyes nukleonok energiaállapotait. Az állapotok egy része alapállapotban be van töltve nukleonokkal, más részük üres. Az üres állapotok lehetnek negatív energiájúak. Ha egy nukleon egy negatív energiájú gerjesztett állapotban van, nem léphet ki a magból, hanem γ-sugárzás kibocsátása mellett alapállapotba. megy át. Azok az állapotok, amelyek közvetlenül az egy nukleon szeparációs energiája felett vannak, ***virtuális*** vagy ***kvázistacionárius állapot***ok. Ezeknek az állapotoknak véges, de viszonylag hosszú az élettartamuk, ugyanis csak rugalmas szórással vagy γ sugárzással bomolhatnak. Ha egy reakció során ilyen állapotot gerjesztünk, a hatáskeresztmetszet hirtelen megnő, erős rezonanciát mutat. A rezonanciák keskenyek, ugyanis a határozatlansági reláció értelmében egy állapot energia bizonytalansága és bomlási ideje között az összefüggés

$$\Delta E \cdot \Delta t \sim \hbar, \qquad \Gamma \sim \hbar,$$

és egymástól elég messze vannak. Minél nagyobb egy állápot energiája, annál többféle módon bomolhat el, így annál rövidebb lesz az élettartama. Növekvő energiával a rezonanciák, azaz a gerjesztett állapotok szélessége növekszik. Azt a tartoxnányt, ahol a nívók szélessége jóval nagyobb, mint az egymástól való távolságuk, kontinuumnak nevezzük. A nivósűrűség itt már folyamatosnak tekinthető. Az ábrán egy héjmodell potenciál nivószerkezete látható.



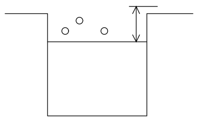
Folytonos nívók, $\Gamma \gg D$

Egymásra csúszó nívók, $\Gamma \sim D$

Rezonancia nívók, $\Gamma \ll D$

alapállapot nívója

A gerjesztett nívó lehet:
Kollektív (forgás, rezgés)
Egy részecske (a nukleonok a Fermi szint fölé kerülnek)



A potenciálvölgy átrendeződött.

Gerjesztetési típusok

1. Magreakciók
2. Elektromágneses átmenetek (magspektroszkópia)
3. β bomlás
4. Hasadás
5. Nehézion reakciók

A gerjesztés módja: részecskéket vagy fotonokat lövünk a magba

Magreakciónak nevezzük a nukleáris részecskék ütközése során végbemenő folyamatokat. Egy magreakciót, mint idoben lejátszódó folyamatot, három részre lehet bontani.

1. A kezdeti állapotban az a bombázó részecske meghatározott kinetikus energiával közeledik az alapállapotban levő X céltárgy mag felé. Nukleáris kölcsönhatás nem működik a részecskék között, mivel a magerők rövid hatótávolságúak.
2. A közbenső állapotban a magreakciókban résztvevő valamennyi részecske egy korlátos térfogaton belül található, miközben intenzív nukleáris kölcsönhatás müködik közöttük. Ennek eredményeképpen energia, impulzus és impulzusmomentum átadással járó nukleon-nukleon vagy nukleon-mag ütközések következnek be, majd a rendszer két vagy esetleg több részrendszerre, az ún. reakciótermékekre válik szét.
3. A magreakció végső szakaszában a reakciótermékek a magerők hatótávolságánál lényegesen nagyobb távolságra válnak el egymástól.

Általános formula:

$$X + a \longrightarrow Y + b.$$

X : target vagy céltárgy
Y : maradék magy
a : bombázó rész, lehet γ is
b : egy vagy több kijövő rész, γ és e is lehet.
Küszöb energia:

$$\varepsilon_a + \varepsilon_X + E_a + E_X = \varepsilon_b + \varepsilon_Y + E_b + E_Y.$$

A nyugalmi tömeg is beleértendő:

$$Q = E_X - E_a - E_y - E_b = \varepsilon_Y - \varepsilon_b - \varepsilon_X - \varepsilon_a.$$

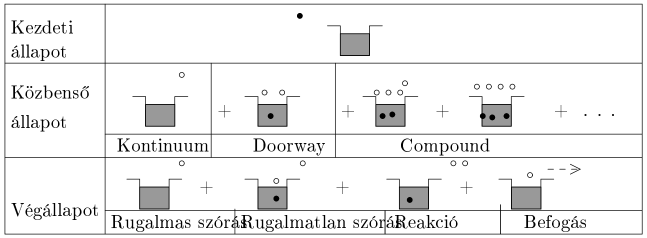
Ha $Q > 0$, energiát nyerünk
Ha $Q < 0$, energiát veszítünk. Csak akkor mehet végbe, ha ε_X értéke egy adott érték felett van.

$$Q = -\varepsilon_a \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_a > -Q$$

Ha a részecske kilépéséhez nincsen elég energia (legalább kb. 8 MeV kell) a mag csak γ kilépéssel vagy (néha) β bomlással bomolhat el.

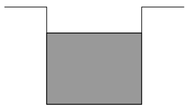
5.2. Magreakciók leírása

A beeső nukleon és a mag kölcsönhatása különböző módon mehet végbe. A legegyszerűbb dolog az, ha a nukleon a mag átlagos potenciálterén szóródik, anélkül, hogy az egyes nukleonokkal V_m révén kölcsönhatásba kerülne. Ilyenkor csak a V_{HM} átlagos héjmodell potenciál hat a nukleonra. Kicsit bonyolultabb a kölcsönhatás, ha V_m egyik tagja is hat, azaz a beeső részecske a mag egy nukleonjával közvetlen kölcsönhatásba kerülve gerjeszti azt. Ilyenkor a bombázó részecske energiát ad át a nukleonnak, miközben energiája vagy pozitiv marad, vagy már negatívvá váiik. Ezek a gerjesztett állapotok az ún. két részecske - egy lyuk állapotok, ugyanis a Fermi szint alatt ilyenkor megjelent egy lyuk állapot is. Ha V_m-nek több tagja is hat, bonyolultabb állapotok jönnek létre, de minden ilyen bonyolult állapot első lépése a kétrészecske - egy lyuk gerjesztés. Éppen ezért ez utóbbi állapotokat *doorway* vagy *előszoba* állapotoknak is szokás nevezni. Az ábrán jól láthatók a fent leírt folyamatok.



A fenti közbenső állapotok közül egyik sem sajátállapota a rendszernek, mindegyik csak bizonyos valószínűséggel jön létre. Ha az előszoba állapot létrejöttének a valószinűsége kicsi, a bonyolultabb közbenső állapotok még kisebb valószínűséggel valósulnak meg. Ha a doorway állapot létrejöttének a valószínűsége nagy, a bonyolult közbenső állapotok is nagyobb valószínűséggel realizálódnak. A magreakciók elméletének legnagyobb feladata megítélni, hogy az egyes reakcióknál a különböző közbenső állapotok milyen valószínűséggel alakulnak ki.

Vizsgáljuk meg a különböző közbenső állapotok bomlásmódjait. Ha a részecske csak a V_{HM} potenciálon szóródott, a végállapot rugalmas szórás lesz. Az előszoba állapot többféle módon is elbomolhat. Az egyik lehetőség az, hogy a két gerjesztett részecske közül az egyik visszamehet az üres lyukállapotba, miközben a másik elhagyja a magot. Ilyenkor rugalmas szórás következett be. Egy másik lehetőség az, hogy a két gérjesztett részecske közül az egyik elhagyja a magot, a másik gerjesztett állapotban marad. Ilyenkor rugalmatlan szórás következik be. Végül a doorway állapot további kölcsönhatások révén bonyolultabb közbenső állapotba mehet át. A bonyolultabb közbenső állapotok esetén a rugalmas szórás valószínűsége kicsi. A lehetséges bomlásmódok ilyenkor: részecske kibocsátás vagy befogás. Egy idő után annyi energia koncentrálódik egy vagy több részecskére, hogy az kiléphet a magból: reakció következik be. Egy másik lehetőség az, hogy a mag fotonok kibocsátása révén bomlik el. Ilyenkor befogásról beszélünk.



Kezdeti állapot

$$\text{Végállapot}\begin{cases}\text{Rugalmas szórás}\\ \text{Rugalmatlan szórás}\\ \text{Reakció}\\ \text{Befogás}\end{cases}$$

A bejövő nukleon először a potenciálvölgyön szóródik. Az optikai potenciál írja le ezt a szórást.
Optikai potenciál : Komplex és energiafüggő.
A komplexség oka:
A valós potenciálvölgyön csak a szórás lehetséges folyamat. A beeső hullám el is nyelődhet, ezt pedig csak komplex potenciál írhatja le. A hermicitással összeegyeztethető, mert részrendszert ír le.
Az nergiafüggés oka:
Részint sima, részint mikor gerjesztett állapot van, rezonancia szerkezetű.

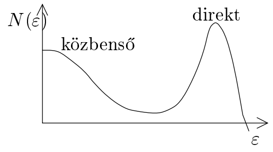
A reakció lehet:
– direkt
– közbenső

Direkt : kevés szabadsági fok; 10^{-22} s; a bemenő nukleon majdnem a teljes energiát elviszi; előre mutató impulzus.
Közbenső : sok szabadsági fok; 10^{-16} s; kis energiájú nukleon; izotróp szögeloszlás

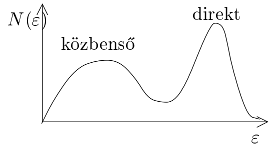
A direkt reakció típusai:

- potenciál szórás
- kollektív gerjesztés
- direkt ütközés
- stripping vagy pick-up

Közbenső reakció:
A nukleon nem tud azonnal kijönni a magból, az energiája eloszlik a mag nukleonjai között – a folyamat statisztikus becslésekkel írható le.
A következő ábra a bomló rész energiaspektrumát írja le, a felső a töltetlen részét, az alsó a töltöttét.



neutron kilépés



proton kilépés

A teljes hatáskeresztmetszet rezonanciaszerkezetet mutat.

5.3. Magreakciók hatáskeresztmetszete

Nézzük meg, mi mondható a hatáskeresztmetszetről egyszerű geometriai meggondolások alapján. Tekintsük azt az esetet, amikor a beeső részecskenyaláb egy teljesen fekete testként viselkedő gömbön szóródik. A részecskék spinjét a most következő tárgyalásokban mindvégig elhanyagoljuk. A beeső részecske impulzusmomentuma Mvb, ahol b a centrumból a beesési irányra merőleges távolsága a részecskének. Ezt az impulzusmomentumot kvantálni kell

$$Mvb_l = \hbar l, \quad b_l = l\lambda, \quad \lambda = \frac{\hbar}{Mv},$$

ahol λ a beoső részecske de Broglie hullámhossza. Minden b_l és b_{l+1} közötti ütközési paraméterrel rendelkező részecske impulzusmomentuma $\hbar l$. Ezen részecskék magon való szóródásának hatáskeresztmetszete nem lehet nagyobb, mint a geometriai területek különbsége

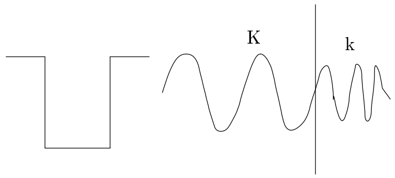
$$\sigma_l \leq \pi(b_{l+1}^2 - b_l^2) \sim (2l+1)\pi\lambda^2,$$

ha $b_l < R$ ill. $l < \frac{R}{\lambda}$. Ha $b_l > R$ ill. ha $l > \frac{R}{\lambda}$ a hatáskeresztmetszet zérus. Termikus neutronok esetén λ nagy, $\pi\lambda^2 \sim 2.56 \cdot 10^7$ $barn$ nagyságrendű lehet. Ha valamennyi parciális hullámra összegzünk, a hatáskeresztmetszet egy felső korlátját kapjuk.

$$\sigma = \sum_l \sigma_l \leq \pi\lambda^2 \sum_0^{\frac{R}{\lambda}} (2l+1) \leq \pi(R+\lambda)^2.$$

A befutó hullám l=0-ás része :

$$A \sin kr = 2iA(e^{-ikr} - e^{ikr})$$



A potenciálvölgyön belül megváltozik a hullámszám. Utána

$$B\sin(kr+\delta) = 2iBe^{-i\delta}(e^{-ikr} - e^{i(kr+2\delta)}).$$

A beeső hullám nem változik meg, csak a kifutó.

$$A = Be^{-i\delta}.$$

A kifutó hullám amplitúdójának megváltozása:

$$e^{2i\delta}, \qquad |c|^2 = 1.$$

Csak a fázis változhat.
Ha a potenciál komplex,

$$D\sin K^*b = E\sin(kb+\delta) \qquad DK^*\cos K^*b = Ek\cos(kb+\delta)$$

$$D(e^{iK^*b} - e^{-iK^*b}) = E(e^{i(kb+\delta)} - e^{-i(kb+\delta)}),$$
$$D(e^{iK^*b} - e^{-iK^*b}) = E(e^{i(kb+\delta)} - e^{-i(kb+\delta)}),$$
$$K^*D(e^{iK^*b} - e^{-iK^*b}) = Ek(e^{i(kb+\delta)} - e^{-i(kb+\delta)}).$$

Ha a befutó hullám változatlan, $A = Be^{-i\delta}$, de a $K^*\,\mathrm{ctg}K^*b = k\,\mathrm{ctg}(kb+\delta)$ egyenletnek csak komplex δ megoldás felel meg.
$\Rightarrow$ A kifutó amplitúdó csökken
Komplex K^* $\quad\rightarrow\quad$ komplex V

Általános esetre:

$$\Psi^{(+)} = \sum_l \frac{2l+1}{2kr} i^{l+1} P_l(\cos\theta)\left[e^{-i(kr-\frac{l\pi}{2})} - \eta_l e^{i(kr-\frac{l\pi}{2})}\right],$$
$$\Psi_{be} = e^{ikz} = \sum \frac{2l+1}{2kr} i^{l+1} P_l\left[e^{-i(kr-\frac{l\pi}{2})} - e^{i(kr-\frac{l\pi}{2})}\right],$$
$$\Psi_{sz} = \Psi^{(+)} - \Psi_{be} = f(\theta)e^{\frac{ikr}{r}},$$
$$f(\Theta) = \sum \frac{2l+1}{2k} i^{l+1}(1-\eta_l)e^{-i\frac{l\pi}{2}} P_l(\cos\Theta),$$
$$\sigma_{sz} = \frac{\pi}{k^2}\sum(2l+1)|1-\eta_l|^2.$$

Valós potenciál esetén $\eta_l = e^{2i\delta_l}$

$$\sigma_{sz} = \frac{4\pi}{k^2}\sum(2l+1)\sin^2\delta_l.$$

Ha reakció is van, $|\eta_l| < 1$

$$\Psi_{be} + \Psi_{sz} + \Psi_r = 0 \quad \Rightarrow \Psi_r = -\Psi^{(+)},$$
$$\sigma_r = \frac{\pi}{k^2}\sum(2l+1)(1-|\eta_l|^2).$$

σ_{sz} maximális, ha $\eta_l = -1 \quad \Rightarrow \quad \sigma^l_{sz} = \frac{4\pi}{k^2}(2l+1)$.
σ_r maximális, ha $\eta_l = 0$. Ekkor

$$\sigma^l_r = \frac{\pi}{k^2}(2l+1), \qquad \sigma^l_{sz} = \frac{\pi}{k^2}(2l+1).$$

Négyszögpotenciál neutronra $l = 0$ esetre

$$U_0 = A\sin Kr \qquad K^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(E+V_0)$$
$$f_0 = -KR\,\mathrm{ctg}KR = Re\ f_0 \qquad Im\ f(0) = 0$$
$$\Delta_0 = 0, \qquad P_0 = -KR, \qquad e^{2i\xi_l} = e^{-2ikr},$$

$\sigma^0_r = 0$
$\sigma^0_{be} = \frac{\pi}{k^2}\sum\left|1 - e^{2ikr} - \frac{2ikR}{-KR\,\mathrm{ctg}KR + iKR}\right|^2$.

Rezonancia:

$$Re\ f_0 = \Delta_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{ctg}\,KR = 0, \qquad KR = (n+1)\frac{\pi}{2}.$$

$$\sigma_{sz} = \frac{\pi}{k^2}|-e^{2ikR} - 1|^2 \sim \frac{4\pi}{k^2}.$$

Rezonanciától távol

$$\sigma_{sz} = \frac{\pi}{k^2}|1 - e^{2ikR}|^2 \sim 4\pi R^2.$$

$\lambda = \frac{1}{k} \ll R$
$D(kR)$ – a két rezonancia távolsága π
$\Rightarrow$ Rezonancia szélesség $\sim 1MeV$, távolság $\sim 10MeV$
A hasadás, reaktor és sugárvédelem Marx György könyvében található.

5.4. A béta bomlás elmélete

β bomlás során a magban egy neutron átalakul protonná.

$$A \rightarrow B + \overline{\nu} + e^-.$$

A β bomlás során bekövetkező átmenet valószínűsége

$$dw_{\beta\alpha} = \frac{2\pi}{\hbar}|\langle\beta|H_w|\alpha\rangle|^2\rho(E),$$

ahol ρ_E a végállapot energiasűrűsége. Ha a mag egy adott energiájú állapotba bomlik, a végállapot energiasűrűségéhez a $\overline{\nu}$-k és az e-k adnak járulékot.

$$\rho(E) = \frac{\Omega^2}{(2\pi\hbar)^6}\frac{d}{dE_{max}}\left[p_e^2 dp_e d\Omega_e \cdot p_\nu^2 dp_\nu d\Omega_\nu\right].$$

Legyen az elektron energiája E és E +dE között. Figyelembe véve, hogy a lehetséges maximális energia

$$E_{max} = E_e + E_{\overline{\nu}},$$

és hogy a neutrínó energiája

$$E_{\overline{\nu}} = p_{\overline{\nu}}c \quad \Longrightarrow \quad p^2_{\overline{\nu}} = \frac{E^2_{\overline{\nu}}}{c^2} = \frac{1}{c^2}(E_{max} - E_e)^2,$$

azaz

$$\frac{dp_{\overline{\nu}}}{E_{max}} = \frac{1}{c}\frac{dE_{\overline{\nu}}}{E_{max}} = \frac{1}{c} \qquad \rho(E) = \frac{d\Omega_e d\Omega_{\overline{\nu}}}{(2\pi\hbar)^6}\frac{1}{c}p_e^2 dp_e p_{\overline{\nu}}$$

Mindezek alapján az átmeneti valószínűség

$$dw_{\beta\alpha} \sim \left|\overline{\langle p_e\overline{\nu}|H_w|n\rangle}\right|^2 p_e^2(E_{max} - E_e)^2 dp_e$$

ahol az átlagolási jel a szögekre átlagolt mátrixelem. Ezt az összefüggést módosítja még a Colulumb kölcsönhatás:

$$\left(\frac{dw_{\beta\alpha}}{p_e^2 dp_e}\right)^{\frac{1}{2}} \sim |H_{\alpha\beta}|(E_{max} - E_e)$$

Curie ábra

Impulzusmomentum és paritás megmaradási okok miatt tiltott az átmenet, ha a mátrixelem zérus, illetve nagyon kicsi.

Fermi átmenet:

$$\pi_a = \pi_b \qquad \Delta I = 0 \qquad 0 \rightarrow 0$$

Gamow-Teller átmenet:

$$\pi_a = \pi_b \qquad \Delta I = 0, \pm 1 \qquad 0 \nrightarrow 0$$

$$\langle pe^- \overline{\nu} | H_{gy} | n \rangle$$

$$\langle B(p) | H_{gy} | A(n) \rangle$$

Kísérleti példák

$$\overline{|H_w|^2} \sim \frac{1}{ft_{\frac{1}{2}}} \qquad ft_{\frac{1}{2}} = ln2f\tau$$

				$t_{\frac{1}{2}}$	E_m	$ft_{\frac{1}{2}}$
n	$\rightarrow$	p	$\frac{1}{2}^+ \rightarrow \frac{1}{2}^+$	$10.6\,perc$	0.872	1100
^6He	$\rightarrow$	^6Li	$0^+ \rightarrow 1^+$	$0.813\,s$	3.5	810
^{14}O	$\rightarrow$	^{14}N	$0^+ \rightarrow 0^+$	$71.4\,s$	1.812	3100

$$H_w \sim 10^{-4}$$

$^7Be \rightarrow ^7Li$	$\frac{3}{2}^- \rightarrow \frac{3}{2}^+$	$\log ft = 3.85$	F, G, T
	$\frac{3}{2}^- \rightarrow \frac{1}{2}^-$	3.44	keverék
$^8Li \rightarrow ^8Be$	$2^+ \rightarrow 2^+$	$\log ft = 5.67$	
	$2^+ \rightarrow 0^+$	> 8	tiltott
$^{14}O \rightarrow ^{14}N$	$0^+ \rightarrow 0^+$		
	$0^+ \rightarrow 1^+$		megengedett

5.5. Atommagok elektromágneses átmenetei

Az atomok és molekulák átmenetei között végbemenő elektromágneses átmenetek egyedülálló, igen hatékony eszközt szolgáltattak ezen rendszerek kísérleti vizsgálatára. Noha az elektromágneses átmenetek tanulmányozása az atommagok esetében nem foglal el olyan kivételes helyzetet, mint az atomspektroszkópiában, mindazonáltal a magszerkezetre vonatkozó ismeretek rendkívül fontos forrása. Különlegesen fontos a γ sugárzás az atommag alacsonyan gerjesztett nívóinak tanulmányozásánál, ezek ugyanis csak γ bomlással tudnak bomlani és némelyek csak γ sugárzással gerjeszthetőek. Az elektromágneses átmenetek tanulmányozása révén szerzett ismeretek két részre oszthatóak. A kibocsátott γ sugarak szögeloszlása és az egymás után kibocsátott sugarak egymáshoz képesti szöge, azaz szögkorrelációja csak az átmenet multipól jellegétől és a szereplő nívók kvantumszámaitól függ, tehát geometriaként tekinthetjük. A sugárzásos befogás hatáskeresztmetszetének, illetve a sugárzás élettartamának mérése ezzel szemben a kölcsönhatási operátor mátrixelemének a négyzetétől függ, azaz ezek révén a gerjesztett állapotok hullámfüggvényére vonatkozóan szereztünk információt.

Az atommagok legalacsonyabb gerjesztett állapotai kötött vagy kvázistacionárius állapotok, tehát viszonylag keskeny, élesen elkülönülő nívók. Az állapotokat látszólag csak spinjük, paritásuk, energiájuk jellemzi, de az elektromágneses átmenetek tanulmányozásánál kiderül, hogy fontos az állapotok szerkezete is: hogyan keletkezett a gerjesztett állapot. A gerjesztések lehetnek egyrészecske ill. kollektív gerjesztések. Az egyrészecske gerjesztések elsősorban a magasabb gerjeszések esetén, $E > 5 - 6$ MeV-nél jelentősek: az atommag alacsonyan gerjesztett állapotai kollektív állapotok. Ezeknek a kollektív gerjesztéseknek az energiája $\frac{1}{2} - 1$ MeV nagyságrendű gömbszimmetrikus magok közelében, és 100 keV alá csökken deformált magoknál.

Páros-páros magoknál kétféle paritású állapotot figyeltek meg: a vibrációs és rotációs gerjesztéseket. A vibrációs gerjesztések nívói $0^+, 2^+, 4^+$ nívók stb. és a második nívó gerjesztési energiája majdnem kétszer akkora, mint az első nívóé. A vibrációs nívók harmonikus oszcillátor típusú gerjesztések, ahol minden oszcillátor kvantum ugyanannyi energiával rendelkezik. A másik típus a rotációs nívók csoportja, ezek energiája I(I+1)-gyel arányos. Az első típus gömbszimmetrikus magoknál domináló, a második a deformált magoknál. A kísérletek bizonysága szerint a kollektív nívók kollektív nívóba, egyrészecske nívók egyrészecske nívókba bomlanak szívesebben, ilyenkor ugyanis a mag szerkezete nem változik.

Egy gerjesztett atommag egy oszcilláló töltés, az pedig az elektrodinamikából ismert módon sugározni képes. A töltött rendszer és az elektromágneses tér között a kölcsönhatási energia:

$$H_1 = -\int [\frac{1}{c}\mathbf{jA} + \mathbf{MH}] d^3\mathbf{r},$$

ahol $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ az elektromágneses vektorpotenciál, $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ a mágneses térerősség, $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ a nukleonok által keltett áram, $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ a nukleonok mágneses momentuma. A fenti kölcsönhatás miatt az 1 sec alatt bekövetkezett sugárzási valószínűséget, T-t a sugárzás impulzusmomentuma és paritása szerint sorbafejthetjük. Ha T paritása $(-1)^l$, a sugárzst elektromos multipólusnak nevezzük, ha a paritás $(-1)^{l+1}$-nel arányos, a sugárzás mágneses multipólus. A sorfejtésből mindig csak az első el nem tűnő tagot kell megtartani, mert az egyes multipólusok erősen csökkenő sorozatot alkotnak. A foton impulzusmomentuma 1, így a foton legalább 1-es impulzusmomentumot elvisz. Az l=1 sugárzást dipól, az l=2 sugárzás kvadrupól, stb. sugárzásnak szokás nevezni. Minél kisebb két állapot impulzusmomentumának a különbsége, annál valószínűbb a sugárzás.

Az elektromágneses sugárzások esetén fenn kell állni az impulzusmomentum és a paritás megmaradási szabályoknak. Ha a kezdeti állapot impulzusmomentuma I_a, a végállapoté I_b, a multipólsugárzásé l, akkor

$$\mathbf{I}_a = \mathbf{I}_b + \mathbf{l},$$

$$|I_a - I_b| \leq l \leq I_a + I_b,$$

$$M_a - M_b = m,$$

ahol M-ek az impulzusmomentumok harmadik komponensének sajátértékei.
Mivel $l = 0$ sugárzás nincs, az $I_a = 0 \rightarrow I_b = 0$ átmenetek szigorúan tiltottak. A paritás megmaradási törvények szerint $\pi_a = \pi_b$ esetén páros, $\pi_a = -\pi_b$ esetén páratlan paritású sugárzás a megengedett.

A következő táblázatban fel vannak tüntetve a kezdeti és végállapot impulzusmomentum ill. paritáskülönbségei mellett a lehetséges multipól sugŕzások.

A kölcsönhatás miatt átmenet keletkezik (T), sorbafejthetjük a sugárzás paritása és impulzusmomentuma szerint.
Ha T_l paritása $\sim (-1)^l$, akkor elektromos multipól sugárzásról, ha $(-1)^{l+1}$, akkor mágneses multipól sugárzásról beszélünk.

ΔJ	$\pi_a \pi_b$	Multipól
$0 \rightarrow 0$	± 1	tiltott
$\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}$	$+1$	$M1$
$\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}$	-1	$E1$
0	$+1$	$M1, E2$
0	-1	$E1, M2$
1	$+1$	$M1, E2$
1	-1	$E1, M2$
2	$+1$	$E2, M3$
3	-1	$M3, E4$

Egy adott l-ű elektron multipó sugárzás kb. egy nagyságrenddel erősebb, mint az ugyanolyan mágneses multipól sugárzás.
Mint látható, a $0 \rightarrow 0$ átmenetek tiltottak. Ilyen átmenetek helyett a mag belső konverzióval vagy

belső párkeltéssel veszítheti el az energiáját.

A=185 magra számolt átmenet erősségek:

	E	$l=1$	$l=2$	$l=3$	$l=4$	$l=5$
	keV	sec	sec	sec	sec	sec
El	150	$8\cdot10^{-15}$	$8\cdot10^{-1}$	10^{-4}	$2\cdot10^{-1}$	$3\cdot10^{6}$
M	150	$3\cdot10^{-11}$				$2\cdot10^{8}$
El	900	$3\cdot10^{-17}$				$3\cdot10^{-1}$
M	900	10^{-13}				8

5.6. Maghasadás

Az atommagok kötési energiáját, mint láttuk, a félempirikus kötési energiaképlet elég jól megadja. Az egy részecskére eső kötési energia a vas körüli elemek tartományában maximális, -8,6 MeV körüli érték. Könnyebb elemek esetén túl nagy a mag felülete a térfogatához képest, így a nagy pozitív felületi energia csökkenti a kötést, nehéz elemeknél a protonszámmal arányosan növekvő Coulomb taszítás jut egyre nagyobb szerephez. Energetikai okokból azt várhatjuk, hogy a könnyű magok középnehéz magokká egyesülnek, a nehéz magok könnyebbekké válnak szét. Mindkét folyamatban energia szabadul fel. Az első folyamatot fúziónak nevezik, a másodikat hasadásnak. Mindkét folyamat energiatermelésre alkalmazható, de földi viszonyban az energiatermelést csak a hasadás esetén sikerült elérni a reaktorokban. Fúziós reaktorok csak a csillagokban működnek.

Két könnyü elem fúziója általában nem következhet be magától, ugyanis az atommagok pozitív töltése miatt fellépő Coulomb taszítás miatt nem kerülnek olyan közel egymáshoz, hogy a vonzó magerők érvényesülhessenek. Ugyanakkor a nehéz elemek elhasadását is akadályozza a Coulomb potenciál. Két nehéz elem csak akkor tud szétválni egymástól, ha a Coulomb gáton keresztüljutnak. A klasszikus Coulomb gát urán körüli elemeknél 200 MeV körül van, ilyen nagyságrendű energiával kell a hasadási töredék magoknak, másszóval fragmenseknek rendelkezniük. Mivel nehéz elemeknél a Coulomb gát vastag, alagút effektussal is csak ilyen nagyságrendű energiák révén hasadhat jelentős mértékben a mag. Ilyen nagyságrendű gerjesztések nincsenek a magban, a fenti energetikai meggondolás valahol hibás. Ahhoz, hogy megállapíthassuk, hol hibás, részletesebben meg kell vizsgálnunk a hasadás mechanizmusát.

5.6.1. A hasadás kísérleti leírása

1934-ben Fermi és munkatársai megkezdték a deuteron besugárzás révén kapott új elemek ill. új izotópok vizsgálatát. Az az elképzelés merült fel, hogy a legnehezebb elemeket (Th, Pa, U) neutronokkal besugározva azok β-bomlanak és így új transzurán elemek hozhatók létre. Uránmagot neutronnal besugározva négy bétaaktív radioizotópot találtak. Három ezek közül a 234, 235 és 238-as urán izotóphoz tartozott, de a negyedikről nem tudták megállapítani, mi lehet. Hahn és Strassmann elkezdték ezt az aktivitást vizsgálni és megállapították, hogy nem lehet az urán szokásos hordozó anyagából, a báriumtól elválasztani. Számos ellenőrző kémiai kísérletsorozat után Hahn arra a meggondolásra jutott, hogy neutronnal besugározva az 56-os rendszámú bárium egy radioaktív izotópja keletkezik.

Meitner és Frisch a szenzációs jelenség magyarázatára a következő elképzelést vetették fel: a neutront befogó gerjesztett uránmag a gerjesztés hatására oszcillálni kezd, középen elvékonyul és elhasad. A hasadási termékek két durván egyforma nagyságú töredék mag és esetleg neutronok, elektronok stb. A hasadás során kiszámolható a felszabaduló energia, ami egy mag esetén $\sim$ 200 MeV. A hasadási termékek, amint azt Frisch kísérletileg is igazolta, nagy hatótávolsággal rendelkeznek. A két termék általában nem egyforma, egy nagyobb és egy kisebb termék keletkezik 100 ill. 60 MeV átlagos energiával.

A hasadás végbemenése során három fázist célszerű megkülönbözteni; Az első fázisban az A_0, Z_0 közbenső mag két nagy, A_1, Z_1 ill. A_2, Z_2 magra esik szét. Az urán jóval neutrondúsabb mag, mint a hasadáskor keletkezett töredék magok, ezért a hasadás után mintegy 10^{-15} s-on belül neutron (és esetleg α-rész) lép ki a magból, amit fotonok kilépése követ, egy A_3, Z_3 ill. A_4, Z_4 magot hagyva hátra: Ha ezeknek a magoknak a félélettartama elég nagy, radiokémiai módszerekkel észlelhetőek.

Mag	Neutronszám
^{230}Th	1.24 ± 0.15
^{230}U	2.30 ± 0.20
^{240}Pu	2.23 ± 0.05
^{254}Cf	3.90 ± 0.14
^{254}Fm	4.05 ± 0.19

5.1. táblázat. Atommagok hasadásánál kilépő átlagos neutronszám

Céltárgymag	X	E_h	S_n	ε_n
^{230}Th	0.750	4.8	6.4	0
^{232}Th	0.732	6.4	5.2	1.2
^{235}U	0.750	4.8	6.4	0
^{238}U	0.740	5.9	5.1	0.3
^{238}Np	0.754	4.3	6.4	0
^{238}Pn	0.775	3.5	5.5	0
^{256}Mv	0.8	2.5	5.5	0

5.2. táblázat.
Nehéz magok hasadási energiája (E_h), szeparációs energiája (S_n) és a bombázó neutronok hasadásához szükséges kinetikus energiája

Ezekután a neutronban gazdag magok β-bomlások során A_5, Z_5 ill. A_6, Z_6 végállapotokba mennek át. Még a β-bomlások közben vagy utána is előfordul néha, hogy újra neutronok lépnek ki a magból. Ezek a β-bomlás lassú volta miatt jóval később lépnek ki, mint a hasadás elején kilépő neutronok, néha egy egész perccel később. Ezeket a neutronokat késleltetett neutronoknak szokás nevezni. A hasadásokra jellemző és a későbbiek szempontjából fontos adat a hasadás során átlagosan kilépő neutronok száma. Az 5.1 táblázatban feltüntettük néhány elemnél a spontán hasadás esetén átlagosan kilépő neutronok számát.

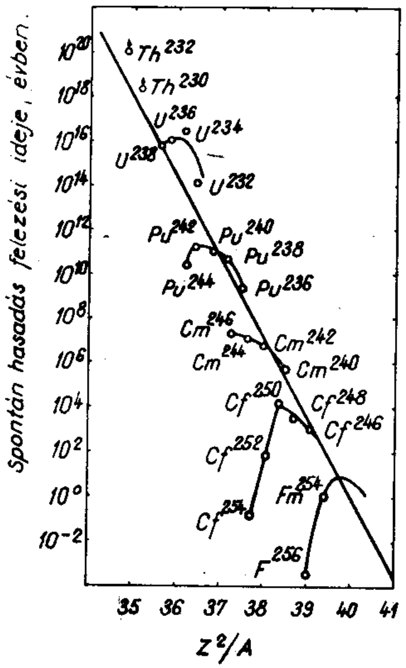
Külön szoktunk beszélni spontán és gerjesztett hasadásról. Ha a hasadási energia kicsi, a hasadás alagúteffektussal magától is bekövetkezik véges idő alatt. Az 5.1 ábrán a spontán hasadás félélettartama van feltüntetve különböző magokra. A 256-nál nagyobb tömegszámú magok már rendkívül könnyen hasadnak. Könnyebb magok, mint a ^{240}Pu transzurán elem spontán hasadással viszonylag lassan bomlik, de a félélettartama sokkal rövidebb az ábrán látható értéknél, ugyanis a bomlása elsősorban α-rész kibocsátással történik.

Stabil elemek és még az első transzurán elemek esetén is a hasadás elsősorban mesterségesen következik be, a magot valamilyen módon gerjesztjük. A hasadási energiát legkönnyebben a (γ,f) (f itt a hasadást jelenti) reakció hatáskeresztmetszetének vizsgálatával kapjuk meg, ha a γ beeső fotonok energiáját folytonosan változtatjuk. Az 5.2 ábrán négy magra feltüntettük a (d,pf) és (d,f) hatáskeresztmetszetek viszonyát a gerjesztési energia függvényében. Mivel hasadást általában termikus neutronokkal szokás előidézni, a közbenső rendszer energiáját átszámoltuk neutronokkal előidézett reakciók esetére és a hatáskeresztmetszeteket a megfelelő beeső neutron energiájának függvényében ábrázoltuk. Neutronokkal előidézett reakciók esetén a hasadási energia

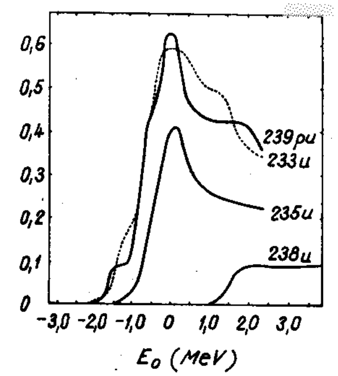
$$E_h = S_n + \varepsilon_n$$

ahol S_n a neutron szeparációs energiája, ε_n a kinetikus energiája.
Az 5.2 táblázatban néhány nehéz magra feltüntettük x, E_h, S_n és ε_n értékét, az 5.3 táblázatatban pedig a termikus neutronokkal előidézett hasadási keresztmetszetek értéke van feltüntetve néhány magra. A hatáskeresztmetszeteket csak elég bizonytalanul ismerjük.

Megvizsgálták a lassú neutronokkal létrehozott hasadások keresztmetszetét a beeső neutronenergia függvényében. Néhány tized elektronvoltig a keresztmetszet az $\frac{1}{\sqrt{E}}$ törvény szerint változik, majd néhány éles rezonanciacsúcs észlelhető. Az 5.3 ábrán az ^{235}U teljes ill. hasadási keresztmetszete látható $E < 5\,eV$ beeső neutronenergiák esetén. A hatáskeresztmetszetekből világos, hogy a hasadás közbenső mag képződése révén végbemenő folyamat, a rezonanciák a közbenső mag nívóinak felelnek meg. Az 5.4 táblázatban feltüntettük ^{235}U esetére a rezonanciaenergiák értékeit, a



5.1. ábra. Spontán hasadás felezési ideje $\frac{Z^2}{A}$ függvényében. Az ábra féllogaritmikus



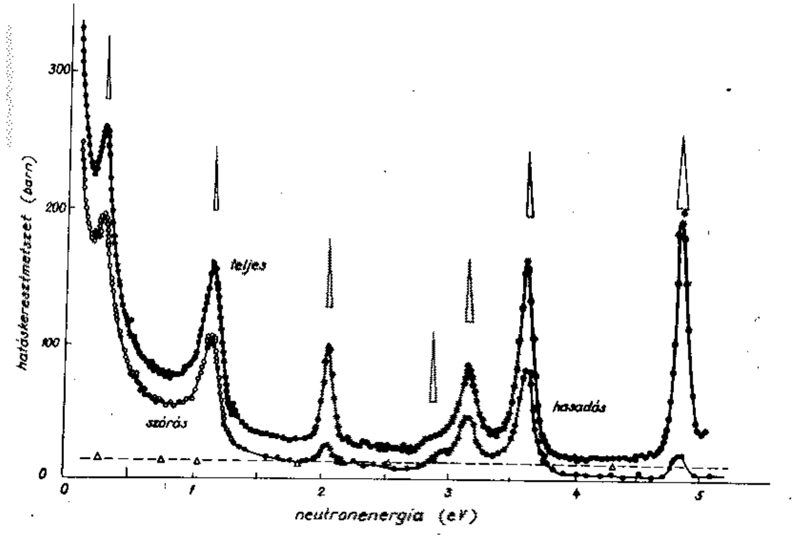
5.2. ábra. A (d,pf) és (d,p) hatáskeresztmetszetek viszonya a neutronenergiának a függvényében

Atommag	σ_f (barn)	$\frac{\sigma_f}{\sigma_{abs}}$
^{233}U	518 ± 4	
	530 ± 8	0.90
	556 ± 6	
^{235}U	576 ± 15	
	542 ± 4	0.84
	590 ± 6	
	623 ± 14	
^{239}Pu	779 ± 5	0.7
^{241}Pu	1055 ± 8	0.8
^{243}Am	6390 ± 100	0.75

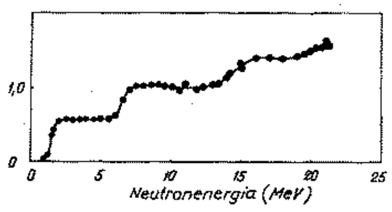
5.3. táblázat. Nehéz magok hasadási keresztmetszetei

$E_0(eV)$	$\Gamma_\gamma \cdot 10^{-3}\ eV$	$\Gamma_h \cdot 10^{-3}\ eV$
0.29 ± 0.005	34 ± 7	105 ± 5
1.13 ± 0.01	30 ± 10	120 ± 15
2.04 ± 0.03	30 ± 6	14 ± 3
2.82 ± 0.05		70 ± 45
3.14 ± 0.02		135 ± 25
3.61 ± 0.02		65 ± 10
4.84 ± 0.02		20 ± 10

5.4. táblázat. ^{235}U rezonancia energiái és a szélességei (γ-bomlás ill. hasadás)



5.3. ábra.
A teljes hasadási és szórás hatáskeresztmetszet változása a 0.1-5 eV-os neutronenergia-tartományban ^{235}U esetére.



5.4. ábra.
^{238}U hasadási keresztmetszetének menete a bombázó neutronok energiájának a függvényében.

Γ_γ sugárzási és a Γ_h hasadási szélességeket. Γ_γ nagyjából azonos a különböző nívók esetén, míg a hasadási szélesség erősen fluktuál. Γ_h átlagos értéke 0,1 eV körül van.

Az 5.4 ábrán az ^{238}U-nak gyors neutronokkal végzett hasadási keresztmetszete látható. A görbe jellegzetes, más magoknál is ilyen típusúnak adódik. 2 és 6.5 MeV beesési energia között a hasadási keresztmetszet gyakorlatilag állandó. A 6.5 MeV-nél kezdődő emelkedés annak tudható be, hogy (n,n'f) folyamat is létrejöhet, míg 14 MeV-nél az (n,2nf) folyamat küszöbenergiája van.

5.6.2. Hasadási termékek

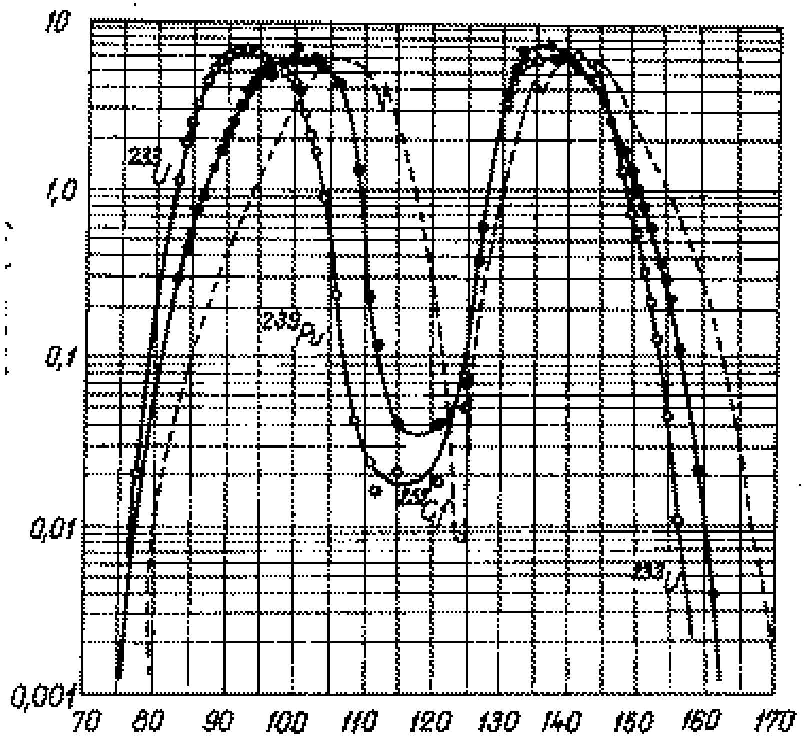
A hasadások nagyon kis százalékában a mag közel három egyforma részre oszlik, vagy két részre, és egy α rész is kilép. Ezek a folyamatok azonban nagyon ritkán, 10^{-4} valószínűséggel fordulnak elő, így a továbbiakban csak a két részre hasadással foglalkozunk.
Az előbbiek szerint a hasadási termékek tömegének eloszlása nem egyforma. Az 5.5 ábrán nehéz magoknak lassú neutronokkal kiváltott hasadásánál, ill. spontán hasadásánál a tömegeloszlást ábrázoltuk. A két egyenlő részre való hasadás nehéz magoknál láthatóan nagyon valószínűtlen. A csúcsok helye nehéz magoknál nagyjából azonos helyre esik, főleg a nehéz mag csúcs azonos minden magnál, a könnyű mag csúcs a tömegszám csökkenésének megfelelően kissé eltólódik.

A tóriumnál könnyebb magok esetén a tömegeloszlás formája megváltozik, egyre nagyobb valószínűséggel lép fel szimmetrikus hasádás. Az 5.6 ábra a ^{226}Ra hasadási termékeinek tömegeloszlását mutatja. A szimmetrikus és antiszimmetrikus hasadás körülbelül egyformán valószínű. Úgyszintén nő a szimmetrikus hasadás valószínüsége nehezebb magokra is, ha nő a beeső bombázó részecske energiája.

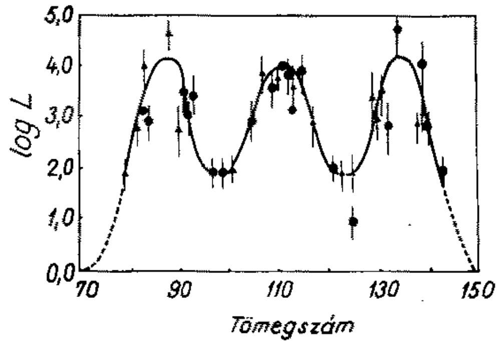
A hasadási termékek tömegeloszlását először a statisztikus modellel próbálták magyarázni. A statisztikus modell szerint a hasadó magban termikus egyensúly áll elő és a rendszer végállapotainak valószínűségét, azaz azt, hogy melyik végállapot milyen valószínűséggel valósul meg, a két végmag nívósűrűségének a szorzata határozza meg. A legvalószínűbb az a hasadási mód, amelyiknél a hasadási termékek nívósűrűségeinek a szorzata a legnagyobb. A statisztikus modell durván meghatározza a hasadási termékek tömegeloszlását, de természetesen a héjszerkezet, ill. a párenergia hatását sem szabad figyelmen kívül hagyni.

A hasadási termékek tölteseloszlását is célszerű meghatározni, ez azonban kísérletileg sokkal nehezebb feladat. A hasadás után a keletkezett termékek nagyon neutrondúsak, hiszen egy nehéz magban sokkal nagyobb a neutronfelesleg, mint könnyű magokban, így a hasadást követően β-bomlások következnek be. A β-bomlások a legtöbb esetben olyan gyorsak, hogy nem sikerül regisztrálni őket. Úgy tűnik, hogy elég jó eredményeket ad az a feltevés, hogy a végmagok protonhiánya a stabil izobárok töltéséhez képest egyforma a két mag esetében.

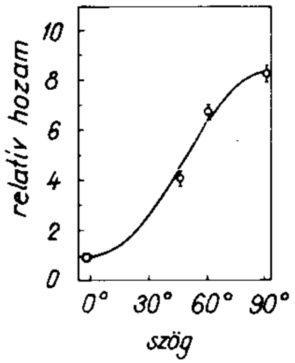
A kísérletek szerint a hasadásnál kilépő részek szögeloszlása függ attól, hogy a hasadás milyen módon gerjesztődött. Fotohasadásnál, azaz fotonok által előidézett hasadásnál azt tapasztalták, hogy a hasadási termékek a hasadást előidéző részecske irányához képest anizotrópan repülnek szét. Páros-páros céltárgy mag esetén a hasadási termékek a bejövő nyalábhoz képest 90^o-ban repülnek szét. Az anizotrópia csökken a foton energiájával. Az 5.7 ábrán 7 MeV-es fotonokkal keltett hasadás hasadási termékeinek anizotrópiáját mutatjuk be ^{232}Th esetére. Páratlan tömegszámú céltárgy mag esetén anizotrópiát nem észleltek. Az anizotrópia oka a páros-páros magok nívószerkezetében keresendő. Ha a gerjesztési energia csak kevéssé haladja meg a hasadáshoz szükséges



5.5. ábra.
A hasadási termékek tömegének eloszlása lassú neutronokkal való bombázással ^{233}U és ^{239}Pu esetében, továbbá ^{252}Cf spontán hasadásánál



5.6. ábra. A hasadási termékek tömegeloszlása ^{226}Ra esetében



5.7. ábra. ^{232}Th hasadási termékeinek szögeloszlása a γ fotonok irányához képest.

energiát, a deformáció során a magnak kevés felesleges energiája van. Páros-páros magok szuperfolyékonyak, ezért egyes részecskék csak akkor tudnak gerjesztődni, ha egy pár szétcsatolásánál nagyobb energia áll a mag rendelkezésére. Ha a fennmaradó gerjesztési energia ennél az értéknél kisebb, kollektív nívók gerjesztődnek. Ezek között van 1^- nívó is, tehát páratlan paritású és egyes impulzusmomentumú. Mivel a fotonabszorpció az elektromos dipól átmenetnél a legnagyobb, a gerjesztett mag 1^- állapotba kerül a foton elnyelése után. Mivel a foton impulzusmomentuma a haladás irányába esik, az 1-es impulzusmomentumállapotú mag beállása is ebbe az irányba lesz. Páros-páros magok kollektív gerjesztésénél az impulzusmomentum iránya és a deformác ió szimmetriatengelye merőlegesek egymásra. Mivel a kijövő részek a mag szimmetriatengelyéhez képest lépnek ki izotrópan, a beeső foton irányához képest a kilépés anizotróp lesz. Ha a foton energiája nagyobb, nem csak kollektív, hanem egyre több egyrészecske 1^- állapot is gerjesztődhet, ezekben az impulzusmomentum iránya és a deformáció szimmetriatengelye nem merőleges egymásra, hanem a legkülönbözőbb irányúak lehetnek, kiátlagolva a szögeloszlás izotróp lesz. Úgyszintén fennáll az izotrópia páratlan magok esetén, mivel ott már kis energián is gerjesztődhetnek egyrészecske nívók.

Gyors neutronokkal vagy töltött részecskékkel bombázva az atommag impulzusmomentuma nagyjából a részecskék beesési irányára merőleges. Másrészt a mag szimmetriatengelye is merőleges az impulzusmomentumra, így a szimmetriatengely a beesés irányába mutat, a részecskék kilépése ebbe az irányba lesz.

5.7. Hasadási energia meghatározása héjmodellből

Az atommag energiájának Weizsäcker félempirikus formulájában nincs figyelembe véve sem a héjszerkezet ill. a párenergia, sem a deformáció. Ez utóbbi az előbbiből következik: héjszerkezet nélkül a legmélyebb energiájú magalak mindig a gömbszimmetrikus.

A héjszerkezet hatásának figyelembevétele nem túl egyszerű dolog. Elvileg meg lehet azt csinálni, hogy a Hartree-Fock számításokhoz hasonló számolásokat végzünk deformált magokra is, azaz a $\langle\psi|H|\psi\rangle$ hullámfüggvényt minimalizáljuk az egyrészecske hullámfüggvények szerint, ahol H a mag teljes Hamilton operátora, és ψ a teljes hullámfüggvény, de az csak az egyensúlyi deformált állapotot szolgáltatja. Ahhoz, hogy hasadási deformációkra megkapjuk a mag hullámfüggvényét, mellékfeltételként meg kell még adni a magasabb momentumok értékét is. Ilyen módon a hullámfüggvényeket a deformációs paraméterek függvényében kapjuk meg. Mivel azonban deformált magoknál a nívók nem degeneráltak és minden hullámfüggvény radiális része is különbözik, a deformált Hartree-Fock számítás plutóniumra pl. 240x240 csatolt differenciálegyenlet megoldását jelenti, ami nehézségekbe ütközik. Éppen azért a szelf-konzisztens Hartree-Fock egyenletek helyett hasadásnál egy Saxon-Woods potenciálban szokták az egyrészecske hullámfüggvényeket megoldani. Ha azonban a Saxon-Woods egyrészecske energiákkal határozzák meg a mag energiáját, az

$$E = \frac{1}{2}\sum_i (t_i + e_i)$$

Hartree-Fock összefüggés használata már nem jogosult. (E a mag teljes energiája, e_i az egyrészecske energiák értéke és t_i az egyrészecske kinetikus energia.) Ez csak szelf-konzisztens számolások esetén érvényes. Meg lehet természetesen azt is csinálni, hogy a Saxon-Woods egyrészecske hullámfüggvények antiszimmetrikus szorzatát képezve az így kapott teljes hullámfüggvénnyel képezzük H várható értékét egyszer deformált, egyszer gömbszimmetrikus esetre, és a kettő különbsége a hasadási energia.

$$E_h = \langle\psi_{kritdef}|H|\psi_{kritdef}\rangle - \langle\psi_{alap}|H|\psi_{alap}\rangle$$

A számolások azonban rendkívül hosszadalmasak és nehézkesek és nem várhatjuk, hogy elég pontosak, hiszen a Saxon Woods hullámfüggvények csak közelítőleg érvényesek, egyáltalán nem a valódi hullámfüggvények, és nem tudjuk, milyen jó ez a közelítés.

Ezt a problémát elkerülendő Strutinszky és munkatársai egy új módszert találtak ki. A deformált folyadékcsepp, mint láttuk, elsőrendben jól leírja a deformációt, csak a héjszerkezetet kell figyelembe venni valami módon. Egy Saxon-Woods potenciálvölgyben meghatározta az egy részecske energiákat, és a mag teljes energiáját mint a

$$E = E_{csm} + \Delta E_{héj} + \Delta E_{pár}$$

kifelyezést írta fel, ahol $\Delta E_{héj}$ és $\Delta E_{pár}$ a

$$\Delta E_{héj} = \sum_i e_i - \overline{\sum_i e_i}$$

$$\Delta E_{pár} = E_{pár} - \overline{E_{pár}}$$

összefüggésekkel van meghatározva. $\Delta E_{héj}$ a héjkorrekció, $\Delta E_{pár}$ a párenergia miatti korrekció. A fentiek felírásához a következő alapgondolat vezet: a cseppmodell energia az átlag energiaértékeket tartalmazza, tehát csak az ehhez képest fellépő korrekciókat kell figyelembe vennünk, amik egészben véve kis számértékek. Az

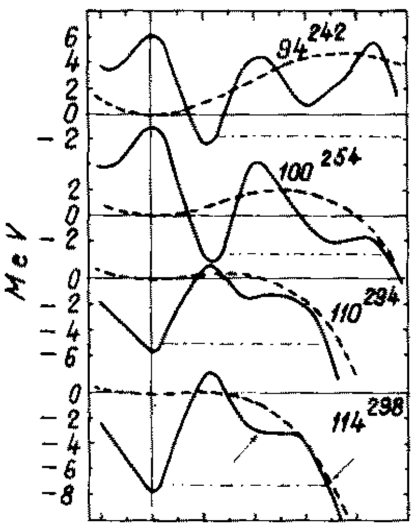
$$E = \sum_i e_i + E_{pár}$$

kifejezés nagyon pontatlanul határozza meg az energiát, egyáltalán nem várhatjuk, hogy a hasadási energia értékének meghatározásánál jó számértéket kapunk. A kis számértékű korrekciók meghatározására azonban jó lehet ez az eljárás is. Mivel az átlagértéket jól megkapjuk a cseppmodell számításokból, vonjuk le a fenti E-ből az átlagértékét és adjuk hozzá a cseppmodell átlagértéket. Az eredmények csakugyan rendkívül jól megegyeztek a tapasztalattal. Az 5.8 ábrán az ε deformáció függvényében (a magasabb rendű deformációkra minimalizáltunk) fel van tüntetve a mag energiája. Az első minimum az alapállapot deformációjának felel meg. Valamennyi magnál látható egy második minimum is a hasadás előtt. Jól látható, hogy a második minimum a héjszerkezet következménye, a cseppmodell (szaggatott vonal az ábrán) nem ad ilyen minimumot. Nehéz magokra (transzurán magok) a második minimum után fellépő maximum alacsony és keskeny.

A két maximumos hasadási gát létét az utóbbi évek kísérleti eredményei igazolták. Ezek közül a legfontosabb a spontán hasadó izomérek felfedezése volt. Ezek az izomér állapotok inkább hasadással bomlanak, mint γ bomlással. Az első ilyen izomér, amit felfedeztek a ^{242}Cm izomér állapota, 14 ms felezési idővel hasadt. A jelenség magyarázata a második minimum fellépte. Az izomér állapot ezen második minimumban van, a hasadás abból az állapotból jóval könnyebb, mint az alapállapotból.

5.8. Az atomenergia felhasználása

A hasadás magfizikai jelenség, egy magfizikus számára a hasadás a gerjesztett atommag egy lehetséges bomlásformája. A hasadás szerepe egyáltalán nem kitüntetett. A gyakorlati élet szempontjából azonban a hasadás túlnőtt a magfizika keretein, s hasadás során felszabaduló hatalmas energiamennyiség miatt. Már minden országban atomenergia bizottságok vannak, és a hasadásnál



5.8. ábra.
A potenciális energia ε függvényében különböző magokra. A szaggatott vonal a cseppmodell számítások eredménye, a folytonos vonal a hélyszerkezetet is magába foglalja.

felszabaduló energia hasznosítása országos gazdasági feladattá vált. Éppen ezért indokolt az atomenergia hasznosításának elvi és gyakorlati problémáiról külön beszélni.

5.8.1. Neutron kilépés hasadáskor

Mint már említettük, a hasadó magok lényegesen neutrondúsabbak, mint a hasadási termékek. A neutronfeleslegüket a magok részben β-bomlással, részben neutron kilépés révén vesztik el. A neutronok egy része a hasadás pillanatában kilép a magból, más részük viszont csak a magfizikai bomlásidőkhöz képest jóval később, másodpercek sőt esetleg percek múlva lép ki: Ezeket a neutronokat nevezzük késleltetett neutronoknak. A késleltetett neutronok nyilván nem közönséges magreakcióknál megszokott bomlás során lépnek ki, hiszen ezeknek az időtartama $10^{-16} - 10^{-22}$ sec lenne. A késleltetett neutronok kiléptének magyarázata a következő: a hasadás utáni végtermékek nem kötött neutronjaikat azonnal elvesztik neutronkilépés révén. A maradék magok még neutrondúsak lehetnek, de neutronkilépés már nem következik be, mert minden neutron kötött. Ezek a magok (β-bomlással más magokba alakulnak át. Előfordulhat, hogy a keletkezett új mag nem stabilis neutronkilépéssel szemben: ilyenkor neutronok lépnek ki a magból. Természetesen ez a neutronkilépés csak a β-bomlás után következhet be, így a hasadáshoz képest késleltetett. Az azonnali kilépő neutronok energiája néhány MeV körül van, hasadásonként átlagosan 2, 5 neutron lép ki. A késleltetett neutronok energiája keV nagyságrendű, ^{235}U esetén átlagosan 0.018 lép ki magonként.

Ha egy hasadó mag neutronokkal ütközik, a neutront befogja és bizonyos valószínűséggel elhasad. Egy hasadás során 200 MeV energia szabadul fel, nagyrészt a hasadási termékek kinetikus energiája formájában. A hasadási termékek ütköznek az őket körülvevő anyagban, az ütközés során lelassulnak és kinetikus energiájuk hővé alakul. A felszabaduló energia tehát hőenergiává alakult át.

A hasadás során neutronok lépnek ki a magból, amely neutronok egy része további hasadást indukálhat az őket körülvevő hasadó anyagban. Ha egy, vagy egynél több neutron keltett újra hasadást, a hasadás önfenntartó lesz, láncreakció következik be. Ha átlagosan egyy neutron kelt

Céltárgy mag	σ_f(barn)	σ_γ(barn)	γ	η
^{233}U	524	69	2.51	2.29
^{235}U	590	108	2.47	2.08
Természetes urán	–	–	2.47	1.33
^{239}Pu	729	300	2.91	2.08

5.5. táblázat. Hasadási anyagok jellemzői termikus neutronokkal bombázva

újabb hasadást, a felszabaduló energia állandó, ez a helyzet a reaktorokban. Ha egynél több neutron kelt újabb hasadást, a felszabaduló energia exponenciálisan növekszik: ez az atombomba.

Nézzük meg, mi a valószínűsége annak, hogy egy a hasadás során kilépett neutron újabb hasadást idéz elő. A kilépő neutronokkal a következők történhetnek:

1. Kilépnek a hasadó anyag felületén
2. A hasadó anyag között jelenlevő nem hasadó anyagban fogódnak be
3. Hasadó anyagban fogódnak be, de nem idéznek elő hasadást
4. Hasadás következik be.

A neutron veszteséget csökkenthetjük, ha tiszta hasadó anyagot alkalmazunk, amiben minimális a szennyezettség, csak olyan szennyezőanyag van jelen, ami nem nagyon fog be neutronokat, továbbá ha nagy hasadó tömböket veszünk, azaz a felületet csökkentjük a térfogathoz képest.

Legyen N azoknak a gyors neutronoknak a száma, amelyek hasadás során elnyelődnek a hasadó magokban. A magok bomolhatnak hasadással, rugalmas neutron szórással vagy β-bomlással. A rugalmas neutronszórás ezekben az esetekben elhanyagolható és a teljes keresztmetszet

$$\sigma = \sigma_f + \sigma_\gamma$$

A hasadó magok száma ezek szerint

$$\eta = \frac{N\sigma_f}{\sigma}$$

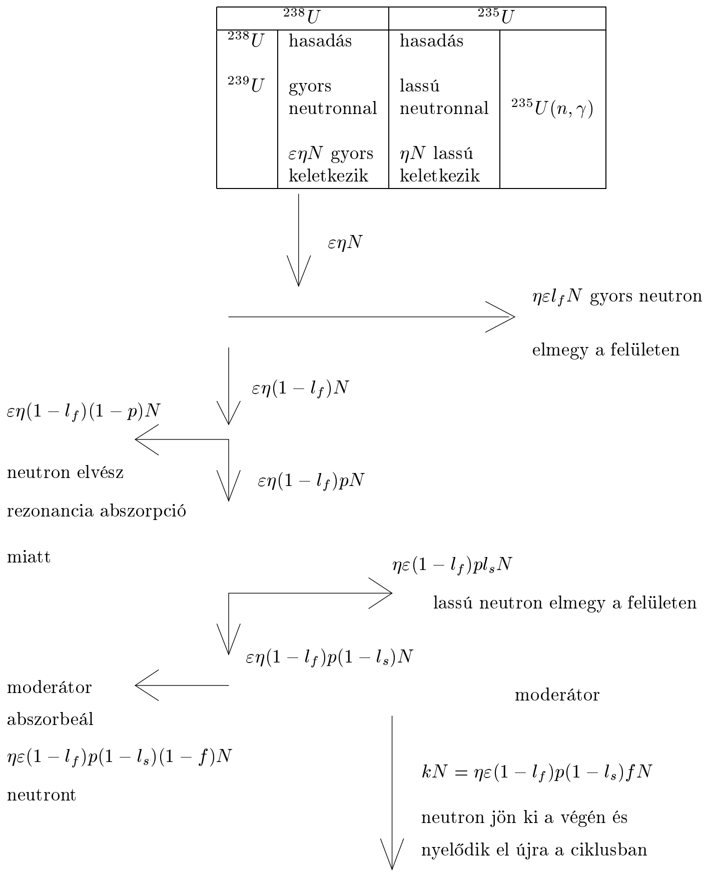
Az 5.5 táblázatban fel van tüntetve néhány magra a hasadás során kilépő neutronok száma (r) egy tiszta végtelen anyagban az újra hasadó magok száma (η) és a σ_f ill. σ_γ hatáskeresztmetszetek értéke.

5.8.2. Hasadó reaktorok

Hasadó reaktorok a természetben megtalálható legjobban hasadó anyag, az uránium segítségével működnek. Az uránnak két izotópja van, az ^{235}U és a ^{238}U. Ezek közül az ^{235}U hasad jobban, kisebb a hasadási energiája, ugyanis ennél nágyobb a $\frac{Z^2}{A}$ érték. Az ^{235}U-nek természetesen a spontán hasadási félélettartama is rövidebb, azért a természetben kisebb mértékben található: a természetes urán kőzetnek csak mintegy 7 %-a ^{235}U. A reaktorban elsősorban ^{238}U van. Az ^{238}U-ban a hasadási keresztmetszet 1 MeV-nél lassabb neutronok esetén elhanyagolható, de 5 és 100 eV-os neutron energiánál rezonanciák vannak, ahol az (n,γ) hatáskeresztmetszet nagyon nagy. Ez az oka annak, hogy a természetes urán nem hasad el: ha elég nagy a tömb ^{235}-ben egyetlen neutron is elindíthatná a hasadást, de az ^{235}U hasadási keresztmetszete csak termikus neutronokra nagy, ha pedig a neutronok lelassulnak, az ^{238}U elnyeli őket. Éppen ezért a természetes uránban csak úgy következhet be a hasadás, ha a neutronok lelassítása az urántömbön kívül történik.

A reaktorok működésének első követelménye, hogy az előző pontban említett η faktor egynél nagyobb legyen. ^{235}U-re $\eta = 2.08$, természetes uránra $\eta = 1.33$. Ez az egy elnyelt lassú neutronra eső keletkezett gyors neutronok száma. A keletkezett gyors neutronokat ezután le kell lassítani a hasadó anyagon kívül. Emiatt egy hasadó uránreaktor lassító anyagba behelyezett uránrudakból áll. A lassító anyag neutron befogási keresztmetszete kicsi kell hogy legyen, ilyen anyag például a grafit, vagy a deuteron.

A neutronciklus sematikusan az 5.9 ábrán látható.



5.9. ábra. Neutron ciklus természetes urán reaktorban

A termikus neutron elnyelődik a hasadó anyagban, gyors neutron lép ki onnan, az lelassul majd újra elnyelődik. Eredetileg N lassú neutron nyelődött el és kN azon neutronok száma, amelyek a ciklus végén újra elnyelődnek. A reaktor működésének feltétele, hogy $k > l$ legyen, de ugyanakkor k túlságosan nagy sem lehet, k értékét kell egy reaktor működésénél meghatározni.

Ha N neutron nyelődött el, először ηN gyors neutron keletkezett a hasadás során. Ezek körül néhány ^{238}U-on kelt hasadást, ezek során újabb gyors neutronok keletkeznek, így a gyors neutronok száma ε-szorosára nőtt. Néhány gyors neutron elhagyja a reaktort, ezek tehát a további események szempontjából elvesztek. Ha l_f a neutronok felületén való kilépésnek valószínűsége, a megmaradó gyors neutronok száma $\eta\varepsilon(1-l_f)N$. A lelassulás során a neutronok egy része természetesen visszamegy az uránba és elnyelődik ^{238}U-on miközben fotonok lépnek ki. Ha p annak a valószínűsége, hogy egy neutron elkerüli az elnyelődést, a megmaradó gyors neutronok száma $\eta\varepsilon(1-l_f)pN$. A termikus neutronok egy része megint elhagyja a reaktort további elnyelődés nélkül, így a megmaradó neutronok száma $(1-l_s)$-sel szórzódik, végül a neutronok egy része a lassító anyagon fogódik be. Ha f annak a valószínűsége, hogy a neutron nem fogódik be a lassító anyagon, a meghatározandó k állandó

$$k = \eta\varepsilon pf(1-l_f)(1-l_s).$$

Ha a hasadó tömbök összessége nagyon nagy, $l_f = l_s \sim 0$, azaz a feLületen való eltávozás valószínűsége elhanyagolható.

$$k_\infty = \eta\varepsilon pf = 1.33 \cdot 1.02 \cdot 0.9 \cdot 0.9$$

tipikus adatok az egyes tényezőkre, így a reaktor működésének a feltétele az, hogy a neutronok felületen való eltávozása ne csökkentse le k értékét 1.10-ről 1 alá.

Ma már a világ különböző tájain különböző típusú reaktorok működnek, ezekről nincs értelme részletesebben beszélni. Erdemes megemlíteni azonban egy problémát, ami valamennyi hasadó reaktornál közös: a hasadás után radioaktív kiégett anyagok maradnak vissza, amelyeket valamilyen módon el kell távólítani. Ezek az anyagok hosszabb rövidebb ideig még sugároznak, ezért egyszerűen elásni őket túlzottan veszélyes lenne. Ólomköpenybe ágyazva feltehetőleg ártalmatlanná tehetőek, mert az ólom a sugárzások nagy részét elnyeli, de ez költséges és nehézkes eljárás. A radioaktív szennyezett termékek elhelyezése minden reaktornál probléma és nem megoldott feladat.

5.8.3. Fúziós reaktorok

Energiafelszabadulás nem csak hasadás, fúzió révén is bekövetkezhet. Itt csak a fúziós reaktorok leglényegesebb problémáit említjük meg.

Két deuteron α-résszé fuzionálása közben nagy mennyiségű energia szabadul fel, és semmiféle szennyezett radioaktív anyag nem keletkezik. Mivel deuteron lényegesen nagyobb mennyiségben található Földünkön, mint urán, a fúziós reaktorok tüzelőanyaga is készen van. Elvileg tehát a fúziós reaktorok sokkal célszerűbb energiaszolgáltató berendezések, mint a hasadó reaktorok, ennek dacára fúziós reaktor ma még nem üzemel és a közeljövőben senki sem várja müködésüket. A fúziós reaktorok megvalósításánál fellépő technikai problémák megoldása ugyanis még nagyon messze van.

Két deuteron α-résszé való egyesülését, akárcsak a nehéz magok széthasadását, a köztük ható Coulomb taszítás akadályozza meg. A deuteronok közt ható nukleáris erők csak akkor érvényesülhetnek, ha a részek 10^{-13} cm távolságra vannak egymástól. Ahhoz, hogy két töltött deuteron ilyen közel kerülhessen egymáshoz, le kell győzniük a köztük fellépő elektromos taszítást. A Coulomb gát magassága klasszikusan $\frac{1}{2MeV}$, ilyen nagy energiája kell, hogy legyen a két részecskének. Kvantummechanikailag a részek alagúteffektus révén ennél kisebb energia esetén is átjutnak a potenciálfalon, de ahhoz, hogy a fúzió nagy valószínűséggel végbemenjen, legalább néhány száz keV energiája kell hogy legyen a részecskéknek. Mivel a fúzió nem önfenntartó folyamat, mint a hasadás, nem elég néhány ilyen nagyenergiájú részecskét belőni a rendszerbe, hanem el kell érni, hogy jelentős számú részecskének ilyen nagy energiája legyen. Ez csak olyan módon érhető el, hogy a rendszert felmelegítjük és a részecskék hőmozgásából származó kinetikus energia a kívánt érték. Egy meleg gáz részecskéinek sebesség és így kinetikus energiaeloszlása Maxwell-eloszlást követ, azaz az E energiájú részek száma $e^{-\frac{E}{kT}}$-vel arányos. Egy E energiájú részecske a Coulomb gáton $E < V_c$ esetén (V a Coulomb gát magassága, $e^{-\frac{\alpha}{\sqrt{E}}}$) valószínűséggel jut át, ahol α V_c-től függ. A fúzió valószínűsége tehát $e^{-(\frac{\alpha}{\sqrt{E}}+\frac{E}{kT})}$-vel arányos végeredményben. A legnagyobb a folyamat valószínűsége annál az energiánál, ahol a kitevő minimális, azaz $E = \left(\frac{\alpha kT}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$-nál. Ilyenkor a fúzió valószínűsége $e^{-2\left(\frac{\alpha^2}{kT}\right)^{\frac{1}{3}}}$-nal lesz arányos. α a Coulomb gát magasságától függ, azaz egy adott érték. A fúzió valószínűsége annál nagyobb, minél nagyobb a T hómérséklet. Számottevő fúzió valószínűséghez kb. millió fok hőmérsékletre kell a gázt felmelegíteni.

A fúziós reaktorral kapcsolatban levő technikai problémák három részre oszthatóak:

1. A deuteron gáz felmelegítése
2. A millió fokos gáz együtt-tartása
3. A felszabadult hőenergia hasznos elvezetése.

Az első probléma elvileg ma már megoldott, ívkisüléssel tudnak millió fokos hőmérsékleteket előállítani. Annál nehezebb feladat a magas hőmérsékletű gáz együtt-tartása. Semmiféle edény nem bírja ki ezt a magas hőfokot, tehát edényben tartani a gázt nem lehet. A megoldás valószínűleg mágneses tér segítségével történhet. Óriási elektromágnesekkel töltött részeket elvileg esetleg együtt lehet tartani és a gázt sűrűe összenyomni, de egyelőre nem sikerül stabilizálni az egészet. Végül nem olyan egyszerű feladat a felszabaduló energia elvezetése sem.

5.8.4. Atombombák

Az atomenergiát pusztító célra könnyebb felhasználni, mint békés célra, hiszen bombában egy csomó szabályozó feladattal nem kell törődni, ezenkívül mivel bomba kevesebb van, speciálisabb anyagokból lehet készíteni.

Az első atombombák a hasadó bombák voltak. A hasadó bombákat ^{235}U-ből, vagy a még jobban hasadó, a Földön ma már nem található, ötmillió éves felezési idejű $^{240}_{92}Pu$-ből csinálták. A hasadó bombák működési elve ugyanaz mint a reaktoré, csak itt nagyobb szerephez jut a kritikus méret meghatározása. Reaktornál a reaktor méretét uránrudak betolásával ill. kihúzásával könnyű szabályozni, a bombánál ezt nem lehet csinálni. Mivel a bombában nincs ^{238}U, a hasadás során kilépő gyors neutronok magában a hasadó anyagban lelassulnak, miközben nagyszámú neutron kilép a felületen. Ahhoz, hogy a hasadás láncreakciószerűen bekövetkezzen, a felület és a térfogat méretének viszonya egy meghatározott értéknél kisebb kell hogy legyen. Ugyanakkor nyilvánvaló, hogy a kritikus méretnél nagyobb bombákban a hasadás véletlenül pl. kozmikus sugárzás hatására is megindulhat, így ekkora bombákat tárolni nem lehet. Az atombomba éppen ézért két, a kritikus méretnél kisebb félgömbből áll, amelyeket a ledobás pillanatában lőnek össze, miközben a hasadást egy közönséges radioaktív neutronforrás beindítja.

A fúziós bombák megvalósítása is lényegesen egyszerűbb feladat, mint a fúziós reaktoré, hiszen a felmelegített gázt csak néhány pillanatig kell együtt-tartani. A próbarobbantásoknál a fúziós gázt mélyhűtve tartották, hogy a robbantás pillanatában a rendszer tovább együttmaradjon. A gázt a robbantás pillanatában egy hasadó bomba melegítette fel. Bizonyos verziókban a gázt még egy hasadó köpennyel vették körül a nagyobb hatékonyság kedvéért.

A bombákat további fogásokkal lehet még hatékonyabbá és borzasztóan pusztítókká tenni. Egy ilyen lehetőség például a bombáknak *Co* köpenynyel való körülvétele. A *Co* egy 5 éves felezési idejű radioaktív anyag, ahová tehát kobald bombát dobnak, ott a terület gyakorlatilag 5 évig lakhatatlanná válik.

Valamennyi bombában neutronok szabadulnak fel, a neutronok pedig különböző anyagokon befogódva radioaktív izotópokat képezhetnek. Egyik ilyen veszélyes izotóp a stroncium radioaktív izotópja, amely a tejjel tud az emberi szervezetbe kerülni. A stroncium a kalciumhoz hasonló kémiai szerkezetű, képes kis gyermekek csontrendszerébe a kalcium helyett beépülni. Nem csak az atombombák ledobása veszélyeztette a Föld lakóinak az épségét, hanem a kísérleti robbantások is.

6. fejezet

A magfizika felhasználása

A msgfizika elméleti, kísérleti és technikai eredményeit számos tudományágban továbbá a gyakorlati életben is felhasználják. A továbbiakban, anélkül, hogy teljességre törekednénk, ezek közül az alkalmazások közül néhánnyal foglalkozunk részletesebben.

6.1. A magfizika a fizika egyéb területein

A magfizikai eredményeket természetszerűleg elsősorban a fizika egyéb területein, továbbá a határterületeken alkalmazzák. Az asztrofizikával az előző fejezetben részletesen foglalkoztunk, erről nem kívánunk most beszélni. De ugyancsak sokat felhasznál a magfizikai eredményekből az elemirészek fizikája. Egy részecskefizikus számára az atommag kísérleti objektum, amelyen az alapvető kölcsönhatást behatóan tanulmányozhatja. Az erős kölcsönhatásra vonatkozó alapvető ismeretek közé tartozik a nukleon-nukleon valamint a nukleon-mezon kölcsönhatás ismerete. Az előbbi a magfizika szerves része, az utóbbit mezonoknak atommaggal való kölcsönhatása tanulmányozásával ismerhetjük meg legjobban. A részecskefizika ma használt matematikai apparátusának egy része, mint pl. a csoportelmélet vagy a komplex függvénytan egyes részei szintén a magfizikai szükségletekből születtek meg. De a magfizika hatására fejlődött ki az elemirész fizikában alkalmazott műszerek nagy része, a gyorsítók, detektorok stb. Az elemirész fizika valójában a magfizika továbbfejlesztése a nagyobb energiák tartományában.

Magfizikai jelenségeken alapuló módszereket használnak gyakran a szilárdtestfizikában is. Itt a módszer lényege az, hogy az atommag gerjesztett állapotai mágneses és kvadrupólnyomatékuk révén kölcsönhatásba lépnek a környezet mágneses és elektromos terével és ezáltal pl. megváltozik a nívók energiája vagy a magnyomatékok értéke. A leggyakrabban használt egyik módszer a Mössbauer effektuson alapszik.

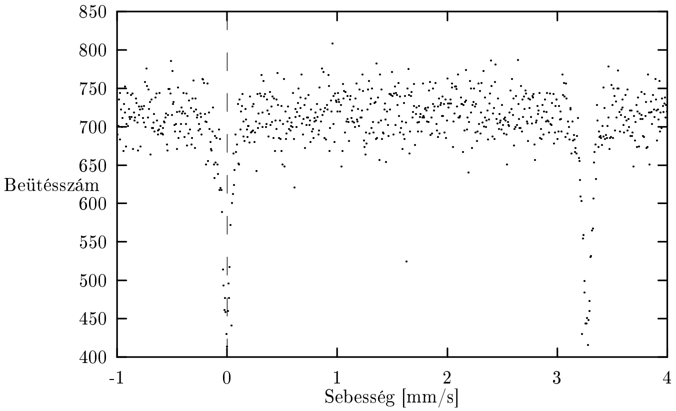
Atomfizikában régóta megfigyelték az ún. rezonancia abszorpciót és emissziót, amikor egy bizonyos frekvenciájú besugárzásra az atom alapállapotból gerjesztett állapotba megy át, majd egy idő múlva ugyanezt az elnyelt fényt emittálja. Ezen alapszik pl. a fluoreszkálás. A folyamat hatáskeresztmetszetének rezonanciaértéke van a gerjesztett és alapállapot különbségének megfelelő energiánál.
Hasonló jelenség várható elvileg a magfizikában is, ti. egy gerjesztett állapotnak megfelelő energiájú γ-sugarak, amelyek valamilyen radioaktív forrásból lépnek ki, rezonanciaszerűen elnyeLődnek, majd újra kibocsátódnak. A rezonancia abszorpciót nem tudták azonban megfigyelni. Ennek oka az volt, hogy a mag, amikor egy γ kvantumot kibocsát, visszalökődik, az energia egy része erre fordítódik és a kisugárzott energia kevesebb mint a gerjesztett nívó energiája. Ha ugyanezen kijött γ-sugarakkaL besugározzuk újra az anyagot, nem lesz a hatáskeresztmetszetben rezonancia, sőt mivel az alacsony energiáju nívók nívószélessége keskeny, még csak nem is vagyunk a rezonancia közelében. Ha azonban a sugárzást kibocsátó atommagok egy kristályban vannak, a visszalökődési energiát a kristály veszi fel. A kristály a visszalökési energiát részben transzlációs, részben belső energia formájában veheti fel. Az első ezek közül a kristály nagy tömege miatt elhanyagolható. Meg lehet mutatni, hogy bizonyos körülmények között a belső energia átadásának valószínűsége is nagyon kicsi és az emisszió-abszorpció visszalökődés mentes. Legyen a visszalökődés során az energiaveszteség

$$\Delta E = \frac{E_0^2}{2M_c}$$

és legyen a kristályon belül a vibrációs állapot energiája $\hbar\omega$. Ha $\Delta E \gg \hbar\omega$, sok oszcillátor veszi fel a visszalökďési energiát. Ha azonban $\Delta E \ll \hbar\omega$, egy oszcillátor kis valószínűséggel gerjesztődik és az abszorpció visszalökődés mentes lesz. Mivel $\hbar\omega \sim k\Theta$, ahol Θ a kristály jellegzetes hőmérséklete, a visszalökődés mentes abszorpció feltétele

$$E_0^2 \ll 2M_c^2 k\Theta,$$

azaz kis energiáknál jöhet létre.



A ^{56}Fe finomszerkezetének Mössbauer spektruma

A visszalődésmentes emissziós vonalak energiája rendkívül éles. Ha a mag elektromágneses térbe kerül, a hiperfinomszerkezet miatt az energiaállapotai felhasadnak. A rendkívül éles energiájú γ-sugarak mérésével megállapítható a felhasadás energiakülönbsége és így a kölcsönható elektromágneses tér erőssége. A kristályban levő elektromágneses tereket ilyen módon jól lehet mérni.

A magfizikai eredményeket a fizikával határos területeken is nagyban felhasználják. Mikrobiológusok radioaktív atommagokat használnak nyomjelzőként a sejtek szaporodásának ill. a baktériumok viselkedésének tanulmányozásánál. Biológusok radioaktív besugárzott állatok megfigyelésével határozzák meg, milyen messze mozognak el az állatok eredeti helyzetükből stb. Sajnos ezekkel nincs időnk részletesen foglalkozni, csak néhány gyakorlati alkalmazási és védekezési szempontot említünk meg a következőkben.

6.2. Sugárvédelem

A radioaktív izotópok olyan izotópok, amelyek önmaguktól radioaktív sugárzással stabil magokra bomlanak. A radioaktív izotópokat mesterségesen állítják elő, a sugárzások közé a következőkben a neutron sugárzást is beszámítjuk. A gyakorlati életben és tudományos célokra egyaránt használnak radioaktív izotópokat, azért elsődleges és legfontosabb feladatunk a sugárzás elleni védekezés megismerése.

A radioaktív bomlásokban felszabaduló sugárzó energiának csak az a része fejt ki biológiai hatást, amelyik a testszövetben elnyelődik. A besugárzott anyag egy grammja által bármilyen fajta ionizáló sugárzásból elnyelt energia mennyiségét nevezik dózisnak. A dózis egysége a rad. 1 rad = 100

erg/g. Elektromágneses sugárzások dózisának egysége a röntgen (r). Egy röntgen erősségű elektromágneses sugárzás hatására $1cm^3$ normál levegőben egy elektrosztatikus, egységgel rendelkező ionpár keletkezik.
Az emberi szervezet nem egyformán érzékeny a különböző sugárzásokra. Ugyanolyan dózisú gyors neutronsugárzás jóval veszélyesebb, mint lassú, és még ez az utóbbi is veszélyesebb, mint a γ-sugárzás. Ezért bevezettek még egy egységet, a *rem*-et. Egy *rem* erősségű sugárzás ugyanazt a biológiai hatást váltja ki, mint egy röntgennyi γ sugárzás.

A sugárzás biológiai hatása elsősorban abban jelentkezik, hogy szétroncsolja az élő szervezetek sejtjeit. Nem tudni pontosan, hogy ezt milyen módon teszi, valószínűleg ionizáció révén. Két elmélet van a sugárhatások mechanizmusára, egyik elmélet sem teljesen elfogadható.

A találatelmélet szerint az élő sejtekben egymástól bizonyos távolságokra meghatározott méretű sugárérzékeny térfogatok foglalnak helyet. Biológiai sugárhatás csak akkor következik be, ha a sugárzás részecskéi egy ilyen sugárérzékeny térfogatot találnak el. Minél nagyobb a dózis, annál valószínűbb a találat.
A vízaktivizálási elmélet szerint az élő szervezetben nagy mennyiségü víz van, és az ionizációk többsége ezekben a vízmolekulákban jön létre. A semleges vízmolekulákból kémiailag igen aktív gyökök keletkeznek, amelyek a biológiailag fontos molekulák kémiai szerkezetét és így biológiai tulajdonságait megváltoztatják.

Kis méretű besugárzás után egy rövid idő elteltével a szervezet regenerálódik, a sejtek normális mértékben szaporodnak, azaz a szervezet pótolja a megsérült sejtek egy részét. A sugárártalmat nemcsak az szabja meg, mennyi a besúgárzott dózis, hanem az is, hogy ez mennyi idő alatt sugárzódott be. Rövid idő alatti nagyobb behatás ártalmasabb, mint összértékben ugyanakkora hosszabb ideig tartó kisebb behatás. Természetesen a regenerálódás soha nem teljes, az ártalom egy kis része mindig megmarad és összegyűlik a szervezetben.

A sugárártalmak külön csoportját alkotják az ún. genetikai sugárártalmak. A legfontosabb szerepe az öröklődő tulajdonságoknál a kromoszómáknak van. Ionizáló sugárzások hatására változások történhetnek a kromoszómát alkotó génekben, vagy azok elhelyezkedésében és ezáltal az öröklődő tulajdonságok változnak. Ezeket a változásokat nevezik mutációknak. Mutációk más okból is előfordulhatnak és hatásuk elvileg hasznos is lehet, de egy olyan bonyolult szervezetben, mint az ember, a leghasznosabb mutációk valószínűleg már kialakultak és az új mutációk inkább csak károsak. A mutációk rejtve is lappanghatnak egy emberben, olyan módon, hogy az egyik szülőtől öröklődött mutációk továbbadódnak az utódoknak és csak akkor jelentkeznek észrevehetően, ha egy egyed mindkét oldalról való őseitől egyforma mutációkat örökölt. Így lehet, hogy a most szenvedett károsodások csak dédunokáinknál látnak napvilágot.

Közvetlen azonnali károsodást akkor okoz a sugárzás, ha erőssége meghaladja a 25 radot. Ez általában jelentősen megváltoztatja a fehérvérsejt számot. 400 rad dózis körül a besugárzott személyek fele egy hónapon belül meghal, 600 radot pedig alig van aki túléli. Ha a sugárzás nem éri az egész testet, hanem csak a végtagokat, hatása lényegesen gyengébb, rendszerint a bőrre korlátozódik. 400 radnál hajhullás, égési sebek jelentkeznek. Hasonló a β-sugárzás hatása is, mivel a részecskék kis áthatoló képességük miatt nem jutnak a szervezetbe. Az α-sugárzás csak akkor veszélyes, ha bejut a szervezetbe, külső hatása nincs, mert a bőr érzéketlen részén elnyelődik.

A sugárzásos megbetegedések közül igen gyakori az olyan eset, amikor az évek, esetleg évtizedek alatt kiváltott hatások összegeződnek és súlyos betegséget okoznak. Az átlagos életkor sugárzásnak kitett személyeknél általában még akkor is megrövidül, ha a halálhoz látszólag semmi köze nem volt a sugárártalomnak.

A sugárzások elleni védekezés jelenleg csak arra korlátozódik, hogy a sugárzásnak kitett dolgozók minél kevesebb dózist kapjanak. Ez elérhető úgy, hogy csökkentik a veszélyes helyen való tartózkodás idejét, a sugárforrástól való távolságot növelik és végül úgy, hogy a sugárforrás és a dolgozó közé elnyelő közeget helyeznek.

6.3. A radioaktivitás orvosi felhasználása

Az előző pontban beszéltünk arról, hogy a radioaktivitás milyen veszélyes az emberi szervezetre. Azonban az orvostudományból jól ismert tény, hogy ami nagymértékben veszélyes az emberi szervezetre, kis mértékben és helyesen alkalmazva felhasználható gyógyításra.

A sugárterápia, azaz az ionizáló sugárzások segítségével való gyógyítás a köztudatban erősen összefonódott a rák elleni küzdelemmel. Természetesen nem várhatjuk azt, hogy a radioaktivitás meggyógyítja a rákot, hiszen a rák a szervezet sejtképzést szabályozó rendszerének a megbetegedése, és ennek gyógyítása ma még ismeretlen, de azt remélhetjük, hogy bizonyos esetekben megállítja azt. A sugárterápia lényege az, hogy olyan dózist juttatnak a beteg testrészekre, amelyik elpusztítja a nemkívánatos túlburjánzó sejteket. Ez a fegyver természetesen kétélű, hiszen a besugárzás során az egészséges sejteket is elpusztíthatjuk, éppen ezért fontos az egészséges testrészek védelme. A rák elleni besugárzásnál nagy energiájú γ kvantumokat juttatnak a szervezetbe, ezek ugyanis a mélyebb testszövetekig is eljutnak. A γ kvantumok kibocsátására alkalmas radioaktív izotóp a rádium, azonban ez túlságosan drága. Napjainkban a kórházak elsősorban ^{60}Co sugárforrásokat alkalmaznak.

A radioaktív izotópokat nem csak közvetlen sugárzási hatásuk miatt alkalmazzák a gyógyászatban, hanem nyomjelző tulajdonságuk miatt is. Radioaktív nyomjelzésről,a következőkben még lesz szó, itt csak annyit említünk meg, hogy radioaktív izotópokat keverve más anyag közé azokat sugárzásuk miatt nyomon követhetjük. Az egyik terület, ahol a radioaktív izotópok nyomjelző szerepe nagyon fontos, a jód szervezetben való mozgásának a tanulmányozása. A jód szoros kapcsolatban van a pajzsmirigy által termelt hormonnal és így a pajzsmirigy müködésével. Ha kis mennyiségű radioaktív jódot fogyasztunk táplálék formájában, az hamarosan megjelenik a nyakban levő pajzsmirigyben, és egy γ-sugárzás detektort elhelyezve a nyak előtt mérni tudjuk. Az aktivitás erősségének a változása a pajzsmirigy müködésére jellemző.

Ugyancsak fontos radioaktív vas útjának megfigyelése a szervezetben. A vas a vér vörös vértestjeinek a felépítéséhez szükséges, elégtelen vasmennyiség a szervezetben (egy felnőtt ember szervezetében 4-5 g van) vérszegénységet okoz. Radioaktív izotópokat juttatva a szervezetbe nyomon követhetjük ezek útját a táplálék elfogyasztásától egész a vérsejtekben való beépülésükig. Megfigyelések szerint a vasatomokat a csontvelő abszorbeálja, majd néhány nap múlva radioaktív vörös vérsejtek jelennek meg a vérben, körülbelül 10 napig. Innen megállapitható, hogy a vörös vérsejtek kb. 10 nap alatt pusztulnak el. A vas a vérsejtek elpusztulása után nem távozik el a szervezetből, hanem újra megjelenik a csontvelőben.

6.4. Kormeghatározás radioaktív izotópokkal

Az egyik legismertebb kormeghatározási módszer manapság a radioaktív szénatom mérésen alapszik. Földünket a világűrből állandóan nagyenergiájú részecskék milliárdjai érik: ez a kozmikus sugárzás. A kozmikus sugárzás nagyenergiájú részecskéi a Földet körülvevő levegőburok külső rétegeiben levő atommagokba ütközve azokból neutronokat löknek ki. Ezek a neutronok csak kis valószínűséggel fogódnak be a légkör oxigénjébe, csaknem mindegyik egy nitrogén atommagban nyelődik el, miközben a

$$^{14}N + n \rightarrow ^{14}C + p$$

magreakció megy végbe. A keletkező ^{14}C radioaktív, 5560 év felezési idővel β-bomlás révén ismét visszaalakul nitrogénné.

Az állandóan keletkező és bomló ^{14}C izotópok között az évmilliók során radioaktív egyensúly alakult ki, évenként ugyanannyi bomlik el, mint amennyi keletkezik. A kozmikus sugárzás által kiváltott neutronok számának az ismeretében kiszámolhatjuk, hogy évente mintegy 7.5 kg ^{14}C keletkezik a légkörben. A szén felezési idejéből tudjuk, hogy ha évente 7.5 kg bomlik el, akkor az egész Földön mintegy 60 tonna radioaktív szén van.

A radioaktív szén kémiailag ugyanúgy viselkedik, mint a stabil szén, azaz bejut minden élőlény, ember, állat, növény szervezetébe. Ezekben a radioaktív és inaktív szén viszonya ugyanaz, mint a

légkörben. Amíg a növények és állatok élnek, a radioaktív szén egyensúlyban van, azaz ugyanannyi szént vesznek fel táplálék stb. útján, mint amennyi elbomlik. Ha azonban az anyagcsere megszűnik ezekben, a radioaktív szén utánpótlása megszűnik, a radioaktív és stabil szén aránya megváltozik. A megváltozott viszonyból meg lehet határozni a lelet korát: Természetesen a módszer csak olyan esetekben alkalmazható, amikor a tárgyak szenet tartalmaznak, és ha a szénatomok kicserélődése az élőlény elpusztulásával megszűnt, továbbá ha még mindig van elég radioaktív szén az anyagban, azaz kb. 40-50 000 évesnél fiatalabb a lelet. Régészetben például, ahol 5-10 000 éves tárgyak korát kell megállapítani, a módszer igen hasznos és 100 éven belüli pontosságú. Ezzel a módszerrel határozták meg pl. az ókori Babilónia naptárának kezdőpontját. A tudósok ugyanis nem tudták egyértelműen kivĺasztani két kiszámíi tható időpontú napfogyatkozás közül azt, melyiknek alapján meg lehetett volna állapítani az akkori időszámítás kezdetét. De találtak egy 4000 éves házat, amelyiknek gerendájába be volt vésve a ház építésének éve, Hammurabi naptára szerint. Meghatározták a fa kivgásának idejét radioaktív széntartalma alapján és a kérdés eldőlt. Még hamisított fáraó korabeli faeszközt is felfedeztek ezáltal: a szén-14 tartalom a napjainkban készült tárgyakéval egyezett meg.

Ugyancsak radioaktivitáson alapszik az a kormeghatározási módszer, amelyet geológusok alkalmaznak kőzetképződmények keletkezése idejének meghatározására. A természetben levő uránium izotóp ^{235}U és ^{238}U keveréke. Mivel az ^{235}U gyorsabban bomlik, a két izotóp arńya attól függ, milyen régen került az urń arra a helyre. Természetesen a stabil végtermékek arányát is meg kell vizsgálni.

6.5. Izotópok ipari és mezőgazdasági alkalmazása

A radioaktív izotópok technikai alkalmazásának egyik lehetősége a nyomjelzés. Radioaktív izotóppal tanulmányozni lehet pl. a trágyázás, elsősorban foszfortartalmú trágyák felszívódását a növényekbe. Reaktorban besugárzott foszfor-31 β-bomló foszfor-32-vé alakul, aminek 14 nap a felezési ideje. A ^{32}Ph sugfzását Geiger-Müller csövekkel észlelhetjük és a vegyületek útja nyomon követhető. Kiderült például, hogy a felszívódás megkezdése után néha 20 perc alatt eljut a foszfor a gyökértől a levelekig. Ugyancsak radioaktív foszfor, nitrogén és kálium segítségével mutatták ki, hogy egyes tápanyagok a levélzeten vagy a fák kérgén át is bejuthatnak a növényzetbe, így ezeket speciális levélpermeteken keresztül a leggazdaságosabb a növényekbe bevinni.

Az élővilág legfontosabb kémiai reakciója a fotoszintézis, amelynek során a zöld növények a Nap energiájának felhasználásával a levegőből és a talajból szerzett egyszerű anyagokat bonyolult szerves vegyületekké alakítják át. Ez a folyamat az emberiség élelmiszerellátásának az alapja. Radioaktív szénatommagok segítségével sikerült a fotoszintézis folyamatát nyomon követni. Növényeket különböző ideig radioaktív széndioxidot tartalmazó üvegekben nevelve megállapítható, milyen egyszerűbb vegyületeken keresztül épülnek fel a bonyolult szerves vegyületek és hogy különböző külső körülmények hogyan befolyásolják a fotoszintézis sebességét. Kimutatható, hogy sötétben a szénatomok sokkal lassabban épülnek be a növényi szervezetbe, mint napfényben.

A sugárzás pusztitó hatását használták fel egy igen kártékony légyfajta kiirtására. A himeket ^{60}Co forrás segítségével sterilizálták, ezek hatására az új generációkban kikelt legyek száma csökkent, míg végül lass an kihalt.

Gamma sugarak hatására nem csírázik a burgonya, így tovább lehet eltenni. Más élelmiszerek is tartósíthatók sugárzás segítségével. Természetesen a használt dózis ilyenkor nagyon kicsi.

Sugárzó izotópok nyomjelző szerepét használják fel olaj és vízvezeték csövek tisztításánál. Ha a cső föld alatt van és pl. eldugul, radioaktív izotópok kimutatják, hol van a dugulás helye.

Gamma abszorpciós módszert használnak kőolajszármazékok minőségének gyors ellenőrzésére is. A kőolajszármazékok szénhidrogének, zömmel szén és hidrogénatomokból épülnek fel. A C/H viszony a termék minőségének jellemzője. A γ sugarakat egy hidrogén szennyezett anyag erősebben nyeli el mint egy pusztán szénatomokból álló anyag, igy a γ sugarak elnyelésének mérése az anyag hidrogéntartalmát adja meg.

γ-abszorpciós módszerrel a talaj minőségére is következtetni tudnak, ugyanis a különböző minőségű agyag különböző mértékben nyeli el a γ-sugarakat.

α, β és γ sugŕzás elnyelésén alapuló vastagságmérőket is készítettek, amelyek sugárzó anyagon való elnyelődése alapján az anyag vastagságát adják meg (vékony papir, acéllemez stb.). Természetesen különböző agyagokra más a kalibrálás.

A gyakorlati alkalmazásokból csak néhányat soroltunk fel, oldalakon keresztül folytathatnánk még, azonban a célunk csak az volt, hogy megmutassuk: a magfizika nem elvonatkoztatott tudomány, hanem más tudományokban és a gyakorlati életben egyaránt lépten nyomon alkalmazzuk az eredményeit. Külön meg lehetne említeni a magfizikai kísérletek céljából alkalmazott kísérleti és technikai felkészültség jelentőségét. A kísérleti fizika igényei gyakran húzóerőként hatnak a műszaki tudományokra és az iparra. Példaként lehetne említeni, hogy a Központi Fizikai Kutató Intézetben (KFKI) merült fel a magfizikusok részéről először igény többcsatornás analizátorok, majd később kis számítógépek felhasználására. Ennek következményeképpen az intézetben kialakult egy erős elektronikus gárda, amely magas szinten tervezett meg és állított elő sokcsatornás analizátorokat és kisszámítógépeket.

A mindennapi életben hozzászoktunk ahhoz, hogy azt higyjük, a magfizika legfontosabb eredménye a reaktor létrehozása volt. Anélkül, hogy ennek a fontosságát lebecsülnénk, fel kell hívni a figyelmet arra, hogy a tudományok és a technika majd minden területén alkalmazzuk a magfizika eredményeit: a régész, a biológus, a kohász, a mezőgazdász ... sokszor anélkül, hogy tudnák.

7. fejezet

Csillagfejlődés

7.1. Viriál tétel

A viriál tétel a Newton egyenletekből levezethető:

$$m\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{F}, \qquad \frac{1}{2}\frac{d^2}{dt^2}(mx^2) = mx\frac{d^2x}{dt^2} + m\Big(\frac{dx}{dt}\Big)^2,$$

$$\frac{1}{2}\frac{d^2}{dt^2}(m\mathbf{r}^2) = m\Big(\frac{d\mathbf{r}}{dt}\Big)^2 + \mathbf{rF}.$$

Minden tömegpontra összegezve, és felhasználva, hogy $I = \sum m_i\mathbf{r}_i^2$ a tehetetlenségi nyomaték és $K = \frac{1}{2}\sum m_i\dot{\mathbf{r}}_i{}^2$, a kinetikus energia:

$$\frac{1}{2}\ddot{I} = 2K + \sum_i \mathbf{r}_i\mathbf{F}_i.$$

Ha az erő gravitációs erő, akkor a viriál:

$$\text{viriál} = \sum_i \mathbf{r}_i\mathbf{F}_i = \sum_{ij} -\frac{Gm_im_j}{r_{ij}} = \Omega$$

azaz

$$\frac{1}{2}\ddot{I} = 2K + \Omega.$$

Ha a rendszer egyensúlyban van, I nem változik, $2K + \Omega = 0$. Ez a viriál tétel.

Alkalmazás ideális gázokra

Ideális gáz esetén egy részecske átlagos kinetikus energiája $\frac{3}{2}kT$. Egy adott dm tömegben dN molekula van, így ennek kinetikus energiája:

$$dK = \frac{3}{2}kT\,dN = \frac{3}{2}RT\,dm = \frac{3}{2}(\gamma-1)c_vT\,dm, \qquad (\gamma = \frac{c_p}{c_v}), \qquad k = 8.3\cdot 10^{-24}\frac{cal}{fok}.$$

A gáz belső energiája $E = c_vT\,dm$, így a kinetikus energia és belső energia kapcsolata: $K = \frac{3}{2}(\gamma-1)E$, ahol (egyatomos) ideális gázra $\gamma = \frac{5}{3}$, $K = E$. A teljes energia $U = E + \Omega$.

- Egyensúly esetén a viriál tétel alapján $2K = -\Omega$, tehát

$$\frac{3\gamma-4}{3(\gamma-1)}\Omega, \qquad E = -\frac{\Omega}{3(\gamma-1)}$$

a) Ideális gázra $U = \frac{1}{2}\Omega$, $E = -\frac{1}{2}\Omega$,
b) Degenerált gázra $\gamma = \frac{4}{3}$, $U = 0$, $E = -\Omega$.

- Ha a rendszer kontrahálódik, $2K + \Omega < 0$, így $2K < |\Omega|$.

Egyenletes anyageloszlásra $\Omega = -\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}$, ekkor ideális gázra

$$K = E = \frac{3}{2}k\overline{T}N = \frac{3}{2}k\overline{T}\frac{M}{\mu m}.$$

A kontrakció feltétele ezek szerint

$$3k\overline{T}\frac{M}{\mu m} < \frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}, \qquad k\overline{T} < \frac{1}{5}\frac{GM}{r}\mu m.$$

Bevezetve a sugár helyett a sűrűséget $\left(\overline{\rho} = \frac{3M}{4\pi R^3}\right)$, a kontrakció feltétele:

$$M > 1.2\,10^{-10}\,\frac{T^{\frac{3}{2}}}{\mu^{\frac{3}{2}}\overline{\rho}^{\frac{1}{2}}}.$$

Konklúziók:

- Intergalaktikus anyagra $\mu \sim 1$, a galaktikák kialakulása idején $T = 10^4\,K$ volt, $\rho = 10^{28}\,\frac{g}{cm^3}$, így $M > 1.2\,10^{10}$, azaz ez az egyszerű meggondolás jól adja a galaxisok tömegét.
- Egyensúly esetén $T = 4.1\,10^6\,\mu M\overline{\rho}^{\frac{1}{2}}\,(K^o)$ azaz növekvő tömeggel nő a hőmérséklet.

Degenerált rendszerek

Degenerált rendszerre a részecskék kinetikus energiája a sűrűséggel lesz arányos:

$$\frac{E}{A} = \frac{\hbar^2}{2m}(3\pi^2\rho)^{\frac{2}{3}}, \qquad \frac{E}{A} = \frac{3}{5}E_F$$

Ultrarelativisztikus esetre $E = pc$ miatt $p_F c \sim \rho^{\frac{1}{3}}$, $\frac{E}{A} = \frac{3}{4}E_F$.
Egy rendszer akkor válik degenerálttá, ha a hőmérsékleti energiája sokkal kisebb a Fermi energiánál, azaz ha $kT << E_F$. Degenerált rendszerek fontos tulajdonsága, hogy alapállapotban levén nem tudnak sugározni.
Teljesen ionizált hidrogén gázban a protonok sűrűsége, így fermi impulzusuk is megegyezik az elektronokéval, a kinetikus energiájuk ezerszer kisebb. Az elektrongáz hamarabb degenerálódik, mint a protongáz.
Relativisztikus elektrongáz esetén az egyensúly feltétele $\frac{3}{4}N_e\hbar c(3\pi^2\rho_e)^{\frac{1}{3}} \sim \frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}$, ahol $N_e = \frac{M}{\mu M_H}$, $\rho_e = \frac{N_e}{V}$. Ez maximálisan kb. $1.2 - 1.4\,M$ tömeget jelent. Ezt hívják Chandrasekhar határnak.

7.2. A Nap energiatermelése

Gravitáció során az eddig felszabadult energia a Napban: $W = -\frac{3}{5}\frac{GM_\odot^2}{R_\odot} + \frac{3}{5}\frac{GM_\odot^2}{R_0}$. A sugárzás ideje $t = \frac{W}{2\overline{L_0}}$, ahol $\overline{L_0}$ az átlagosan 1 sec alatt kisugárzott energia. A Napra az adatok: $M_\odot = 1.99\cdot 10^{33}\,g$, $R_\odot = 6.96\cdot 10^{10}\,cm$, $L_\odot = 3.86\cdot 10^{32}\,\frac{erg}{s}$ és ha $\overline{L_0} = \frac{L_0}{10}$-et veszünk, $t = 2\cdot 10^8$ év. A Föld kora $5\cdot 10^9$ év, tehát ennél jóval hosszabb.
A magreakciókban felszabadult energiával kifejezve $\frac{\Delta Mc^2}{\overline{L_0}} = t$. $t = 5\cdot 10^9\,s$ és $L_0 = L_{max}$ értékekkel $\Delta M = 5\cdot 10^{-4}M_\odot$ adódik, azaz a Nap tömegének csak 0.05%-a sugárzódott ki. Ha a csillag tömegének 10%-a égeti a hidrogént, annak mintegy fele fogyott el máig. Ha a Nap teljes tömege vas körüli elemekké alakul, a felszabadult energia $\Omega = QM_\odot = 1.6\cdot 10^{52}erg$, $Q = 8\,MeV$/nukleon, ami mai fényességgel $t = 1.2\cdot 10^{11}$ évig világítana. Nukleáris energiatermelés nélkül tehát Napunk nem tudna ma világítani, de könnyű elemek fúziójából elegendő energia áll rendelkezésre.

7.3. A csillagokban lezajló magreakciók

Kérdés, milyen magreakciók mehetnek végbe a csillagokban? $T = 10^7\,K$ hőmérsékleten

- *Proton lánc*

Folyamat			Felszabaduló energia (MeV)	Idő
$^1H + {}^1H$	$\to$	$^2H + e^+ + \nu$	1.44	$14\cdot 10^9$ *év*
$^2H + {}^1H$	$\to$	$^3He + \gamma$	5.49	6 *sec*
$^3He + {}^3He$	$\to$	$^4He + 2\,{}^1H$	12.85	10^6 *év*

$E_{pp} = 26.2\,MeV$, $E_\nu = 0.26\,MeV/\nu$.

- *Berillium-bór lánc*

$$\begin{array}{lclcl} {}^1H + {}^1H \to {}^2H + e^+ + \nu & & & & \\ {}^2H + {}^1H \to {}^3He + \gamma & \Rightarrow & {}^3He + {}^4He \to {}^7Be + \gamma & \Rightarrow & {}^1H + {}^7Be \to {}^8B + \gamma \\ {}^3He + {}^3He \to {}^4He + 2\,{}^1H & & e^- + {}^7Be \to {}^7Li + \nu & & {}^8B \to {}^8Be^* + e^+ + \nu \\ & & {}^1H + {}^7Li \to 2\,{}^4He & & {}^8Be^* \to 2\,{}^4He \end{array}$$

- *Katalizátoros magreakció*

Folyamat			Felszabaduló energia (MeV)	Idő
$^{12}C + {}^1H$	$\to$	$^{13}N + \gamma$	1.95	$1.3\cdot 10^7$ *év*
^{13}N	$\to$	$^{13}C + e^+ + \nu$	2.22	7 *perc*
$^{13}C + {}^1H$	$\to$	$^{14}N + \gamma$	7.59	$2.7\cdot 10^6$ *év*
$^{14}N + {}^1H$	$\to$	$^{15}O + \gamma$	7.35	$3.2\cdot 10^8$ *év*
^{15}O	$\to$	$^{15}N + e^+ + \nu$	2.71	82 *sec*
$^{15}N + {}^1H$	$\to$	$^{12}C + {}^4He$	4.96	$1.1\cdot 10^5$ *év*

$$E_C = 25.2MeV, E\nu = 0.72MeV/\nu.$$

- *Nehezebb elemek kialakulása*

$2\,{}^4He \to {}^8Be \to 2\,{}^4He + \gamma \quad \tau = 10^{-17}\,sec.$
A ^8Be gyorsan elbomlik, de ha azalatt míg létezik a mag, befog egy α-t, $T = 10^8\,K$-nek megfelelő energiánál, ^{12}C alakulhat ki.

2 termikus α	$\longrightarrow$	^8Be	84 keV-es rezonancia	Hoyle ezt megjósolta!
3 termikus α	$\longrightarrow$	^{12}C	7.57 MeV-es rezonancia	

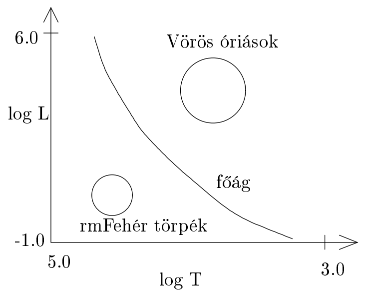
Magasabb hőmérsékleten α és β befogás, esetleg β bomlás: az elemek lassan kialakulnak a vasig.

- *További fontos magreakciók*

$$\begin{array}{rcll} 2\,{}^{12}C & \to & {}^{24}Mg + \gamma & 5\cdot 10^9\,K \text{ a küszöbenergia,} \\ 2\,{}^{12}C & \to & {}^{20}Ne + \alpha, & \\ 2\,{}^{16}O & \to & {}^{32}S + \gamma & 7\cdot 10^9\,K \text{ a küszöbenergia,} \\ 2\,{}^{16}O & \to & {}^{28}Si + \alpha, & \\ 2\,{}^{28}Si & \to & {}^{56}Ni. & \end{array}$$

7.4. A csillagfejlődés menete

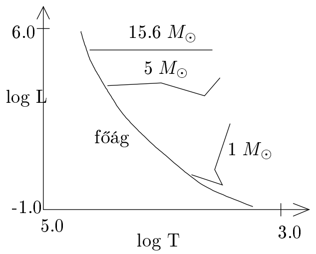
Az ismert csillagokat hőmérsékletük és kisugárzott energiájuk függvényében egy síkon ábrázolhatjuk: ez az ún. Hertzsprung-Russel diagram.



A legtöbb csillag egy vastag meghatározott vonalon található: ezeket a csillagokat nevezik főág menti csillagoknak. Ezenkivül még két tartományban találhatóak nagyobb számban csillagok: a vörös óriás ill. a fehér törpe tartományban. A diagram többi részén viszonylag kevés csillag helyezkedik el. A H-R diagram megérthető a csillagfejlődés lefolyásának ismeretében. A következőkben röviden ennek a főbb vonásait tekintjük át.

A csillagok fejlődésének kezdeti szakaszában még nem elég magas ahhoz a hőmérséklet, hogy magreakciók végbemenjenek. Ilyenkor a kicsit meleg csillag sugárzási energia veszteségét csak a kontrakció során felszabaduló gravitációs energia pótolja. A viriál tétel értelmében a kontrakció során a felszabadult energia fele a csillag hőmérsékletét növeli. A megnőtt hőmérsékletű gáz nyomása képes csak a növekvő gravitációs nyomást ellensúlyozni. Ahogy nő a hőmérséklet, nő a kisugárzott energia, igy az azt fedező kontrakció is gyorsul. Ha a hőmérsékletet eléri a 10^7 K-ot,a csillagok közepében beindulnak a magreakciók.

A kezdeti kontrakciós stádiumban a csillag összehúzódik, így az effektív hőmérséklete növekszik. A kisugárzott energia mennyisége függ attól, hogy milyen mechanizmus juttatja a felszabadult energiát a felületre: sugárzás vagy konvektív vezetés, azaz a csillaganyag egyes részeinek mozgása. A konvektív vezetés hatásosabb, ilyenkor a csillag több energiát sugároz ki, mint sugárzási vezetésnél. Kezdeti stádiumban a csillagok konvektivak, azután sugárzóvá válnak, a csillag tömegétől függően. A csillag a jobb felső vagy középső sarokból a bal alsó vagy középső rész felé vándorol, tömegétől függően bejut a főágba. A következő ábrán ezek a folyamatok láthatóak.



A $^1H \rightarrow^4 He$ égés lassan megy végbe a csillagokban. Mialatt a kisugárzott energia a magreakciók során felszabadult energiával pótlódik, gravitációs kontrakcióra nincs szükség, a csillag hőmérséklete és a kisugárzott energiamennyiség állandó, a csillag a HR diagramon a helyén marad. A hidrogént égető csillagok allkotják a főágat. A főágban azért van olyan sok csillag, mert ez a csillagfejlődés leghosszabb szakasza. Nap nagyságú csillagok 10^{10} évig égetik a középen levő hidrogén készletüket, 10-szer nagyobb csillagoknál a kontrakció során a hőmérséklet magasabb lett, ezért

ezekben egy-másfél nagyságrenddel gyorsabban zajlik le a hidrogénégés, de minden csillagnál ez a folyamat 1-3 nagyságrenddel tovább tart, mint a fejlődés bármelyik másik szakasza.

Ha a csillag közepén a hidrogénkészlet kimerült, a csillag energiaveszteségét megint csak gravitációs kontrakcióval tudja pótolni. A kontrakció során megint emelkedik a centrális hőmérséklet. Ha a csillag hőmérséklete eléri a 10^8 K^o-t, a hélium égető reakciók is beindulnak. Ismételt gravitációs kontrakció, illetve magreakciók révén a csillag eljuthat egy olyan stádiumba, amikor a középen levő elemek mind vas körüli elemek. Újabb magreakció ekkor már nem jelent energianyereséget, ugyanakkor a csillag hőmérséklete 10^9 $- 10^{10}$ K^o körülivé válik. A csillag elérkezett egy olyan fejlődési ponthoz, amikor a békés fejlődést jelentő egyensúlyi elvek nem tudnak érvényesülni; valami katasztrófa kell, hogy bekövetkezzen.

7.5. A csillagfejlődés végállapotai

7.5.1. Fehér törpék kialakulása

Nem minden csillag jut el abba a stádiumba, amikor a csillagtörzsben levő elemek mind vas körüli elemek: kicsi csillagokat ebben megakadályozhat a csillaganyagban levő degenerált elektrongáz.
Az elektrongáz szerepével eddig nem túlságosan sokat foglalkoztunk a csillagfejlődés során. Nyilvánvaló azonban, hogy az elektrongáz szerepe a gáznyomás kialakulásánál nagy, hiszen a nyomás 1/m-mel arányos. Ahogy a protonok egyre nehezebb elemekké tömörülnek, a barionokból álló részek száma csökken, míg az elektronok száma változatlan marad, azaz az elektronok szerepe a nyomás kialakulásánál egyre jelentősebb.

Egy rendszer akkor válik teljesen degenerálttá, ha egy bizonyos küszöbérték alatt minden állapot be van töltve a rendszerben. Minél kisebb egy részecske, a kvantummechanikai határozatlansági reláció értelmében annál nagyobb az impulzus bizonytalansága, azaz annál nagyobb a fáziscella, amit elfoglal. Egy ideális és egy degenerált gáz nyomása akkor lesz egyenlő, ha

$$p = \frac{k}{m}\rho T = c_1 \frac{\rho^{\frac{5}{3}}}{m^{\frac{8}{3}}},$$

azaz

$$\rho \sim m^{\frac{5}{2}}.$$

Minél kisebb a részecske tömege, annál kisebb az a sürüségérték, ahol a gáz degenerálttá válik. Egy degenerált gáz nyomása és igy belső energiája nem a hőmérséklettől függ, hanem a sűrűségtől. Vagyis ha az elektrongáz degenerálódott, a gravitációs kontrakció nem a hőmérsékletet növeli, hanem a nyomást. Ez azt jelenti, hogy ilyenkor ujabb magreakciók beindítására nem lesz a hőmérséklet elég nagy.

Az elmondottak alapján világos a kis csillagok fejlődésének a végállapota. Ha a csillag kicsi, a gravitációs kontrakció során hamar degenerálttá válik az elektrongáz, további magreakció ilyenkor nem következik be, a rendszer lassan zsugorodik. A zsugorodás csak egy kritikus értékig tarthat, a gáznyomás a további kontrakciót megakadályozza. Mivel további energiafelszabaditó folyamatok nem mennek végbe a csillag lassan lehül. A degenerált gáz sugárzása jóval kevésbé intenzív, mint az ideális gázé, a sugárzás során elektronátmenetek nem következhetnek be, mert az elektronpályák mind be vannak töltve. Ezek a kicsi, fehér, lassan pislákoló égitestek a fehér törpék.

Ahogy a csillagban középen kifogy a hidrogénanyag, a külső rétegek a közép felé kontrahálódnak, miközben megnő a csillag hőmérséklete és nagy lesz a sugárnyomás. A nagy sugárnyomás felfújja a csillagot, nagy méretű lesz, miközben a külső rétegek hőmérséklete lecsökken. Az ilyen csillagok a sok energiát kisugárzó, de kis felületi vagy effektiv hőmérsékletű vörös vagy fehér óriások, amelyek a HR diagram jobb felső sarkában helyezkednek el. Ha további magreakciók nem indulnak be, a csillag összezsugorodik, azaz a felületi hőmérséklete a nagy sűrűsége miatt megnő, nincsenek hideg felületi zónák, ugyanakkor a kisugárzott energia lecsökken, a csillag fehér törpévé válik. A fehér törpék a HR diagram bal alsó sarkában helyezkednek el.

Körülbelül az $M < l0\ M_\odot$ könnyü csillagok válnak fehér törpévé, azaz jelenlegi tudásunk szerint a Nap is egyszer fehér törpe lesz majd. Körülbelül 5 milliárd évig tart még a Napban a centrális hélium égés, ezalatt a Föld átlaghőmérséklete egfeljebb $20^o C$-ot növekszik. Ezután gravitációs kontrakció következik be majd, amelynek során a Föld átlaghőmérséklete becslések szerint $800^o C$-ra emelkedik, majd kb. 10-100 millió évig tart a külsőbb rétegek hidrogénjének ill. a centrális héliumnak az égése. Valószínűleg további magreakciók nem indulnak be a Napban, a Nap (és a Föld légköre is) lassan kihűl, egyikévé válik a jelentéktelen és nagy számú fehér törpéknek.

A körülbelül tízszeres Naptömegnél nagyobb csillagok közepe mai elméletünk szerint teljesen vagy részlegesen vassá alakulhat át. További energianyereség most már magreakciók révén nem lehetséges, a hatalmas, 10^9 fok hőmérsékletnek megfelelő kisugárzott energiát csak a gravitációs kontrakció fedezheti. A legkülső rétegek ilyenkor szinte szabadon esnek a csillag belseje felé, minden egyensúly felborul. A külső rétegek még könnyű elemekből állnak, ezek a forró centrumba beérkezve magátalakulásokban vesznek részt. A korábban milliárd évekig tartotó folyamatok itt pillanatok alatt bekövetkeznek, és hihetetlen nagy energiamennyiség szabadul fel. A rendkívül nagyenergiájú részecskék és fotonok a legkülönbözőbb magreakciókban vesznek részt; minden lehetséges izotóp kialakul. Ez az a műhely, ahol a nehéz elemek keletkeznek.

Most már két energiafogyasztó mechanizmus is van a csillagban: a nehéz elemek kialakulása és a sugárzás. További gravitációs kontrakció következik be. A középpontban hatalmas mennyiségű nagyenergiájú neutrínó, antineutrínó sugárzás keletkezik, elsősorban párkeltés révén. Ezek a külső rétegekben elnyelődnek, energiájukat átadják az anyagnak. A nagy mennyiségű kivitt energia hatására a csillag felrobban. Ezt a folyamatot nevezik szupernova robbanásnak.

Szupernova-robbanás során a csillagnak akár 80-90 %-a is kirepülhet a világűrbe. A visszamaradó csillag maganyag sűrűségű rendszer, ami elsősorban neutronokból áll. Az elektronok kinetikus energiája ugyanis a Pauli elv értelmében olyan nagy, hogy energetikailag kedvezőbb egy elektronnak és protonnak neutron állapotba menni át. A neutroncsillagban neutronok protonná, protonok neutronná alakulnak át, igy a fellépő neutrínók miatt a csillagok hamar elvesztik hőenergiájuk nagy részét és $10^5\ K$ alá hűlnek le, és nem tudjuk őket direkt módon megfigyelni. Mivel az utóbbi években megfigyelt pulzáló rádiócsillagok (pulzárok) valójában neutron csillagok, közvetett módon megfigyelhetők.

Ha a neutroncsillag tömege egy kritikus méret alatt van, a csillaganyag nyomása és a gravitációs nyomás egyensúlyt tart; a csillag stabilis. A neutroncsillag a csillagfejlődés egy másik végállapota. A kritikus méret meghatározása nehéz feladat, függ a nagy sűrűségű nukleonok között ható erőktől, a neutrínó kilépések gyakoriságától, stb. A kritikus méret 1-3 Naptömeg között változik a számításoktól függően. Ez azt jelenti, hogy akár 10-25 Naptömeg nagyságú csillagok végállapota még mindig neutroncsillag. Egy dolog azonban világos: van egy olyan kritikus méret, aminél nagyobb csillagnak nincs stabilis végállapota, a csillag menthetetlenül egyre jobban kontrahálódik, míg gravitációs sugarán belül kerül. A csillagfejlődés ezen harmadik végállapotairól, a fekete lukakról fotonok révén nem nyerhetünk információt, ugyanis az elektromágneses sugárzás útja olyan görbült, hogy ezek nem tudnak a fekete lukból kijönni. Ezeket a csillagokat legfeljebb csak nagy gravitációs terük segítségével figyelhetjük meg.

7.5.2. Szupernova robbanás

A szupernova robbanás az Univerzum leglátványosabb jelensége. A kibocsátott energia a robbanás során $\sim 10^{52}$ erg, aminek a sugárzások (minden hullámhossztartományban) csak kb. 1%-t viszik el. Ennél tízszer nagyobb a szétvetett anyag kinetikus energiája, és százszor nagyobb a neutrinók által elvitt energia. A robbanás során felszabadult energia fényesebbé tehet egy csillagot, mint az egész galaktika. Néhány hónap alatt a felrobbant csillag több fényt sugároz ki, mint a Nap öt milliárd év alatt. Évente mintegy 10 szupernova robbanást figyelnek meg a környező galaxisokban. A Tejútrenszerben valószínűleg 50 évente van egy robbanás, ennek mi csak kis részét tudjuk megfigyelni. Nagyon fontos az 1054-ben kínai csillagászok által megfigyelt Rák-köd robbanása. Mintegy 10000 évvel ezelőtt robbant a Vela, ami egy második Nap fényességű objektum megjelenését jelentette.

A szupernova robbanásokat két nagy csoportra osztják, I. és II. típusú robbanás csoportjaiba.

Ezeknek több alcsoportja van. Az eredeti megkülönböztetés onnan adódott, hogy az I. típusú szupernovákban nem volt található hidrogén vonal, míg a II. típusban igen. Ma már tudjuk, hogy a fejlődésük egészen más.

I.a típusú szupernova

Eredetileg binér rendszerben létező fehér törpe. A csillag magához vonz a partnertől anyagot, és eközben tömege a kritikus tömeg fölé nő (a kritikus érték $1.4\,M_\odot$, az a tömeg amivel egy degenerált elektrongáz egyensúlyt képes tartani). Amikor ez bekövetkezik, gravitációs kontrakció megy végbe, a csillag anyaga rendkívüli mértékben felmelegszik, felmelegedés során vas körüli elemek alakulnak ki, utána lassan robban a rendszer (detonáció, nem explozió). Robbanás után csillag egész anyaga szétmegy, nem marad vissza neutroncsillag. Fehér törpében nincs hidrogén, érthető hogy H színképvonal sincs. A csillag felülete kicsi, nagyon fényes a robbanás, egy nagyságrenddel fényesebb, mint a II. típusé. Az I. típusú szupernova robbanások 80%-a ilyen, 20% sok más alcsoportra oszlik, ezekről most nem beszélünk. Az I.a típusú szupernova robbanások távolság mérésére alkalmazhatóak.

II. típusú szupernova

Sokkal drámaibb, és fizikailag is érdekesebb. Három részre tagolható folyamat: *preszupernova kialakulása, kollapszus* és *robbanás.*

a) Preszupernova fejlődés, elemek kialakulása

Ha a csillag elég nagy volt ahhoz, hogy a törzse úgy alakulhasson át vas körüli elemekké, hogy közben az elektrongáz nem degenerálódik, a csillag zavartalanul fejlődhet, újabb héjakat égetve, vas körüli atommagokká. H égéssel szemben fontos különbség, hogy most a neutronok és protonok száma durván megegyezik. Ez nagyon meggyorsítja a magreakciókat.
Legfontosabb magreakciók amik lejátszódnak:

$$\begin{array}{rcll}
^{12}C+\,^4He & \rightarrow & ^{16}O+\gamma, & \\
^{16}O+\,^4He & \rightarrow & ^{20}Ne+\gamma, & \\
^{12}C+p & \rightarrow & ^{13}N+\gamma, & \\
^{13}N+p & \rightarrow & ^{13}C+e^++\nu, & \\
^{13}C+\,^4He & \rightarrow & ^{16}O+n & \text{nagyon fontos neutron forrás,} \\
^{16}O+p & \rightarrow & ^{17}F+\gamma, & \\
^{17}F & \rightarrow & ^{17}O+e^++\nu, & \\
^{17}O+p & \rightarrow & ^{14}N+\,^4He & \text{A CNO törzs legfontosabb eleme.}
\end{array}$$

További égések a felszabaduló energiával:

$$\begin{array}{rcll}
^{16}O+\,^4He & \rightarrow & ^{20}Ne+\gamma, & \\
^{12}C+\,^{12}C & \rightarrow & ^{24}Mg+\gamma & \text{14 MeV valószínűtlen,} \\
^{12}C+\,^{12}C & \rightarrow & ^{23}Mg+n & -2.6\,MeV, \\
^{12}C+\,^{12}C & \rightarrow & ^{23}Na+p & \text{2.2 MeV valószínű,} \\
^{12}C+\,^{12}C & \rightarrow & ^{20}Ne+^4He & \text{4.6 MeV valószínű,} \\
^{12}C+\,^{12}C & \rightarrow & ^{16}O+2\,^4He & -0.1\,MeV, \\
^{14}N+\,^4He & \rightarrow & ^{18}F+\gamma, & \\
^{18}F & \rightarrow & ^{18}O+e^++n, & \\
^{18}O+\,^4He & \rightarrow & ^{22}Ne+\gamma, & \\
^{22}Ne+\,^4He & \rightarrow & ^{25}Mg+n & \text{nagyon fontos neutronforrás,} \\
^{16}O+\,^{16}O & \rightarrow & ^{28}Si+\,^4He, & \\
^{28}Si+n & \rightarrow & ^{29}Si+\gamma, & \\
^{29}Si+n & \rightarrow & ^{30}Si+\gamma, &
\end{array}$$

de ugyanakkor Si könnyen elbomlik könnyebb elemekre He, n, p kibocsátásával. Ezeket a maradék Si-k befogják, és kialakul az ^{56}Ni.
Robbanó Si égésnél, ami az összeroskadó héj mögött közvetlenül szomszédos rétegben megy végbe, kialakulhat közvetlenül is:

$^{28}Si + {}^{28}Si$	$\rightarrow$	$^{56}Ni + \gamma$	kb. 2 nap alatt következik be,
^{56}Ni	$\rightarrow$	$^{56}Co + e^{+} + n$	6 nap felezési idő,
^{56}Co	$\rightarrow$	$^{56}Fe + e^{+} + n$	77 nap felezési idő.

Nehéz elemek kialakulása

s-folyamat

Neutronok találhatók csillagban, ezek probléma nélkül befogódnak magokba. n befogás után béta bomlás is bekövetkezhet, ennek révén a csillagfejlődés utolsó stádiumában, amikor már a vas körüli magokon fogódik be a neutron, kialakul az összes nehéz elem. Ezt a folyamatot nevezik s folyamatnak (lassú, *slow* n befogás)

r-folyamat

A robbanó folyamatokban nagy neutron sűrűséget kapunk, hiszen itt neutrondús magok szétesnek. Ekkor neutron gazdag stabil izotópok alakulnak ki, héjszerkezetet is figyelembe véve, hiszen a mágikus neutronszámú magok kialakulásának valószínűsége nagy. Meteoritekből lehet következtetni valószínűségekre, nagyon jó egyezések, pl. urán körüli elemekre.

Preszupernovában a helyzet nem kaotikus, a rendszer a nagyobb rend felé halad. H csillagban minden rész tetszőlegesen mozoghat, egy nukleonre eső entrópia 15. Vastörzsben 56 nukleon együtt mozog, entrópia 1. Különbséget neutrínók és fotonok vitték el.

b) Kollapszus

Amikor a csillag törzse vas körüli elemekből áll, további fúziós energia nyereség nem lehet, gravitációs kontrakció történik. 18-20 $M_\odot$ tömegű kezdeti csillagnál a vastörzs 1.4 $M_\odot$ körüli tömegű, törzs nyomás nem tud egyensúlyt tartani gravitációs nyomással (Chandrasekhar limit kb. 0.7 $M_\odot$), 0.1 sec alatt kollapszus. Gravitáció miatt a törzs felmelegszik, de ez nem csökkenti kollapszust, sőt ellenkezőleg. Ok: A törzs nyomását elsősorban az elektronok száma és energiája szabja meg. Kollapszuskor a vasmagok kis része feltörik, amihez energia kell, ezáltal csökken részecskék átlagenergiája. Másrészt $p + e^{-}$ neutronná alakul, neutrínók lépnek ki, ezek elvisznek energiát, és csökken a relativisztikus elektronszám. Mindez még elősegíti kollapszust.
Az elektron befogódás folytatódhatna, ha a neutrínók tetszés szerint kimehetnének a törzsből. Ha a törzs sűrűsége $4 \cdot 10^{11} \frac{g}{cm^3}$ lesz, a neutrínók bennragadnak az anyagban, szóródnak a magokon. Amikor a rendszer sűrűsége eléri a $2 \cdot 10^{12} \frac{g}{cm^3}$-t, az elektronokon is szóródnak. Ezután elektronok száma sem csökken, egyensúly áll be. Az elektronok nukleonokhoz való aránya egyensúlyban kb. 0.39.
A kollapszus első része véget ér.

Az összehúzódás még tart tovább, de elektron szám már nem csökken. Kollapszus második része akkor ér véget, amikor sűrűség eléri a maganyag néhányszorosát. Magok ilyenkor szétolvadnak, maganyag keletkezik. Anyag nem tud tovább összenyomódni, ellenállás keletkezik, ez végül lökéshullámot jelent. A lökéshullám meghatározásához fontos a maganyag állapotegyenlete, azaz a $P(\rho)$ függvény meghatározása. Az állapotegyenlet magfizikai ismeretekből alapállapotban:

$$\frac{E}{A} = \alpha\rho^{\frac{2}{3}} - \beta\rho + \gamma\rho^{\sigma+1}.$$

Ebből adott hőmérsékleten meghatározható $P(\rho, T)$
További sűrűségnövekedéssel szemben ez akkor taszító, ha

$$P \sim \rho\frac{d^2E}{d\rho^2}, \qquad \frac{dP}{d\rho} < 0, \qquad \frac{2}{9}\alpha\rho^{\frac{2}{3}} > \sigma(\sigma+1)\gamma\rho^{\sigma+1}.$$

c) Robbanás

Amikor az anyagsűrűség maganyagénál nagyobb, és nem nyomható tovább össze, a nyomás megnő, és a befele esés sebessége leáll. Nyomáshullámok terjednek kifele, egészen a törzs széléig. Felület közelében lelassulnak, mert szembe találkoznak beeső anyaggal, majd megállnak, és az újabb hullámok elérik az elsőket, nyomást okozva. Nyomás csökkenti anyag beesését. Hullámfront mögött anyag sűrűsége nagyobb lesz, mint hullám által el nem ért térrészben, adiabatikusan összenyomott állapotba kerül, megnő a hőmérséklete, nagyobb a nyomás mint hullám előtt. Később induló hullámok nyomása még nagyobb, egyre jobban utólérik korábbi nyomáshullámokat, hullámfront meredekké válik, sebességben szakadás következik be: lökéshullám keletkezett.
Lökéshullám a vastörzs közepében, kb. $0.7M_\odot$-nál keletkezik.
Nyomáshullám nem okoz állandó változást a közegben, lökéshullám igen. Nagy változás sűrűségben stb., viszi ki magával anyagot. Sebességet nem a közeg határozza meg, mint hanghullámnál, hanem hullám energiája. Lökéshullám $30 - 50\,000\ \frac{km}{s}$ sebességgel halad kifele. Prompt lökéshullám nem jut ki csillag felületére, már a törzs felületére érve elveszti energiáját, lelassul. Ok: a magok disszociációja, energiát visz el, hőmérséklet és nyomás csökken. Ekkor $p + n \rightarrow e^{+} + \nu$ folyamat is fellép, kisebb sűrűségben neutrínók már kimehetnek, ez is elvisz energiát. A nyomáshullám 300-500 km-ig kijut csillaganyagba. Mai nézet szerint lökéshullámot a neutrínók indítják újra.
Visszamaradt neutroncsillag hihetetlen nagy energiájú, energiáját neutrínók viszik el. Ezek nagyrészt kijutnak rendszerből, de kb 100 km-re a centrumtól még minden ezredik ütközik az anyaggal, nagy energiát adva át az atommagoknak. Nagy entrópiát adnak át a rendszernek, kijebb entrópia kicsi, nagy entrópia gradiens konvekciót okoz, meleg anyag kiáramlik. Ez a kiáramló anyag a lökésfrontnak nagy energiát ad át.
500-3000 km között lökés felmelegíti anyagot, robbanásos magreakciók keletkeznek, itt jön létre az ^{56}Ni. 3000 km után már szabadon kijut a lökés a felületre, és magával víve a nagy energiát, szétrobbantja csillagot. Szupernova robbanás láthatóvá válik.

d) Az 1987-es szupernova robbanás

A Nagy Magellán Ködben, 160 000 fényévnyire, egy 18 $M_\odot$-ű kék csillag robbant fel.
Történet:

- Első információt a ν-k hozzák, ν burst, 12 ill. 8-10 sec-on belül (függetlenül energiától $\rightarrow$ 20 eV tömeg),
- Két órával később nem látható, három órával később igen.
- Először intenzív UV, mire megfigyelik, halványodik.
- Lassú felfényesedés láthatóban 2 hónapig, aztán halványodás.
- 5 hónap után megjelenik röntgen és γ sugárzás.
- háló sugárzás korábban kilökött felmelegített burokból.
- 2 év után pulzáló jel, 2000/s, de eltűnik.

Az elméletet igazolja:

- ν kilépése neutron csillag kialakulást bizonyítja. Ennek tömege 1.4 $M_\odot$, 10^{53} erg energiát visznek el. Ennek a tizede kinetikus, százada fényenergiaként szabadul fel.
- UV sugarak bizonyítják a nagyenergiájú lökéshullámot
- Fényesség gyengülése 77 nap felezési idejű, a

$$^{56}Ni \rightarrow {}^{56}Co + e^{+} + \nu \rightarrow {}^{56}Fe + e^{+} + \nu$$

  folyamatnak megfelelően.

- Átláthatóság 5500 foknál, rekombináció, nincs e^- amin ν ütközzön.
- Mikorra a külső réteg elvékonyodik, megjelenik röntgen és γ sugárzás, és a többi elem is. Az elemgyakoriság a várt.

Érthetetlen:

- Miért kék óriás a csillag? (Kisebb csillag kevésbé fényes)
- Hol a pulzár? A kialakult neutron csillaggal mi lett?

7.6. Neutroncsillag

A szupernova robbanás után visszamaradt csillag neutroncsillag vagy fekete lyuk.
A neutroncsillag maximális tömege relativisztikus degenerált rendszer egyenleteiből:

$$m(r) = \int_0^r d^3\mathbf{r}\rho(\mathbf{r})$$

és az Oppenheimer Volkoff egyenlet (a hidrosztatikai egyensúly relativisztikus általánosítása)

$$\frac{dp(r)}{dr} = -G\frac{\left(\rho(r) + \frac{p(r)}{c^2}\right)\left(m(r) + \frac{4\pi r^3}{3}\frac{p(r)}{c^2}\right)}{r^2\left(1 - \frac{2Gm(r)}{rc^2}\right)},$$

(nem relativisztikus esetre $\frac{dp(r)}{dr} = -G\frac{m(r)\rho(r)}{r^2}$).
A csillag hőmérséklete alacsony, ν-k elviszik az energiát.

$$n \to p + e^- + \overline{\nu}, \qquad p \to n + e^+\nu.$$

Az állapotegyenletet kell meghatározni.

7.6.1. A neutroncsillag megfigyelési lehetőségei

a) *Pulzárok*
10^{12} gauss mágneses tér, rotációs és mágneses tengely nem egyezik meg. A mágneses tér irányában kilökődik az anyag: szinkrotoron sugárzás.
Megfigyelések:

1. Periódus illetve pulzusidő $\longrightarrow$ M és R ebből meghatározható.
2. Lassulási idő (megjósolták)

$$E_{rot} = \frac{1}{2}\Theta\Omega^2, \qquad \dot{E}_r = \Omega\Theta\dot{\Omega} = \frac{\Omega^2\Theta}{T}.$$

$T = \frac{\Omega}{\dot{\Omega}}$ a lassulás, Θ a tehetetlenségi nyomaték, Ω a szögsebesség .
Rák-ködre: $\Theta \approx (4.9 \pm 3.9)10^{14}\frac{g}{cm^3}, \quad M \approx (1.1 \pm 0.8)M_\odot$.

3. Felgyorsulás.
Ok:csillagrengés.
$\Omega(t) = \Omega(t) + (\Delta\Omega_0)(Qe^{-\frac{t}{\tau}} + 1 - Q)$
Belső szerkezetre lehet következtetni.
4. Felgyorsulás gyakorisága: Más a Vela és a Rák-köd esetén.

$$\frac{\Delta\Omega}{\Omega} \approx \begin{cases} 10^{-4} & \text{Vela} \\ 10^{-6} & \text{Rák} \end{cases}$$

Szerkezet, belső feszültség más.

b) *Pulzáló kettőscsillagok:*
Her X-1, M=1.33 $M_\odot$
Röntgenpulzációs periodus 1.24 s
Binér forgás 1.7 nap, látható a partner mozgásából. Relativisztikus precesszió 35 nap.

Pulzáció oka: anyag beáramlás partnertől, felmelegszik 10 millió fokra. Röntgen sugárzás.
Az akkréció 15-60-szor annyi energiát szabadít fel, mint a H fúzió. A kvazár energiája is innen van.
Vannak más pulzárok, ahol a beeső anyag felgyorsítja a forgást (600/s).
A fekete lyuk összenyomja a mágneses teret, nem lehet pulzár.

Binér rendszerben lehet röntgen pulzár vagy burst. A pulzár fiatal, nagy tömegű, partnere kék csillag, a másik öreg. Utóbbi lehet szupernova eredménye. Mágneses térerősség különböző. 59 ms pulzár és partner tömege mindegyik kb. 1.4 $M_\odot$.

Gravitációs hullámokra mérés lehetősége: ismerve a két tömeget, a binér pulzár periódusa 75 mikrosec-mal kell hogy csökkenjen évente. Mérés: $76 \pm 2ms$. Mérhetőség oka: pulzus periódus (nem orbitális) évente 0.25 ns. 50000-szer kisebb mint a Rák-ködé.

Binér rádio pulzárok is vannak. A partner fehér törpe vagy neutroncsillag, valaha röntgen binér volt, eközben felgyorsult. Van egyedülálló is. 1.56 ms, 10000-szer gyengébb mágneses tér. Partner elszakadt.

8. fejezet

Kozmológia

Newtoni program: mozgásegyenlet és kezdeti feltétel:

$$\frac{d\,y}{d\,t} = F(y), \qquad y(0) = a.$$

A kezdeti feltétel speciális, ehelyett állandó Univerzum feltevés. A mozgásegyenletek egyensúlyi megoldását kell keresni:

$$F(y_0) = 0, \qquad \frac{d\,y}{d\,t} = 0.$$

A legfontosabb paradoxonok:

1. Clausius:hőhalál. Minden intenzitásparaméter kiegyenlítődik, kémiai és termodinamikai egyensúly. Ma nincs!
2. Seeliger paradoxon: Ha gravitációs terek, erő, gyorsulás.

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho.$$

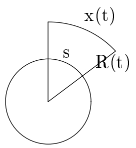
Az egyenletnek sztatikus megoldása csak r=0 esetén van. Még Einstein is keresett ilyet.

8.1. A modern kozmológia kezdetei

1. Friedman: mozgásegyenletnek nincs sztatikus megoldása. Vagy összehúzódik, vagy tágul az Univerzum.
2. 1929. Hubble törvény: az Univerzum minden irányban egyenletesen tágul. (A tágulás megoldja hőhalál problémát)
3. Fekete test sugárzás. T=2.75 K-nak megfelelő háttérsugárzás van. Meglepően egyenletes.

1. és 2. következménye:

Tegyük fel egy homogen izotróp Univerzum létezését (nagy skálán ez igaz). Ekkor



$$x(t) = sR(t), \qquad v(t) = s\dot{R}(t).$$

s állandó vetített távolság

$$v(t) = \tfrac{\dot{R}(t)}{R(t)} x(t) = H(t)x(t),$$
$$H(t_{max}) = H_0.$$

Hubble törvény:

$$v = H_0 r.$$

Távolodás során vöröseltolódás. A Wien féle eltolódási törvény szerint :

$$\lambda_{max} \sim T^{-1},$$

de az előzőekből

$$\lambda \sim R(t)$$

és így a hőmérséklet

$$T \sim R(t)^{-1}.$$

Doppler effektus van a távolodás miatt, a hullámhossz változik:

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_e} - 1 = z, \qquad \frac{\lambda_0}{\lambda_1} = \frac{R(t_0)}{R(t_1)}$$

itt λ_e a kibocsátott hullámhossz,λ_0 a mért t_0 időben.

A z Doppler eltolás arányos távolsággal. Ebből az Univerzum kora meghatározható. Amikor távolságok zérusok, az R skálafaktor zérus:

$$H_0 = \frac{9.78}{h} 10^9 \text{év}, \qquad t = H_0, \qquad 0.4 \le h \le 1.$$

A fekete test sugárzás energiasűrűsége :

$$\rho(t) = aT^4.$$

A hőmérséklet, mint láttuk $T \sim R(t)^{-1}$ így a sugárzás energiasűrűsége:

$$\rho_s \sim R(t)^{-4},$$

míg az anyagé:

$$\rho_b \sim R(t)^{-3}.$$

Ma jóval kisebb sugárzás sűrűsége, mint anyagé, valaha nagyobb volt. A korai időszakban a sugárzás dominált.

8.2. A newtoni Univerzum fejlődése

A gravitációs erő

$$F = \frac{GMm}{r^2}, \qquad M = \frac{4\pi}{3} r^3 \rho.$$

A teljes energia

$$E_{tot} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{GMm}{r} - \frac{1}{2} m r^2 \left[H(t)^2 - \frac{8\pi}{3} G\rho \right] \lesseqgtr 0.$$

Az energia negatív illetve pozitív értéke meghatározza az Univerzum tágulását. A kritikus sűrűség :

$$\rho_{krit} = \frac{3H^2}{8\pi G} \sim (4-16) \cdot 10^{-27} \frac{kg}{cm^3},$$
$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_{krit}}.$$

($\rho_{krit} = 5 \frac{H\,atom}{m^3}$, nagyon jó vákuumban $2 \cdot 10^{11} \frac{molekula}{m^3}$).

Az energia átírható sebesség korábbi definiciójával. Bevezetve a $k = -\frac{2E_{tot}}{ms^2}$ kifejezést:

$$k = R(t)^2 \Big[\frac{8\pi}{3} G\rho(t) - H^2(t) \Big],$$

azaz m-től és x-től független egyenletet kapunk. Ha k=0, a differenciál egyenlet könnyen megoldható. Ha az anyagsűrűség dominál:

$$\rho \sim R^3, \qquad \frac{\dot R^2}{R^2} = \frac{8\pi}{3} G\rho, \qquad \dot R^2 \sim \frac{1}{R}, \qquad R(t) \sim t^{\frac{2}{3}},$$

$$H(t) = \frac{2}{3} t, \qquad \Longrightarrow \tau = \frac{3}{2} H_0,$$

és megkaptuk $R(t)$ időfüggését.
Sugárzásos esetben az egyenlet megoldása

$$\rho \sim R^{-4}, \qquad \frac{\dot R^2}{R^2} \sim R^{-4}, \qquad R(t) \sim t^{\frac{1}{2}},$$

$$\frac{\dot\rho_s}{\rho_s} = -4\frac{\dot R}{R} \sim \sqrt{\frac{8\pi}{3} G\rho_s}, \qquad \rho_s(t) = aT^4, \qquad \rho_s \sim \frac{1}{t^2},$$

és a hőmérsélet időfüggése

$$T(t) \sim t^{-\frac{1}{2}}.$$

Az Univerzum tágulása lassul, ahogy az előzőkből látható.
Az energiasűrűség $\varepsilon(t) = \rho(t)c^2$ és így a $V(t) = V_0 R^3(t)$ térfogatban az energia:

$$E(t) \sim \rho(t)V(t).$$

A tágulás során a rendszer munkát végez:

$$dE = -pdV, \qquad E = -3\frac{\dot R}{R}\rho(t)V(t).$$

Ebből megkaphatjuk egy ideális gázra a sűrűség valtozását:

$$\rho dV + V d\rho = -pdV,$$

$$\dot\rho = -(\rho + p)\frac{\dot V}{V} = -3(\rho + p)\frac{\dot R}{R},$$

$$\dot\rho = -3\frac{\dot R}{R},$$

$$\dot R^2 = \frac{8\pi}{3} G\rho R^2,$$

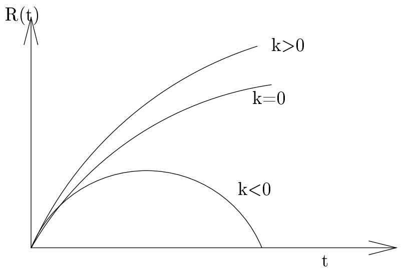
$$2\dot R \ddot R = \frac{8\pi}{3} G\big(\dot\rho R^2 + 2R\dot R\rho\big),$$

$$\ddot R = -\frac{4\pi}{3} G\rho(t)R(t).$$

Az Einstein egyenleteket használva az első egyenlet, ami az energia megmaradást írja le, változatlan.

$$\dot R(t)^2 = -k + \frac{8\pi}{3} G\rho R^2$$

k különböző értékei a különböző tágulási módoknak (elliptikus, parabolikus, hiperbolikus) felelnek meg (hasonlóan, mint a bolygómozgásnál a pálya).



A második egyenlet relativisztikus esetre módosul

$$\ddot R = -\frac{4\pi}{3} G(\rho + 3p)R,$$

ami

$$dE + pdV = 0$$

alakban írható egyszerű esetre. Ez az egyenlet az adiabatikus tágulást írja le. Ha a nyomás nem zérus az energiaváltozás sem az.
Az Univerzumban nincs energia megmaradás!
Ha R csökken, E és M nő,

$$M \sim \rho \sim \frac{1}{R^3},$$

$$E \sim M.$$

Finom egyensúly, nehéz létrehozni $\frac{E_{kin}}{E_{pot}} \to 1 - t$.
Ha

$$\frac{E_{kin}}{E_{pot}} - 1 \sim \begin{cases} 10^{-4} & T \sim 1 \quad eV, \\ 10^{-16} & T \sim 1 \quad MeV, \\ 10^{-20} & T \sim 100 \quad MeV, \\ 10^{-50} & T \sim 15 \quad GeV. \end{cases}$$

$P \to 0$ esetén M és R ellentétesen változik, visszafele haladva $\frac{M}{R}$ nő, E_{pot} nő, $\frac{E_{kin}}{E_{pot}} \to 1$ nő. Ez egy kezdeti feltétel probléma. Megoldható, ha feltesszük, p nem mindig pozitív. (Ilyen van nehézion reakciókban is, instabilitás)

A negatív p jelentésének megértéséhez nézzük általában p jelentését. Bevezethetjük az effektív tömeget:

$$\ddot R = -\frac{4\pi}{3} G(\rho + 3p)R = -\frac{G\tilde M_{eff}}{R^2}$$

$$\tilde M_{eff} = \frac{4\pi}{3} R^3(\rho + 3p)$$

Kezdeti forró Univerzumban a sugárzás $p = \rho/3$.

$$\tilde M_{eff} = 2M$$

Negatív nyomás gravitációsan kompenzálja a tömegsűrűséget (antigravitáció), gyorsulás $\to 0$. Tömeg termelődik, éppen úgy hogy $\frac{M}{R}$ állandó legyen.
Nem csak megállítani lehet a fékeződést, de megfordítani is. Ha feltesszük, hogy

$$p = -\rho$$

$$\frac{GM}{R} \sim R^2, \qquad R \sim e^{\alpha t}, \qquad \tilde M_{eff} = -2M.$$

Ilyenkor $p+\rho=0$ (legnegatívabb lehetséges nyomás) A speciális kezdeti feltételt kezdeti negatív nyomás szükségtelenné teszi.

8.3. Extrapoláció vissza

Húzzuk össze Univerzumot. Kék eltolás

$$T=(1+z)T^0, \qquad \begin{matrix} fotonra: \\ E_{sug}\sim(1+z)^4E_0 \end{matrix}.$$

A hőmérséklet, sugárzásos energia illetve nyugalmi energia változása az összehúzódás során:

$$E_m\sim(1+z)^3E_0.$$

- $z=1500$, $T=4000K$ – A hidrogén atom ionizálódik. Korábban plazma volt, A compton szórás miatt egyensúly van elektron és foton közt. Minden szerkezet foton szórásban ekkor keletkezik, a háttérsugárzásból ezt az időpontot figyeljük meg.
- $z\sim10^9$, $T\sim3\cdot10^9K$ – ekkor $\sim MeV$ nagyságrendű fotonok, szétverik magot. A mai elemek itt keletkeznek. Korábban csak nukleonok voltak.
- $z\sim3\cdot10^9$, $T\sim10^{10}K$ – párkeltés. Termodinamikai egyensúly e^-,e^+,γ között. A részecske sűrűség itt még tipikus laboratóriumi sűrűség.
- $z\sim10^{13}$, $T\sim3\cdot10^{13}K$ – antirészek keletkezése. A teljes sűrűség még mindig kisebb mint ρ_n

Még tovább visszamenve történt a kvarkanyag keletkezése. Az Univerzum nukleáris fejlődése (amikor még a magfizika fontos) akkor kezdődik, amikor a barionok megjelennek.

A részecskék egyensúlyban vannak a sugárzással nagy energián. Amíg $mc^2\sim E$, ugyanolyan gyakoriak, mint a fotonok, mert keletkezni tudnak.

$$2\gamma\leftrightharpoons x+\overline{x}.$$

Protonok és neutronok addig vannak egyensúlyban, amíg a kölcsönhatás erős, át tudnak alakulni egymásba.

$$n+\nu\leftrightharpoons p+e^-,$$

10^{15} K körül ez gyakori folyamat. Amikor ν kifagy

$$\frac{[n]}{[p]}=e^{-\frac{\Delta mc^2}{kt}}.$$

Kb. 10^{10} K-nél a gyenge kölcsönhatás ideje hosszabb mint az Univerzum addigi kora (1s), utána a neutronok már csak bomlanak, illetve magokba rendeződnek. Könnyű magok ($D,^3He,^4He,^7Li$) keletkeznek.
Viszony és számok, amiket ma látunk, Ω értékétől függ. ^4He eléggé független $(2.15/115)\sim25\%$.
A könnyű elemek gyakorisága megmondja, mennyi barionos anyag van az Univerzumban.

Mindezek a jelenségek (nukleoszintézis, háttérsugárzás, stb.) bizonyítják a Big-Bang-et.

8.4. Big Bang modell

Feltevések:

1. A fizikai törvények nem változtak (állandók változhatnak) .

2. Forró, egyenletes gáz van az Univerzumban, termikus egyensúly .
3. Gáz és tér együtt fejlődik .
4. Az anyag állapotában és a sugárzásban bekövetkező változások olyan simák, hogy az Univerzum termodinamikai fejlődésében nem játszanak szerepet.
5. Az Univerzum nagy skálán homogén: nincs él és közép.

Következmények mára vonatkozóan

1. Tágulás, vöröseltolódás.
2. Mikrohullámú háttérsugárzás (fekete test).
3. p, α és egyéb könnyű elemek viszonya.

A sikerek mind az első másodperc után vannak csak!
A problémák mind a kezdeti feltételből jönnek:

1. A háttérsugárzásban fotonoknál izotrópia van, ami termikus egyensúlyt jelent. Ma ez nincs. Hogyan jött ki az Univerzum a termikus egyensúlyból?
2. A horizontalitás problémája: az okság elve miatt az Univerzum egyes részei soha nem lehettek kapcsolatban a γ sugárzás kibocsátásakor, mégis a γ sugárzása nagyon síma. Horizont távolság: az a maximális távolság, amit a fény megtehetett az Univerzum kezdete óta. Uniformalitás kezdeti feltétel !?
3. Nagyon speciális kezdeti feltételek szükségesek az anyageloszlásra. $\Omega\sim1$ az indulás, de attól kicsit eltérő. Simaság!
4. $\frac{[p]}{[\gamma]}\sim10^{-8}$ Hogyan jött ki egy ilyen arány?
5. A galaxisok (nagy méretű struktúrák) keletkezése nem magyarázható meg.
6. Az antianyag hiánya
7. Távolodásnál $E_{kin}\sim E_{pot}$. Miért?

A kérdések egy részére a GUT tud választ adni .

Big-bang időskála

Idő	Hőmérséklet	Energia	Lehetséges jelenség
10^{-43} s	10^{32} K	10^{19} GeV	Kvantum gravitáció
10^{-37} s	10^{29} K	10^{16} GeV	Erős, elektromágneses és gyenge kölcsönhatás egyesítve
10^{-33} s	10^{27} K	10^{14} GeV	Az anyag predominanciája az antianyag felett
10^{-9} s	10^{15} K	10^{2} GeV	A gyenge kölcsönhatás leválik
10^{-2} s	10^{13} K	1 GeV	A kvarkokból kialakul a p és a n
100 s	10^{8} K	10^{-4} GeV	Nukleonok kötődése: He, D kialakulása
10^{6} év	10^{3} K	0.1 eV	Fotonleválás, a háttérsugárzás eredete
10^{10} év	3 K	10^{-3}eV	Galaxisok kialakulása
$\sim10^{32}$ év	?	?	Az anyag szétporlad vagy gravitációs kollapszus

8.5. Az élet kialakulásának és az interstelláris közlekedésnek feltételei

Az élet kialakulásának a feltételeit nehéz pontosan meghatározni, bizonyos alapvető szükségleteket azonban a körülményeknek ki kell elégíteniük. Ezek röviden összefoglalva a következőek.

a) A víz folyékony fázisban való jelenléte. Ez a feltétel ugyanis valószínűleg a strukturák képződésére vezető kémiai reakciók alapja. A kémiai kötések többfélék lehetnek, de a legbonyolultabb fehérjemolekulák hidrogén kötéssel kötődnek, ezek kialakulásához víz kell. Jóval zérus fok alatti hőmérsékleten a hidrogénkötés létrejötte szilárd jégoldatban túlságosan lassú folyamat, magas hőmérsékleten viszont a struktúra elbomlik.

b) Ne legyen koncentrált szabad áram (ionizáló sugár stb.) jelen, amely a komplex strukturákat elbontja. Szükség van olyan védelemre, amely a világűr sugárzása nem hatolhat át akadály nélkül. A Föld körül ilyen védelmet a levegő réteg jelent.

c) Az élet kialakulása lassú, milliárd éves folyamat. Szükséges, hogy annyi időn át av élethez szükséges hőmérséklet legyen a bolygón, amely nem változhat túlságosan pl. Napközel-Naptávol vagy hasonló okok miatt.

Ez a három követelmény nem tűnik túlságosan soknak, mégis erősen megszorítja, mely csillag bolygóján kereshetünk életre alkalmas körülményeket. Ezek a megszorítások a következőek:

A) A csillag nem lehet kettős csillag. Kettős csillag esetén a bolygó olyan hosszan elnyúlt ellipszispályán kering, hogy napközelnaptávolban túl nagy a hőmérsékletkülönbség. A csillagok 60 %-a kettős csillag, a c) követelmény ezeket automatikusan kizárja.

B) A csillag nem lehet túlságosan nagy, ekkor ugyanis a csillag gyorsan fejlődik, a hidrogén-hélium égés túl gyorsan megy végbe, emberi élet kialakulására nem elég a bolygón az idő, legfeljebb primitív élet várható.

C) A csillag nem lehet túlságosan kicsiny, ekkor ugyanis kicsi körülötte az a bioszféra, ahol az élet kialakulására alkalmasak a körülmények és kicsi annak a valószínűsége, hogy ebben a tartományban egy bolygó van.

D) A Naprendszeren belül az impulzusmomentum 99, 5 %-át a bolygók képviselik, fiatal csillagok impulzusmomentuma viszont magára a csillagokra koncentrálódik, ezeknek feltehetőleg nem volt még idejük bolygót létrehozni vagy befogni maguk köré. Olyan csillagot kell tehát keresnünk, amelynek kicsi az impulzusmomentuma.

Mindezek a követelmények eléggé lecsökkentik azon csillagok számát, ámelyek körül keringő bolygókon feltételezhetjük, hogy élet van. A hozzánk legközelebbi olyan csillag, amely a fenti körülményeket mind kielégíti, a 10 fényévre levő Tau Ceti.

Az emberiségnek régi vágya a csillagok közt utazni, és mióta a világűrbe rakétán emberek utaznak, természetesnek tűnik az a feltevés, hogy nemsokára más emberiségek lakóit keresik fel interstelláris rakétáink. A probléma azonban nem ilyen egyszerű. Ha az interstelláris térben könnyű lenne utazni, várható, hogy más csillagok bolygóiról fejlettebb emberiségek meglátogatták volna már a Földet. Bár sokan látják a repülő csészealjakat és a "Jövő Emlékei"-ben próbálták bizonygatni, hogy bizonyos jelenségeket csak magasabb fejlettségű lények csinálhatták a Földön, a helyzet az, hogy az a tény, hogy erre egyetlen konkrét bizonyítékunk sincs, a dolgot teljesen valószínűtlenné teszi. Senki sem gondolhatja komolyan azt, hogy a Földre került fejlettebb lények pont a Húsvét szigeteken primitív kőoszlopok faragásával és elszállításával foglalkoztak volna. Amíg viszont az ősemberek által használt eszközöket mindenütt megtaláltuk, magasabbrendű fejlettséget bizonyító eszközöket mint pl. egy kilövőhely elemeit, nem sikerült találnunk. Ha viszont más emberiség nem járt még a Földön, az vagy azért van, mert kiesünk az interstelláris utazások fő irányvonalából, vagy azért, mert csakugyan elvi és nem technikai nehézségek merülnek fel ezzel kapcsolatban.

Ha valaki a Tau Cetire akarna eljutni, 20 fényév távolságnyi utat kell oda vissza megtennie. Ha a rakéta fénysebesség felével halad, akkor is 40 év: egy emberélet. Ezalatt a normális élet körülményeit kell biztosítani, azaz családalapításra, táplálék előteremtésére, gyógykezelésre, tiszta ruhanemű felvételére stb. mind mind gondolni kell. Mekkora lehet az a rakéta, amelyik mindehhez elegendő anyagot visz magával, 8-10 ember életlehetőségeit biztosítja 40 évre ? Es ezt a nagy tömeget olyan nagy energiával kell fellőni, hogy a Föld vonzóerejének és a Naprendszer vonzóerejének elhagyása után a sebessége még mindig a fénysebesség fele legyen. Erre valószínűleg a Föld egész ismert energiakészlete nem lenne elegendő. De tegyük fel, hogy a rakétát kilőttük ilyen sebességgel: hogyan lassul azután le a Tau Ceti terébe érve? Az biztos, hogy az ehhez szükséges energiát már nem viheti magával és ha az útja közben talált interstelláris anyagot 100 %-osan energiává alakítja át, akkor sem elég erre az energiája. Az egyetlen elfogadható magyarázat az, hogy a fogadó bolygó kell, hogy lelassítsa a rakétát. Jelen tudásunk szerint ugy tűnik, hogy az interstelláris közlekedés elengedhetetlen feltétele az interstelláris beszélgetés.

Az interstelláris beszélgetést a Föld már megkezdte. Hatalmas adók próbaképpen rendszeresen surágozták a Tau Ceti felé fordulva a legalacsonyabb prímszámokat egymás után. Ki tudja? Talán húsz év múlva választ kapunk rá.