

# Környezeti áramlások

Tél Tamás

ELTE, Elméleti Fizikai Tanszék, Budapest

KÉZIRAT

Megjegyzések, javaslatok, ábrákkal kapcsolatos észrevételek, stb.  
a [tel@general.elte.hu](mailto:tel@general.elte.hu) címre küldendő.

2003. július



# Contents

<b>Bevezetés</b>	<b>ix</b>
<b>I Alapismeretek</b>	<b>1</b>
<b>1 Forgatott homogén közegek áramlása</b>	<b>3</b>
1.1 A Rossby-szám . . . . .	4
1.2 A Coriolis-hatás . . . . .	6
1.3 A Rossby-szám kicsinységének jelentése . . . . .	8
1.4 A hidrodinamikai mozgásegyenlet . . . . .	9
1.5 A dimenziótlan alak . . . . .	11
1.6 Dinamikai nyomás . . . . .	13
1.7 Gyorsan forgatott folyadék . . . . .	14
1.7.1 Oszlopos áramlás, a Taylor–Proudman-tétel . . . . .	14
1.7.2 A geosztrofikus egyensúly . . . . .	16
1.8 A kvázigeosztrofikus közelítés . . . . .	20
1.9 Tehetetlenségi körmozgás . . . . .	21
1.10 Tehetetlenségi hullámok . . . . .	22
1.10.1 Síkhullám megoldás . . . . .	22
1.10.2 Fázis-, és csoportsebesség . . . . .	25
<b>2 A sekélység hatása</b>	<b>29</b>
2.1 A forgatott sekély folyadék egyenletei . . . . .	31
2.2 A dimenziótlan egyenlet . . . . .	34
2.3 A potenciális örvényesség megmaradása . . . . .	35
2.4 Gyorsan forgatott sekély folyadék: a geosztrofikus egyensúly . . . . .	37
2.5 Kvázigeosztrofikus mozgás: a Rossby-hullám . . . . .	39
2.5.1 Szemléletes kép . . . . .	39
2.5.2 Lineáris elmélet . . . . .	41
2.6 Szabad felszínű Rossby-hullámok . . . . .	43
2.7 A kvázigeosztrofikus egyenlet . . . . .	46
2.8 Tehetetlenségi gravitációs (Poincaré-) hullámok . . . . .	47
2.9 Kelvin-hullámok . . . . .	49
2.10 Nemlineáris felszíni hullámok, szolitonok . . . . .	52

<b>3</b>	<b>A görbület hatása</b>	<b>57</b>
3.1	Földrajzi koordináták, a lokális rendszer . . . . .	59
3.2	Az $f_0$ -sík közelítés . . . . .	61
3.3	A $\beta$ -sík közelítés . . . . .	62
3.4	A Sverdrup-összefüggés . . . . .	64
3.5	Planetáris hullámok . . . . .	65
3.6	Az általános légköri zónális áramlásai . . . . .	67
3.7	Rossby-hullámok zónális áramlásban . . . . .	68
3.8	A domborzat hatása zónális áramlásokra . . . . .	69
	3.8.1 Geosztrofikus közelítés . . . . .	69
	3.8.2 Nemgeosztrofikus eset . . . . .	70
	3.8.3 Alkalmazások . . . . .	72
3.9	Domborzati egyenetlenségek által gerjesztett Rossby-hullámok . . . . .	73
	3.9.1 Szemléletes kép . . . . .	73
	3.9.2 Lineáris elmélet . . . . .	74
3.10	Partra merőleges áramlások, nyugati peremáramlatok . . . . .	75
3.11	A kvázigeosztrofikus egyenlet a $\beta$ -síkon . . . . .	77
<b>4</b>	<b>A viszkozitás hatása</b>	<b>79</b>
4.1	Az Ekman-szám . . . . .	81
4.2	Az Ekman-féle határréteg . . . . .	82
	4.2.1 Szemléletes kép . . . . .	82
	4.2.2 A gyorsan forgatott határeset . . . . .	83
	4.2.3 Peremfeltételek . . . . .	85
4.3	Az alsó határréteg . . . . .	86
	4.3.1 A sebességeloszlás . . . . .	86
	4.3.2 Az Ekman-pumpálás . . . . .	87
	4.3.3 A felpörgetési idő . . . . .	88
4.4	A felső határréteg . . . . .	89
	4.4.1 A sebességeloszlás . . . . .	89
	4.4.2 Az Ekman-transzport, fel- és leáramlások . . . . .	91
	4.4.3 Ekman-pumpálás, nyírás okozta örvényességváltozás . . . . .	93
4.5	A sekélyfolyadék egyenletek szélnyírással . . . . .	95
4.6	A szélhajtotta óceán . . . . .	96
	4.6.1 Általános megfontolások . . . . .	96
	4.6.2 Egyszerű óceánmodell . . . . .	97
<b>5</b>	<b>Rétegzett közegek áramlása</b>	<b>101</b>
5.1	Folyadékok rétegzettsége . . . . .	103
5.2	A Brunt–Väisälä-frekvencia . . . . .	105
5.3	A hidrodinamikai egyenletek kis sűrűség-ingadozás esetén, a Boussinesq-kö- zelítés . . . . .	107
5.4	A hidrodinamikai egyenletek függőleges rétegzettség esetén . . . . .	108
5.5	A dimenziótlan alak, a belső Froude-szám . . . . .	109

5.6	Analógia a forgatott folyadékkal . . . . .	110
5.7	Belső hullámok . . . . .	111
5.7.1	Síkhullám megoldások . . . . .	111
5.7.2	Fázis és csoportsebesség . . . . .	112
5.7.3	A törési törvény, elhajlás, inverzió . . . . .	114
5.8	Hegy mögötti hullámok (lee waves) . . . . .	118
5.8.1	Szemléletes magyarázat . . . . .	118
5.8.2	Lineáris elmélet . . . . .	120
5.9	Belső hullámok sekély folyadékban, normálmódusok . . . . .	121
5.10	Kétrétegű közegek . . . . .	123
5.10.1	Kétrétegű sekélyfolyadék-dinamika . . . . .	123
5.10.2	Belső hullámok két közeg határán . . . . .	124
5.10.3	Megjegyzések . . . . .	126
5.11	A redukált sekélyfolyadék-modell . . . . .	127
5.12	Szuperkritikus áramlások . . . . .	128
5.13	A hidraulikus ugrás és a torlópólya (bore) jellemzése . . . . .	130
5.14	Gravitációs áramlatok . . . . .	133
5.15	Belső szolitonok . . . . .	135
5.16	Kelvin–Helmholtz-(KH)-instabilitás . . . . .	137
5.16.1	Szemléletes kép . . . . .	137
5.16.2	Lineáris stabilitásvizsgálat . . . . .	139
5.17	Termikus konvekció . . . . .	141
<b>6</b>	<b>A forgatás és rétegzés együttes hatása sekély folyadékokra</b>	<b>145</b>
6.1	A forgatott kétrétegű sekély folyadék egyenletei . . . . .	147
6.2	A folytonos rétegzettségű forgatott sekély folyadék egyenletei . . . . .	149
6.3	Hullámok forgatott kétrétegű sekély folyadékban . . . . .	150
6.4	Hullámok állandó függőleges rétegzettségű forgatott, sekély folyadékban . . . . .	153
6.5	Geosztrofikus egyensúly kétrétegű sekély folyadékban . . . . .	157
6.6	Frontok forgatott rendszerekben, a Margules-összefüggés . . . . .	159
6.7	A geosztrofikus egyensúly beállása . . . . .	162
6.8	Geosztrofikus egyensúly folytonos rétegzettségű folyadékban . . . . .	164
6.8.1	A termikus áramlás . . . . .	165
6.8.2	A Golf-áramlat gyűrűinek forgása . . . . .	167
6.9	Rossby-hullámok kétrétegű közegekben: szemléletes kép . . . . .	168
6.10	A kvázigeosztrofikus egyenlet kétrétegű közegekben . . . . .	169
6.11	Lineáris Rossby-hullámok kétrétegű közegekben . . . . .	170
6.12	A baroklin instabilitás: szemléletes kép . . . . .	171
6.13	A baroklin instabilitás kétrétegű közegekben . . . . .	174
6.14	A baroklin instabilitás kísérleti kimutatása . . . . .	177

<b>7</b>	<b>Turbulencia</b>	<b>181</b>
7.1	Az átlagolt hidrodinamikai egyenletek . . . . .	183
7.2	A turbulens határréteg . . . . .	185
7.3	A logaritmus sebességprofil . . . . .	187
7.4	Turbulencia rétegzett közegekben . . . . .	188
7.5	Könnyű közegek turbulens áramlása . . . . .	190
7.5.1	Termikék . . . . .	190
7.5.2	Turbulens csóvák (plume-ok) . . . . .	192
7.6	A turbulens határréteg rétegzett közegben. . . . .	193
7.7	Homogén, izotróp turbulencia . . . . .	196
7.7.1	Háromdimenziós turbulencia . . . . .	198
7.7.2	Kétdimenziós turbulencia . . . . .	200
7.7.3	Geosztrofikus turbulencia . . . . .	204
<b>II</b>	<b>Kiegészítő olvasmányok</b>	<b>207</b>
<b>8</b>	<b>Forgatott homogén közegek áramlása</b>	<b>209</b>
8.1	Az örvényvektor egyenlete . . . . .	209
8.2	A cirkuláció változása . . . . .	210
<b>9</b>	<b>A sekélység hatása</b>	<b>213</b>
9.1	Kvázigeosztrofikus dinamika a sekélyfolyadék egyenletekből . . . . .	213
9.2	Hullámok döntött aljzatú sekély folyadékban . . . . .	214
9.3	Szolitonok és a KdV-egyenlet . . . . .	215
<b>10</b>	<b>A görbület hatása</b>	<b>221</b>
10.1	Nyugati peremáramlatok a kvázigeosztrofikus egyenletből . . . . .	221
10.2	Egyenlítői dinamika . . . . .	222
10.2.1	Az egyenlítői $\beta$ -sík és Rossby-sugár . . . . .	222
10.2.2	Egyenlítői Kelvin-hullámok . . . . .	222
10.2.3	Egyenlítői Poincaré- és Rossby-hullámok . . . . .	223
10.3	Gömbi hidrodinamika . . . . .	226
10.3.1	Gyorsulások gömbi koordinátákban . . . . .	226
10.3.2	Hidrodinamika a forgó Földön . . . . .	228
<b>11</b>	<b>A viszkozitás hatása</b>	<b>229</b>
11.1	Ekman-transzport az alsó határrétegben . . . . .	229
11.2	A Stommel-modell . . . . .	230
11.3	A viszkózus folyadék kvázigeosztrofikus egyenlete . . . . .	232
11.4	A viszkozitás hatása a Rossby-hullámokra . . . . .	233
11.5	Viharhullámok . . . . .	234

<b>12 Rétegzett közegek áramlása</b>	<b>237</b>
12.1 Állóhullámok, tólagások (seiche)	237
12.2 Kettős diffúziós konvekció	239
12.2.1 Általános megfontolások	239
12.2.2 A kettős diffúziós konvekció egyenletei	244
12.3 A potenciális sűrűség és potenciális hőmérséklet	244
<b>13 A forgatás és rétegzés együttes hatása sekély folyadéokra</b>	<b>251</b>
13.1 Partmenti feláramlások	251
13.2 A kvázigeosztrofikus egyenlet folytonos függőleges rétegzettségű közegben	253
13.3 Rossby-hullámok folytonos rétegzettség esetén	256
13.4 A baroklin instabilitás folytonos rétegzettségű közegben	259
<b>III Függelék</b>	<b>263</b>
<b>14 Összefoglalás</b>	<b>265</b>
14.1 A természetes közegek anyagi paraméterei	265
14.2 A mozgásegyenletek	266
14.3 Dimenziótlán számok	270
14.4 Közelítések	271
14.5 Hullámtípusok	272
14.6 Jellegzetes távolságok	274
14.7 Irodalom	275





# Bevezetés

*Környezeti áramlás természetes közegeink, a levegő és a víz bármilyen, nagy anyagmennyiséget érintő mozgása. E jelenségekkel az emberi léptéknél jóval nagyobb, kilométeres vagy annál hosszabb távolságkála társul, mely gyakran akár a több 1000 km-t is elérheti, azaz összemérhetővé válhat a Föld sugarával. A környezeti áramlásokkal kapcsolatos térbeli struktúrák jól megfigyelhetők műholdfelvételeken. Példaként egy ciklon örvénylő felhőrendszerét, ill. a Golf-áramlatot és gyűrűit láthatjuk az 1., 2. ábrákon.*

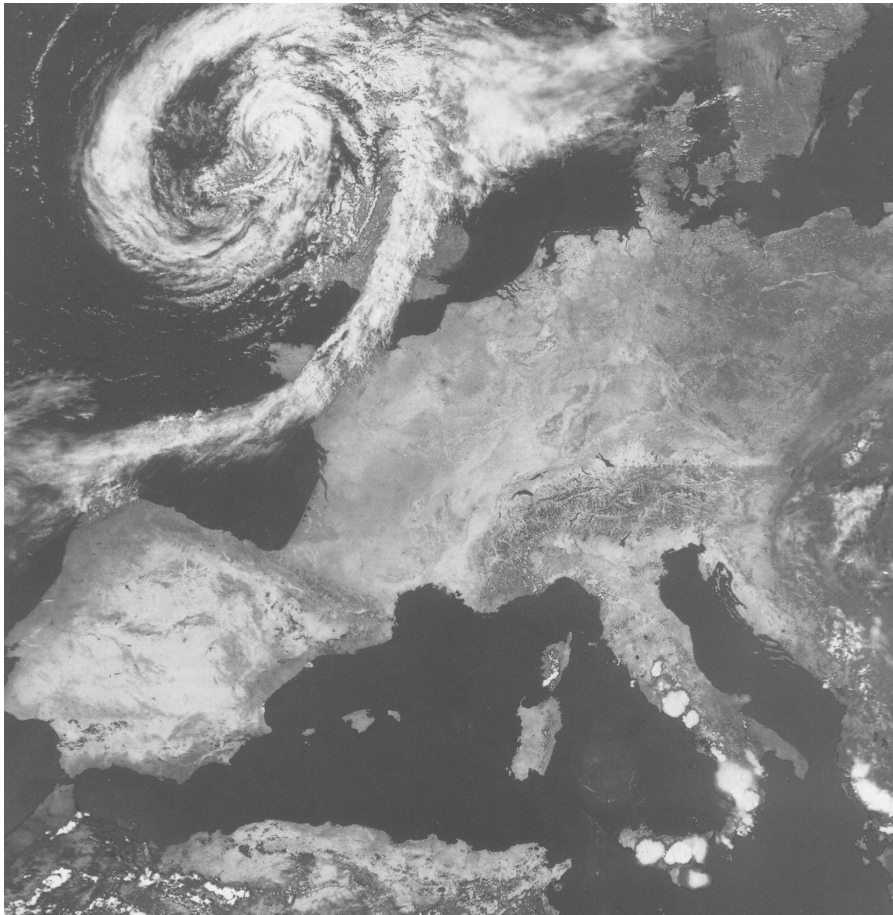
*Az áramlásokhoz tartozó időskála még bőven emberi léptékű: óra, esetleg nap nagyságrendű. Ebből adódik az egész jelenségkör egyik érdekessége: általunk jól megfigyelhető és érzékelhető időbeli változásokkal jár, annak ellenére, hogy az áramlás térbeli viszonyairól, a nagy méretek miatt nem lehet közvetlen tapasztalatunk. Nem kétséges, hogy a környezeti áramlások is a hidrodinamika témaköréhez tartoznak, csak más távolság- és időskálán, mint a szokásos, laboratóriumi hidrodinamika jelenségei, melyek kiterjedése méter nagyságrendű, és időben néhány másodperc, illetve perc alatt zajlanak le.*

*Történetileg a légkör és az óceánok dinamikájának vizsgálata két külön tudomány, mai nevükön a dinamikus meteorológia és a fizikai óceanográfia keretében kezdődött meg a XX. század elején. A 30-as, 50-es években már alapvető jelentőségű felismerések születtek. Ezekhez feltűnően nagy számú skandináv tudós járult hozzá, részben a sarkkutató expedíciók eredményei által vezérelve. A korai eredmények azonban jelentőségük ellenére nem kerültek be a fizikusi köztudatba. A 60-as években kezdődött meg annak a felismerése, hogy a dinamikus meteorológia és a fizikai óceanográfia hidrodinamikai része között igen erős az átfedés. Ez annak tulajdonítható, hogy számos fontos jelenség független az áramló közeg anyagi összetételétől. A légkör és a vizek áramlását, és ezek közös vonásait leíró tudomány a geofizikai folyadékdinamika (GFD) nevet kapta, melyre az utóbbi időben egyre gyakrabban alkalmazzák a környezeti áramlások fizikája elnevezést is. A leírt jelenségek univerzálisak, azaz más környezetben is előfordulhatnak, így pl. más bolygók légkörében vagy a Föld magjában.*

*A hagyományos laboratóriumi hidrodinamikával szemben a környezeti hidrodinamika legfontosabbak új vonásai:*

- *forgó rendszerhez kötött, ezért a dinamikai leírásban a tehetetlenségi erők, elsősorban az eltérítő erő, a Coriolis-erő jelenléte alapvető,*
- *rétegzett rendszer, melyben az egyes, közel vízszintes rétegek különböző sűrűségűek,*
- *sekélyfolyadék rendszer, melynek mélysége sokkal kisebb vízszintes méreténél (hiszen a légkör legfontosabb alsó rétege, a troposzféra, és az óceánok átlagos vastagsága csak néhány km),*
- *gömbi rendszer, melyben a nagyskálájú jelenségek szempontjából a Föld görbülete nem hanyagolható el.*

*A környezeti áramlások fent említett vonásai számos olyan jelenségre vezetnek, melyek a hagyományos hidrodinamikában elképzelhetetlenek. Ilyen például az a tény, hogy az áramlások nem*

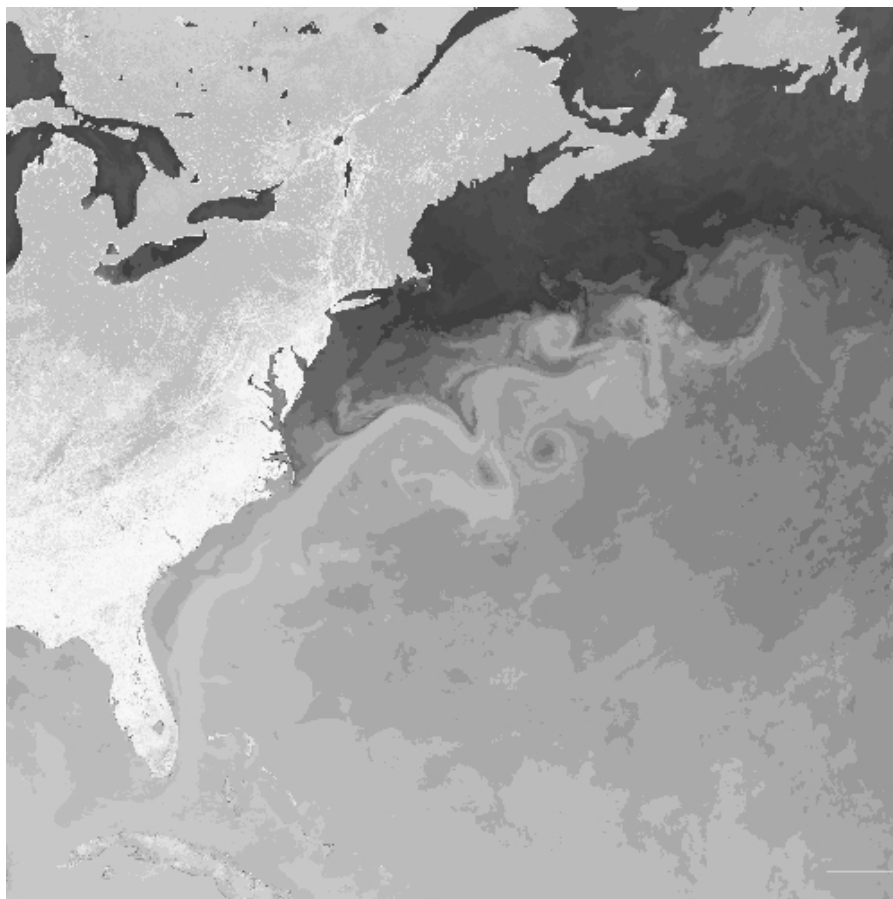


**1 ábra:** Nagyskálájú környezeti áramlás a légkörben. Űrhajófelvétel egy Nagy-Britannia feletti ciklon felhőrendszeréről, melyben a légtömegek az óramutató járásával ellentétes (pozitív) irányban forognak [European Space Agency, Ahrens].

*a nyomáskülönbség irányába, hanem arra közel merőlegesen zajlanak. Néhány nap periódusidejű és több országnyi kiterjedésű hullámok is kialakulhatnak, melyek a légkörben időjárásunk elsődleges alakítói. A felszín közelében a sebességvektor nemcsak nő, hanem el is fordul a magassággal. Az óceáni víztömegek nem a szél irányába, hanem arra merőlegesen mozdulnak el. A sűrűségkülönbség következtében kívülről láthatatlan belső hullámok alakulnak ki, és a frontokban jelentős sebességugrás figyelhető meg a frontvonallal párhuzamosan is! Szinte minden nagy jelenségkör kapcsán előbb-utóbb nemlineáris hatásokkal találkozunk (külső és belső szolitonok, torlópulver, hidraulikus ugrás). Ezekkel instabilitások társulnak, melyek mind a turbulencia felé vezetnek, s nagy skálán a kétdimenziós turbulencia jellegzetességeit mutatják, melyben az örvények egyre nagyobbakká olvadnak össze.*

*A környezeti áramlások iránti érdeklődés nemzetközi szinten állandóan erősödik. Ez nemcsak annak tulajdonítható, hogy egyre erősebb a társadalmi igény a környezeti problémák kezelésére, hanem annak is, hogy egy új tudományág, a nemlineáris dinamika jelentős szerepet játszhat a jelenségek megértésében. Példaként csak a szennyezések terjedése során előforduló fonalas, önhasonló mintázatokat említjük, melyek a kaotikus rendszerek fraktál tulajdonságai által válnak magyarázhatóvá. Ebben az új szemléletben a környezeti áramlások vizsgálata a hidrodinamika és a dinamikai rendszerek fizikájának együttes alkalmazását jelenti.*

*Ezen összetett jelenségkör leírása óhatatlanul közelítésekben alapszik. Így van ez annak ellenére, hogy a hidrodinamikai egyenletek egzaktul ismertek, hiszen nemlinearitásuk miatt általános*



**2 ábra:** Nagyskálájú környezeti áramlás az óceánban. Műholdfelvétel a Golf-áramlatról. Miután elhagyja az amerikai kontinenst, az áramlat kígyózó (meanderező) alakzatot vesz fel, melyről mintegy 100 km átmérőjű, s több évig is jól azonosítható gyűrűk szakadnak le. Közülük az áramlástól délre szakadók a környezetüknél hidegebbek és pozitív forgásúak (ciklonálisak), az északiak pedig melegek és negatív forgásúak (anticiklonálisak) [rs.gso.uri.edu/amy/eastcoast\_june84.gif].

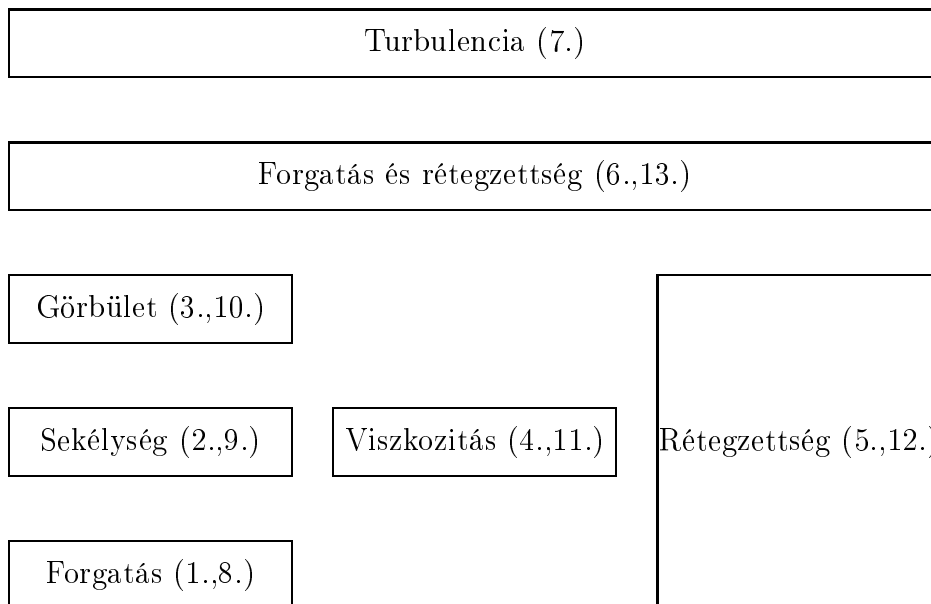
*megoldásuk reménytelen. A környezeti áramlások fizikája így jó példa egy komplex probléma természettudományos megközelítésére, mely megfigyelésen, a számadatok ismeretén, egyszerűsített elméleti leíráson, modellalkotáson, a modell érvényességi körének meghatározásán, majd a tapasztalathoz igazodó finomításán alapul.*

### **Hogyan olvassuk a jegyzetet?**

*A jegyzet többféleképpen olvasható. Azok számára, akik gyors kvalitatív áttekintést szeretnének kapni a jelenségköréről, az első hét nagy fejezet dőlt betűvel szedett bevezető oldalain ismeretterjesztő szinten foglaljuk össze az tudnivalókat, a jegyzet képanyagára támaszkodva. A fő szöveg feltételez elemi hidrodinamikai ismereteket (sebességtér, nyomás, örvényesség, a Navier–Stokes-egyenlet, vízhullámok, stb), a kísérleti fizika, ill. a tanár szakos hallgatók elméleti fizika tárgyának szintjén. Minden összefüggés levezetését megadjuk, a lehető legegyszerűbb matematikai eszközökkel. Az "Alapismeretek" című első rész a környezeti áramlásokkal kapcsolatos legfontosabb, s a hagyományos hidrodinamika szempontjából legmeglepőbb jelenségek megértéséhez szükséges elméleti háttérrel adja. A jegyzet egészében mindenütt bemutatunk számadatokkal alátámasztott konkrét környezeti példákat. A második rész a fő szöveg gondolatmenetét kiegészítő témákat dolgoz fel, és matematikailag valamivel bonyolultabb levezetéseket is tartalmaz. Olvasható az első résszel*

párhuzamosan, vagy az után is. A harmadik rész összefoglaló táblázatokkal segíti a tanultak rendszerezését.

Az anyag a különböző hatások egymásraépülését mutatja be (l. 3 ábra). Először a forgatás okozta új vonásokat vizsgáljuk homogén folyadékokban. Eztán rátérünk arra, hogy a sekélység, ill. a Föld görbülete hogyan befolyásolja a forgatott közeg mozgását. Az általában gyenge, de nem teljesen alhanyagolható viszkozitás mindezeket a hatásokat egységesen értelmezhető rendszerbe fogja. A rétegzettség következményeit először forgatás nélkül tekintjük át, ezért ez a rész az előzőek ismerete nélkül is olvasható. Az ezután következő anyagrészt egyaránt tekinthető a rétegzett rendszerek forgatása vagy a forgatott rendszerek rétegződése következtében létrejövő jelenségek bemutatásának. E két hatás a környezeti áramlásokban összemérhető. A 7. fejezet a különböző típusú turbulens áramlások kvalitatív áttekintését adja.



**3 ábra:** Az egyes fejezetek anyagának egymásraépülése

Alapvető kérdés, hogy lehetséges-e a természetszerűen nagyskálájú környezeti áramlások kísérleti modellezése laboratóriumban. A hidrodinamikai hasonlóság törvénye szerint ennek szükséges feltétele az, hogy az egyes hatásokat jellemző dimenziótlan számok azonosak legyenek a valóságos és a laboratóriumi áramlásban. A jegyzet minden fejezete egy-egy dimenziótlan szám, ill. a velük kapcsolatos jelenségek köré épül. Kimutatjuk, hogy e számok valóságos értékei forgókádák és sűrűséggrétegzett közegek (legegyszerűbben sós víz) használatával laboratóriumban is megvalósíthatók: a környezeti áramlások hűen modellezhetők emberi méreteken.

Az ELTE Fizikai Tanszékcsoportja Horváth Viktor, Jánosi Imre, Szabó Gábor, és a szerző javaslatára 1998 őszén létrehozta a Kármán Környezeti Áramlások Laboratóriumot hallgatói mérések és a témával kapcsolatos kísérleti kutatás beindítására. A jegyzet egyik célja, hogy a Laboratóriumban bemutatandó jelenségekkel kapcsolatos elméleti háttérrel megadja. A kísérleteket mutató képanyag nagy része a Kármán Laboratóriumban készült.

### Köszönetnyilvánítás:

A szerző köszönetét fejezi ki a Kármán Laboratóriumot kialakító kollégáinak az ottani közös kísérleti munkáért. Külön köszönet illeti Jánosi Imrét lényeglátó megjegyzéseiért és sokoldalú segítségéért. Palla László és Szabó Gábor, valamint Czifrik Xénia, Dolowschiák Márk, Király

*Andrea, Szathmári Bajkó Ildikó és Vörös Zoltán építő javaslataikkal nagyban hozzájárultak a jegyzet érthetőségének javításához. A vonalas ábrák rajzolása Barabás István munkája. A képek letöltését, szkennelését és szerkesztését Hunyadi Viktória végezte. Köszönjük Horváth Ákosnak és Józsa Jánosnak, hogy rendelkezésünkre bocsátották felvételeiket, adataikat.*

