

6. fejezet

A forgatás és rétegzés együttes hatása sekély folyadéokra

Forgatott rétegzett folyadékban két karakterisztikus frekvencia verseng egymással: az N Brunt-Väisälä-frekvencia (vagy kétrétegű közegbeli megfelelője, a $\sqrt{g'/H}$ mennyiség) és az adott szélességi körre jellemző f Coriolis-paraméter. Mivel természetes közegeinkben N tipikus értéke $10^{-2} - 10^{-3} \text{ s}^{-1}$, a közepes szélességeken pedig az f_0 helyi Coriolis-paraméter 10^{-4} s^{-1} körüli, a két frekvencia hányadosa, az

$$Fn \equiv \frac{N}{|f_0|}$$

frekvenciaarány 10 és 100 közötti. A rétegzettség önmagában tehát sokkal gyorsabb mozgásokat hoz létre, mint a forgás.

Mivel a rétegzettség hatása főleg a függőleges irányú mozgáshoz kapcsolódik, a forgatásé pedig a vízszintes síkbelihez, célszerű a frekvencia-aránynak a H/L méretaránnal vett szorzatát, ill. e szám négyzetét, a

$$Bu \equiv \left(\frac{NH}{f_0 L} \right)^2$$

Burger-számot használni. Ennek kis értéke forgás-domináns, nagy értéke pedig rétegzettség-domináns áramlásra utal. A sekély folyadék tulajdonság szerint $H \ll L$, s a Földön két nagyságrend a tipikus különbség. A Burger-szám tipikus értéke tehát a Földön egységnyi, s ez azt jelenti, hogy a forgás és a rétegzettség fontossága összemérhető (ez nem feltétlenül jellemző más bolygók légkörére). A Burger-szám maga nem tartalmazza az áramlásra jellemző sebességet, de előáll két ilyen mennyiség, a Ro Rossby-szám és az Fr' belső Froude-szám arányának négyzeteként $Bu = Ro^2 / Fr'^2$. Egységnyi Burger-szám mellett a Rossby-szám és a belső Froude-szám azonos nagyságrendűek.

Ha a folyadékot állandó sűrűségű rétegekre bontottnak képzeljük el, mint a 6.1 ábrán, akkor mindegyik réteg sekély homogén folyadékot képez, melyben elhanyagolható viszkozitás esetén külön-külön érvényes a potenciális örvényesség megmaradása. Vízszintes aljzatot és csekély külső felszíni változásokat tekintve, a potenciális örvényességhez az f Coriolis-paraméteren kívül két járulékos adódik: a szokásos hidrodinamikai örvényesség és a belső elválasztó felület változásából következő megnyúlási örvényesség. E két örvényességjárulékos aránya éppen a Burger-szám. Ennek egységnyi értéke azt is jelenti, hogy környezeti áramlásainkban a vízszintes síkbeli áramlásból adódó örvényesség összemérhető a feláramlásokkal kapcsolatos örvényességgel.

A Burger-szám és az áramlás vízszintes L kiterjedése segítségével definiálható egy jellegzetes vízszintes síkbeli méret, az

$$R' \equiv L\sqrt{Bu} = \frac{NH}{|f_0|} \sim \frac{g'H}{|f_0|}$$

belső Rossby-sugár. A belső jelző arra utal, hogy ez a távolság a rétegzettség következtében jelenlévő belső elválasztó felületek mozgásával kapcsolatos. Mivel a belső mozgásokat a rétegek közötti sűrűségkülönbség szabályozza, melyi mindig lényegesen kisebb az átlagos sűrűségnél, a belső Rossby-sugár mindig kisebb a külsőnél. A belső Rossby-sugár az óceánban 50 km, a légkörben 1000 km nagyságrendűnek adódik. A belső Rossby-sugár ugyanakkor jóval nagyobb a H folyadék-mélységnél, hiszen $R' = H Fn$. Végül soron tehát az Fn paraméter nagy értéke miatt jogos a sekélyfolyadék közelítés használata rétegzett közegekben is.

A belső Rossby-sugár minden olyan jelenségre jellemző vízszintes méret, mely a belső, vagy baroklin mozgásokkal kapcsolatos az f_0 -síkon. Ezen a távolságskálán külső Rossby-sugár hullámhosszú változások nem is gerjesztődnek, s ezért a külső felszín gyakorlatilag vízszintesnek tekinthető. A szabad felszíni Poincaré- (tehetetlenségi-gravitációs) hullámok (l. 2. fejezet) analogonjaként kialakuló belső Poincaré-hullámok (6.2 ábra) frekvenciája nagyobb a Coriolis-paraméternél és jellegzetes hullámhossza éppen R' . Folytonos rétegzettségű közegben ezek a hullámok a vízszintessel θ szöget bezárva is haladhatnak, s ekkor megfigyelhető, hogy a pillanatnyi sebességvektor a haladási iránnyal szemben haladva anticiklonálisan fordul el (6.4 ábra). A meredek partvonalak mentén futó belső Kelvin-hullámok a termoklin zóna jelentős mozgásával járnak, a nem forgatott rendszerbeli belső hullám terjedési sebességével haladnak, de a partra merőlegesen lecsengenek a belső Rossby-sugárnyi távolságon (6.3 ábra).

A gyors forgás rétegzett folyadékokban is időfüggetlen, stacionárius áramlás kialakulására vezet. Ennek a geosztrofikus áramlásnak új vonása, hogy képes a gravitációs egyensúlytól eltérő, tehát nem függőleges rétegzettséget is fenntartani. A sűrűségfelületek döntöttsége esetén a felület két oldalán ráadásul eltérő nagyságú geosztrofikus sebességek alakulnak ki, a felület mentén a sebességnek tehát ugrása van (6.5 ábra). Folytonos rétegzettség esetén ez azt jelenti, hogy véges vízszintes sűrűséggradienshez függőleges sebességnyírás tartozik. Mivel a sűrűségkülönbséget rendszerint hőmérsékletkülönbség hozza létre, az ilyen áramlást termikus áramlásnak, a légkörben termikus szélnek nevezzük. Az utóbbi tipikusan a sarkokhoz közeledve csökkenő hőmérsékletek miatt alakul ki. A termikus áramlás a magassággal erősödik (l. 6.5 és 6.16 ábrák), s maximális sebessége az óceánban néhány m/s, a légkörben 10 m/s. Lokális belső felszíni kidudorodások és behorpadások ciklonális és anticiklonális áramlásokra vezetnek, a felső és alsó réteg sebességének viszonya azonban a külső és a belső felületek alakjának viszonyától függ (l. 6.6 és 6.17 ábrák).

Frontról forgatott közegben is akkor beszélünk, ha a két különböző sűrűségű közeget elválasztó felület kifut az aljzatra vagy a külső felszínre. A geosztrofikus egyensúly egyik megdöbbentő következménye, hogy a frontoknak ebben az állapotban nem kell mozogniuk. Előttük és mögöttük, ill. az elválasztó felület felett és alatt azonban jelentősen különbözik a frontvonallal párhuzamos sebesség (6.7 ábra) a két közegben. A sebességugrást alapvetően az elválasztó felület γ dőlésszöge szabja meg. Az elválasztó felület alakját leírhatja egy, a rétegvastagsághoz exponenciálisan tartó függvény, melynek lecsengési állandója éppen a belső Rossby-sugár (6.12 ábra). A dőlésszög nagysága ezért jó közelítéssel $H/R' = |f_0|/N = 1/Fn$. Légköri frontokra ez 10^{-2} körüli érték, a tapasztalattal jó egyezésben. A valóságos légköri frontok a geosztrofikus állapottól valamelyest eltérnek, mozognak. A frontvonal mentén össze-, és feláramlás figyelhető meg (6.8, 6.9 ábra). A frontvonallal párhuzamos sebességugrás, és a feláramlás miatt mind a hideg, mind a melegfront mentén lokális nyomásminimum (6.10 ábra) figyelhető meg, a barométer esik, ha frontok közelednek. A front áthaladását a paraméterek, pl. a szélirány hirtelen változása jelzi (6.11 ábra).

A geosztrofikus egyensúlyi állapot kialakulása a belső Rossby-sugár újabb jelentését adja: Ha kezdetben mindkét közeg nyugszik, de az egyik csak egy félegyenesnyi tartományra terjed ki állandó vastagsággal (6.13a ábra), akkor a geosztrofikus egyensúly kialakulásáig az elválasztó felület sima, exponenciális függvényvel leírható alakúvá válik, a frontvonallal párhuzamosan sebességkülönbség jön létre, s a frontvonal maga éppen R' -nyi távolságra mozdul el (6.13b ábra). Ez megfigyelhető forgókádas laboratóriumi kísérletekben (6.14 ábra). A meredek tengerparttal párhuzamosan fújó

szelek feláramlást keltenek (13.1 ábra), mely belső frontok kialakulására vezet (13.2 ábra).

A geosztrofikus egyensúlytól enyhén eltérő kvázigeosztrofikus mozgásokat egy napnál jóval hosszabb periódusú lassú dinamika jellemzi. A lokális belső felszíni kidudorodások alatti anticiklonális áramlás a folyadékot a keleti oldalon a kisebb Coriolis-paraméter irányába sodorja. A potenciális örvényesség csak úgy maradhat állandó, ha az alsó rétegvastagság csökken, a felső nő. Mindkét hatás arra vezet, hogy a keleti oldalon leáramlás, a nyugatin feláramlás történik, azaz a deformáció nyugatra tolódik (6.18a ábra). Hullámalakú belső felszíni változás esetén is ugyanez a potenciális örvényesség megmaradásának következménye. A kialakuló hullám a belső (baroklin) Rossby-hullám (6.18b, 13.3 ábra), melynek jellegzetes hullámhossza a belső Rossby-sugár. A domborzati akadályok miatt felfelé haladó Rossby-hullámok alapvetően hatnak a magaslégköri mozgásokra is (13.4 ábra).

A termikus áramlás instabil: A döntött sűrűségfelületeknek a vízszintes felé fordulása ugyanis potenciális energiát szabadít fel, mely a perturbáció kinetikus energiáját, és így annak amplitudóját növeli. A kialakuló új áramlási kép jelentősen eltér a termikustól. Ezt a folyamatot nevezzük baroklin instabilitásnak. Az instabilitás jelen van minden olyan elmozdulás esetén, mely a döntött állandó sűrűségű felszín és a vízszintes közötti szögterületbe esik. Ilyenkor ugyanis egy folyadékelem sűrűbb közegbe kerül, felfelé mozdul el, s ezért távolodik kiindulási helyzetétől (6.19 ábra). Mivel minden forgatott rétegzett rendszer jellegzetes vízszintes mérete a belső Rossby-sugár, a leginstabilabb hullámok hossza is R' nagyságrendű. Jellegzetes növekedési idejük R'/U (U a termikus áramlás erőssége), mely a légkörben néhány nap, az óceánban néhány hónap. Az instabilitási mechanizmus következtében kialakuló nagy amplitudójú, nemlineáris baroklin hullámok az átcsapó, megtört part menti hullámokra jellemző begyűrődő szerkezetet, vagy meanderező alakot mutatnak a vízszintes síkban (6.20 ábra). A baroklin instabilitás végeredményeként közel R' sugarú, nagy örvények keletkeznek.

Ez a mechanizmus jelentős szerepet játszik a Golf-áramlat gyűrűinek leszakadásában és a légköri ciklonok kialakulásában. A mérsékeltövi légköri ciklonok leggyakrabban a sarki hideg levegőt a közepes szélességek melegebb légtömegeitől elválasztó poláris front mentén alakulnak ki (6.21 ábra). Időnként egész ciklon-vonulatok is megfigyelhetők, melyek a baroklin hullámok jellegzetes alakját mutatják (6.22 ábra). Túl hosszú vonulatokra azonban nem számíthatunk, hiszen a belső Rossby-sugár csak néhányszor fér rá a közepes szélességi körökre. Az egymás feletti légrétegekben a ciklonok áramlási képe a baroklin instabilitás következtében nem azonos (13.6 ábra). A baroklin instabilitás kísérletileg is jól vizsgálható a közepesen hűtött, a szélén ΔT értékkel melegebbre fűtött hengergyűrűben levő Ω szögsebességgel forgatott folyadékkal (6.24 ábra). A legfontosabb paraméterek a $\Delta T/\Omega^2$ -tel arányos termikus Rossby-szám és az Ω^2 -tel arányos Taylor-szám. Az instabilitás elég gyors forgatás mellett mindig fellép (6.25 ábra), s a megfigyelt tendenciák összhangban vannak a vízszintesen korlátlan kiterjedésű közegre kapott kvantitatív eredményekkel is. A kialakuló áramlási kép (6.26 ábra) erős hasonlóságot mutat a nagyskálájú környezeti áramlásokban megfigyelttel. Mindez mutatja, hogy a baroklin instabilitás az alapvető oka időjárásunk változékonyságának, s egyben az óceáni áramlások dinamikájára is jelentős hatással van.

6.1 A forgatott kétrétegű sekély folyadék egyenletei

Célunk a sekély, rétegzett folyadék áramlásának leírása a forgó Földön. Nagyskálájú áramlásokat vizsgálva, a viszkozitást elhanyagoljuk. Először a közeget két élesen különböző sűrűségű rétegből állónak tekintjük, köztük $\Delta\rho$ sűrűségkülönbséggel. A tapasztalathoz igazodva feltesszük, hogy a relatív sűrűségkülönbség kicsi, $\Delta\rho/\rho_0 \ll 1$, vagyis a redukált gravitációs gyorsulás sokkal kisebb a teljesnél: $g' \equiv \Delta\rho/\rho_0 \ll g$.

A sekélység következtében mindkét rétegben alkalmazhatjuk a hidrosztatikus közelítést. A nyomáseloszlás ugyanolyan alakú (l. 5.10 fejezet), mint a nem forgatott sekély folyadékban,

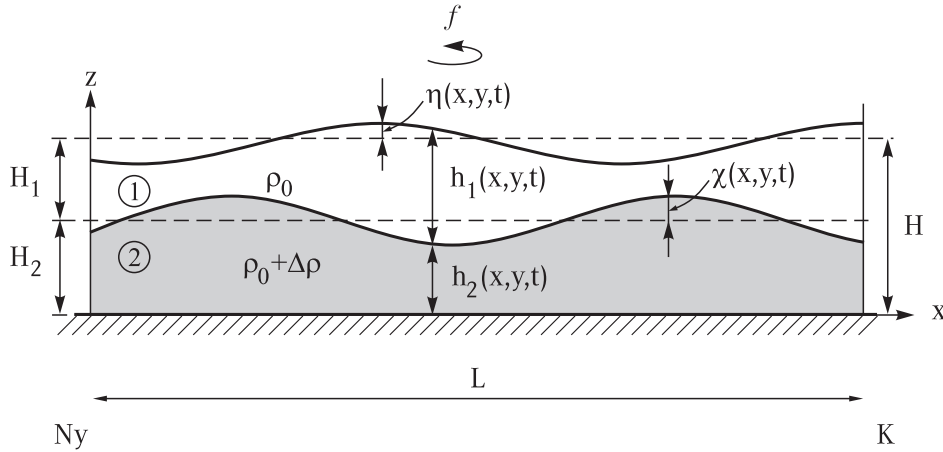
hiszen azt a hidrosztatika határozza meg. A vízszintes sebességkomponensekre vonatkozó Euler-egyenletekben új tagként a Coriolis-gyorsulás jelenik meg, s ezért az 5.10 fejezet jelöléseit használva (l. 6.1 ábra).

$$\frac{d\mathbf{u}_1}{dt} = -f\mathbf{n} \times \mathbf{u}_1 - g\text{grad}\eta, \quad \frac{d\mathbf{u}_2}{dt} = -f\mathbf{n} \times \mathbf{u}_2 - g\text{grad}\eta - g'\text{grad}\chi. \quad (6.1)$$

Mindkét egyenlet a forgó Föld felszínén érvényes, s a z tengely a lokális függőleges \mathbf{n} irányt jelöli ki. A forgás helyi erősségét az $f = f_0 + \beta y$ Coriolis-paraméter méri (l. 3.3 fejezet). A g , ill. g' gravitációs gyorsulások magukban foglalják a centrifugális járulékot is. A d/dt derivált a két-dimenziós advektív gyorsulást tartalmazza, hiszen az egyes sekély rétegekben a sebesség feltevése szerint független a magasságtól. A kontinuitást a folyadékoszlopok térfogatának megmaradása jelenti, ezért mindkét közeg pillanatnyi $h_1 = \eta - \chi + H_1$ és $h_2 = \chi + H_2$ vastagságára fennáll

$$\frac{dh_i}{dt} = -h_i \text{div}\mathbf{u}_i, \quad (6.2)$$

$i = 1, 2.$



6.1 ábra: A Föld felszínén elhelyezkedő kétrétegű sekély folyadék, s a fejezetben használt jelölések. A koordináta-rendszer z tengelye a lokális függőleges irányba mutat. Az x tengely a szélességi körökkel párhuzamos. Az északi féltéken az x koordináta értéke keletre, az y -é északra növekszik (a délin fordítva). A folyadék forgatási erősségét a helyi Coriolis-paraméter $f(y) = f_0 + \beta y$ szabja meg, mely enyhén függ az y koordinátától. A külső felszín nyugalmi szinthez viszonyított $\eta(x, y, t)$ alakján kívül, fontos a ρ_0 sűrűségű 1-es közeget a $\rho_0 + \Delta\rho$ sűrűségű 2-es közegetől elválasztó *belső* felület $\chi(x, y, t)$ alakja. Az egyszerűség kedvéért az aljzatot vízszintesnek tekintjük ($z = 0$ szint). Vegyük észre, hogy a felső réteg szempontjából a *belső* felület játssza a pillanatnyi alsó domborzat (a 2.1 fejezetbeli $d(x, y)$) szerepét. A folyadék átlagos H mélysége sokkal kisebb L vízszintes kiterjedésénél.

Mindkét rétegben azonos U nagyságrendű sebességeket feltételezve, a (1.30) és az $\eta \rightarrow (|f_0|LU/g)\eta$ dimenziótlanítással a két kontinuitási egyenlet nem változik, a dinamikai egyenletekben a keresztszorzat és a $\text{grad}\eta$ tag előtt a $Ro = U/(|f_0|L)$ Rossby-szám jelenik meg, a H egységekben mért *belső* felszíni ingadozás $\text{grad}\chi$ gradiense előtt pedig az $Fr' = U/\sqrt{g'H}$ *belső* Froude-szám. Az alsó közeg dimenziótlan egyenlete az f_0 síkon például:

$$\frac{d\mathbf{u}_2}{dt} = \mp \frac{1}{Ro} (\mathbf{n} \times \mathbf{u}_2 - \text{grad}\eta) - \frac{1}{Fr'^2} \text{grad}\chi \quad (6.3)$$

(az alsó előjel a déli féltekére vonatkozik). A problémában tehát mind a forgatásra, mind a rétegzettségre jellemző dimenziótlan szám jelen van.

Mivel a külső felszínen és a rétegek között sem tételezünk fel sűrűlódást, a két réteg egymástól függetlennek tekinthető, s *mindkettőben* fennáll a potenciális örvényesség megmaradása (l. 2.3 fejezet). Ezért az $i = 1, 2$ réteg ζ_i függőleges örvényesség-komponense és h_i pillanatnyi vastagsága segítségével képzett

$$q_i = \frac{\zeta_i + f}{h_i} H_i, \quad i = 1, 2 \quad (6.4)$$

potenciális örvényesség az i -edik közegben mozgásállandó.

A redukált sekélyfolyadék-modell azt az esetet írja le, melyben valamelyik réteg sokkal vastagabb a másiknál, s a vastag rétegben áll a folyadék. A mozgó réteg változóiban, a forgatott sekélyfolyadék-modell egyenletei

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = -f\mathbf{n} \times \mathbf{u} - g'\text{grad}h, \quad (6.5)$$

$$\frac{dh}{dt} = -h\text{div}\mathbf{u} \quad (6.6)$$

függetlenül attól, hogy melyik szintről van szó. A nyugalmi rétegvastagság $h_0 \equiv \min(H_1, H_2)$. Annak ellenére, hogy a kétrétegű közelítés sokszor túlzott egyszerűsítés, mégis első tájékozódásként jól használható. A (6.5) egyenlet ugyanolyan struktúrájú, mint a (2.7), s ez mutatja, hogy minden jelenség, melyet forgatott sekély folyadékban megismertünk, előfordul rétegzettség esetén is, csak *rövidebb* skálán jelenik meg, melyet a g' redukált gravitációs gyorsulás határoz meg. Mivel a későbbiek szempontjából fontos mindkét közeg sebességeloszlása, ahol csak lehet, a redukált sekélyfolyadék-modell helyett a pontosabb kétrétegű leírást használjuk.

6.2 A folytonos rétegzettségű forgatott sekély folyadék egyenletei

Folytonos rétegzettség esetén a Boussinesq-közelítést (l. 5.3 fejezet) használjuk a forgó Föld felszínén felírt Euler-egyenletben. A sekélységből adódóan elhanyagolható függőleges gyorsulás a nyomáseloszlás z -függésére hidrosztatikai viszonyokat biztosít. A geometriai elrendezés azonos a 6.1 ábrán látottal, de most a sebességtér folytonos magasságfüggésű. A külső felszín η alakján kívül a belső elválasztó felületek mozgását külön nem követjük, ezek az állandó sűrűségű felületeknek felelnek meg. A rétegek vízszintes nyugalmi elrendezését és az ezzel kapcsolatos Brunt–Väisälä-frekvencia jelenlétét egyelőre nem tételezzük föl, mert forgatott rendszerben függőlegestől *eltérő* rétegzettség is kialakulhat, sőt stacionárius is maradhat, ha hozzá megfelelő áramlás tartozik. Az ilyen stacionárius állapot stabilitása azonban nem garantált.

A H vastagságú folyadékban a mozgásegyenletek a két vízszintes sebességkomponens időfejlődésére ekkor

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = -f\mathbf{n} \times \mathbf{u} - \frac{1}{\rho_0}\text{grad}p''. \quad (6.7)$$

Itt p'' a $p_0(z) \equiv p_0 + \rho_0 g(H - z)$ nyomástól való eltérést (l. (5.13)), a grad az (x, y) változók szerinti gradienst jelenti. d/dt a teljes időderivált: $\partial/\partial t + u\partial/\partial x + v\partial/\partial y + w\partial/\partial z$, hiszen a vízszintes sebesség most függ a magasságtól is. A harmadik komponens egyenletéből a sekélység

következtében $dw/dt \approx 0$, tehát hidrosztatikai viszonyok érvényesülnek:

$$\boxed{\frac{\partial p''}{\partial z} = -\varrho'' g.} \quad (6.8)$$

Fennáll továbbá a Boussinesq-közelítésből (l. 5.3 fejezet) következő

$$\boxed{\operatorname{div} \mathbf{v} = 0} \quad (6.9)$$

divergencia-mentességi feltétel, és a

$$\boxed{\frac{d\varrho''}{dt} = 0} \quad (6.10)$$

egyenlet is, ahol ϱ'' a ϱ_0 sűrűségtől való (általános esetben időfüggő) eltérés.

A (6.8) hidrosztatikai egyenlet integrálásával a nyomás kifejezhető a sűrűségingadozással és a szabad felszíni η alakkal,

$$p = p_0 + \varrho_0 g (\eta(x, y, t) + H - z) + g \int_z^{\eta+H} \varrho'' dz' \equiv p_0(z) + p'', \quad (6.11)$$

ahol a külső felszíni p_0 nyomás feltevés szerint állandó. A ϱ'' sűrűségváltozás általában függ az (x, y) vízszintes koordinátáktól: *a sűrűségváltozás (6.7) szerint vízszintes irányú gyorsulást okoz*, hiszen a gravitációs erő az állandó sűrűségű felületek vízszintes síkba forgatására törekszik.

Függőleges rétegzettség esetén adott az időfüggetlen egyensúlyi $\bar{\varrho}(z)$ sűrűségeloszlás. Ilyenkor a ϱ'' sűrűségingadozás helyett a $\bar{\varrho}(z)$ sűrűségeloszlástól való eltérést megadó ϱ' dinamikai sűrűséget használjuk (l. (5.15)). Az egyensúlyi $\bar{p}(z)$ nyomástól való eltérést az (5.17) p' dinamikai nyomás adja. A (6.10) sűrűség egyenlet éppúgy, mint a nem forgatott esetben (5.4 fejezet)

$$\boxed{\frac{\partial \varrho'}{\partial t} + (\mathbf{v} \operatorname{grad}) \varrho' = -w \frac{d\bar{\varrho}}{dz} \equiv w \frac{\varrho_0}{g} N^2(z),} \quad (6.12)$$

ahol N a Brunt-Väisälä-frekvencia és (6.9) is érvényben marad. A (6.7), (6.8) egyenletekben ekkor a kétvesszős helyett az egyvesszős dinamikai mennyiségek jelennek meg.

6.3 Hullámok forgatott kétrétegű sekély folyadékban

A nyugalmi állapotból történő kis eltéréseket a (6.1) Euler-egyenletek

$$\frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial t} = -f \mathbf{n} \times \mathbf{u}_1 - g \operatorname{grad} \eta, \quad \frac{\partial \mathbf{u}_2}{\partial t} = -f \mathbf{n} \times \mathbf{u}_2 - g \operatorname{grad} \eta - g' \operatorname{grad} \chi \quad (6.13)$$

linearizált változatai adják. A (6.2) kontinuitási egyenletek linearizált alakja pedig

$$\frac{\partial(\eta - \chi)}{\partial t} = -H_1 \operatorname{div} \mathbf{u}_1, \quad \frac{\partial \chi}{\partial t} = -H_2 \operatorname{div} \mathbf{u}_2, \quad (6.14)$$

hiszen a felső réteg vastagságának ingadozása $\eta - \chi$, az alsóé pedig χ .

A nem forgatott rendszerben szerzett tapasztalatunk alapján (l. 5.10 fejezet) azt várjuk, hogy a jelentős χ belső felszíni változásokkal járó baroklin mozgások esetén a külső felszín η változása

csekély szerepet játszik csak. Ezért az η mennyiséget először elhanyagoljuk χ mellett az első kontinuitási egyenletben, azaz a merev lap közelítést alkalmazzuk. Ennek előnye, hogy rögtön zárt egyenletet kapunk a két közeg közötti $\mathbf{u} \equiv \mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1$ relatív sebességre. Az Euler-egyenletek kivonásával ugyanis

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -f \mathbf{n} \times \mathbf{u} - g' \text{grad} \chi. \quad (6.15)$$

A különbségi mozgást tehát a belső felszín alakváltozása vezérli forgatott esetben is. A kontinuitási egyenletek összegéből ugyanekkor az következik, hogy az

$$\bar{\mathbf{u}} \equiv \frac{H_1 \mathbf{u}_1 + H_2 \mathbf{u}_2}{H} \quad (6.16)$$

mélységi átlagsebesség síkbeli divergenciája nulla. Az időben változó felszínek miatt a hullámok külön-külön nem lehetnek divergenciamentesek, ezért hullámmegoldás csak úgy létezhet, hogy a mélységi átlagsebesség térben állandó. Mivel mindkét sebesség időben oszcillál, az állandó csak zérus lehet: $H_1 \mathbf{u}_1 = -H_2 \mathbf{u}_2$. Az így előálló *baroklin* hullámokban a két rétegben tehát *ellenkező* előjelű a sebesség. A kontinuitási egyenletek súlyozott különbsége ($\eta = 0$ mellett) a relatív sebesség újabb kapcsolatát adja a belső felszíni alakkal:

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} = - \left(\frac{1}{H_1} + \frac{1}{H_2} \right)^{-1} \text{div} \mathbf{u}. \quad (6.17)$$

A (6.15) és (6.17) zárt egyenletrendszer teljes mértékben analóg a (2.7) sekélyfolyadék-egyenletekkel, csak benne a g' redukált gyorsulás és a rétegek mélységének harmonikus közepe jelenik meg.

A teljes rétegvastagság helyett a $\text{div} \mathbf{u}$ tag együtthatója most $H_1 H_2 / H$. A homogén esetben megjelent $R = \sqrt{gH} / |f_0|$ (külső) Rossby-sugár analogonja ezért az

$$R' \equiv \frac{\sqrt{g' \frac{H_1 H_2}{H}}}{|f_0|} \quad (6.18)$$

belső Rossby-sugár. A L síkbeli távolsághoz viszonyított R'/L belső Rossby-sugár úgy is írható, mint a Rossby-szám és az $Fr' = U / \sqrt{g'H}$ belső Froude-szám hányadosa szorozva egy, a rétegvastagságok arányától függő kifejezéssel. A belső Rossby-sugár tehát becsülhető az

$$R' \approx L \frac{Ro}{Fr'} \quad (6.19)$$

aránnyal. Ez mutatja, hogy a belső Rossby-sugár az a távolság, ahol a forgásból és a rétegzettségéből adódó hatások összemérhető szerepet játszanak. Érdeemes felírni a belső Rossby-sugár egy másik alakját is. Felhasználva, hogy (6.18) számlálójában a nem forgatott kétrétegű közeg belső hullámának (5.66) sebessége áll,

$$R' \equiv \frac{c_1}{|f_0|}, \quad (6.20)$$

teljes analógiában azzal, hogy a külső Rossby-sugár a szabad felszíni hullámok c_0 terjedési sebességének és a Coriolis-paraméternek a hányadosa.

Az ócánbeli belső Rossby-sugár jóval kisebb a külsőnél. Tipikus $g' = 0,03 \text{ m/s}^2$, $H_1 = 400 \text{ m}$, $H_2 = 3600 \text{ m}$ értékekkel és $f_0 = 10^{-4} \text{ 1/s}$ Coriolis-paraméterrel számolva azt kapjuk, hogy $R' \approx 30 \text{ km}$ ($c_1 \approx 3 \text{ m/s}$). A légköri különbség nem ilyen nagy: a légkört két egyforma vastag rétegre bontva ($H_1 = H_2 = 5000 \text{ m}$), $g' = 1 \text{ m/s}^2$ -tel $R' \approx 500 \text{ km}$ adódik.

Amennyiben az egyik réteg jóval vastagabb, mint a másik, akkor

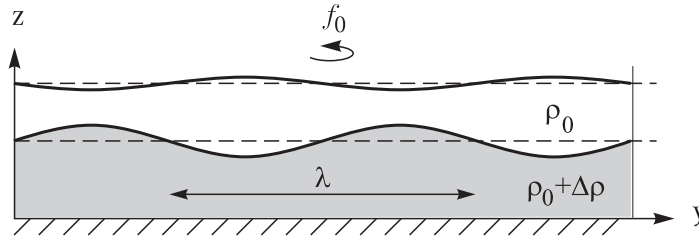
$$R' \equiv \frac{\sqrt{g'h_0}}{|f_0|}, \quad (6.21)$$

ahol $h_0 = \min(H_1, H_2)$ a keskenyebb réteg vastagsága. Ez nem más mint a (6.5) redukált sekély-folyadék-modell belső Rossby-sugara.

A homogén közegek Poincaré-hullámai (2.8 fejezet) mintájára a kétrétegű közegben kialakulnak a tehetetlenségi-gravitációs hullámok *belső*, vagy *baroklin* változata is (6.2 ábra). A belső tehetetlenségi-gravitációs hullámokat a két közeget elválasztó felület bármilyen csekély perturbációja, pl. a termoklin zónabeli enyhe fel-, vagy leáramlás is kiválthatja. Diszperziós relációjuk a (2.59) összefüggéssel analóg módon

$$\omega_0 = \pm(f_0^2 + c_1^2 k^2)^{1/2} = \pm f_0 \left(1 + (R'k)^2\right)^{1/2}, \quad (6.22)$$

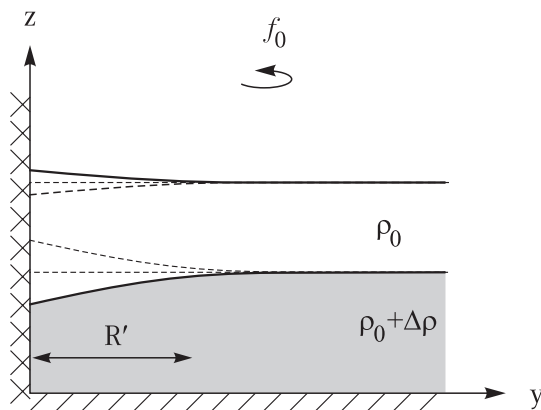
ahol $k = (k_x^2 + k_y^2)^{1/2}$ a hullámszámvektor hossza. A tehetetlenségi mozgás is jelen van ezekben a hullámokban, melyre az f_0 minimális frekvencia megjelenése utal. A c_1 sebességű belső hullámoktól való eltérés az R' belső Rossby-sugárral *összemérhető* vagy annál *nagyobb* hullámhosszakra válik jelentőssé, a rövid hullámok esetén a Coriolis-hatás elhanyagolható.



6.2 ábra: Belső Poincaré- (tehetetlenségi-gravitációs) hullám kétrétegű közegben. A külső felszín változásánál jóval erősebb a belső felszíné. A hullám frekvenciája a forgási szögsebességnél (az f_0 Coriolis-paraméternél) nem lehet kisebb, ezért gyorsabb a nem forgatott rendszerbeli belső hullámnál. A mozgás a tehetetlenségi körmozgás és a g' redukált gravitációs térben kialakuló felszíni hullám kombinációja.

Meredek, egyenes partvonalak mentén kialakulnak *belső*, vagy *baroklin Kelvin-hullámok* is. A lokális szelek által létrehozott helyi fel- vagy leáramlások mozgathatják meg a termoklin zóna határát, s ez gerjeszti a part menti baroklin hullámokat. A belső Kelvin-hullámok a nem forgatott rendszer belső hullámainak c_1 sebességével haladnak a partvonal mentén (6.3 ábra), de arra merőlegesen, az y irányban az $\exp(-y/R')$ összefüggés szerint csengenek le. Partra merőleges kiterjedésük tehát néhány belső Rossby-sugárnyi.

Megemlítjük, hogy az η felszíni alakváltozás megtartása (a merev lap közelítés elvetése) esetén a nem forgatott esethez hasonlóan kiderül, hogy a baroklin mozgás során $\eta \approx -\chi g'/g$. A felszíni alakváltozás tehát csekély és *ellenkező előjelű* a belsőhöz képest. Ennek megfelelően a (6.18) belső Rossby-sugárhoz is csak $g'/g \ll 1$ rendű korrekciót kapunk, a (6.18) alak tehát használható felszíni mozgás jelenléte esetén is. Létezik ugyanakkor olyan megoldás is, melyben a felszíni alakváltozás jelentős, a belső ingadozás azzal összemérhető és azonos előjelű. A (??) egyenletből látszik, hogy g' kicsinysége miatt ekkor $\mathbf{u}_2 \approx \mathbf{u}_1$, tehát a két réteg közel azonosan mozog, s g'/g nagyságú korrekciók erejéig visszkapjuk a homogén forgatott közegben megjelenő hullámokat (Poincaré- vagy Kelvin-hullámok). Ezeket a rétegzett közeg *barotróp* hullámainak



6.3 ábra: Belső Kelvin-hullám kétrétegű közegben. A hosszú szaggatott vonalak a felületek alakját jelzik fél periódussal később. A külső felszín változásánál itt is jóval erősebb a belső felszíné. A hullám az x tengely mentén halad a belső hullámok c_1 sebességével, az y tengely mentén pedig lecseng az R' belső Rossby-sugárnak megfelelő távolságon.

nevezzük. Karakterisztikus méretük a $R = \sqrt{gH}/|f_0|$ külső Rossby-sugár, mely, mint láttuk a légkörben és az ócéanokban 3000 ill. 1000 km nagyságrendű. Ennek fényében érthető, hogy amennyiben a külső Rossby-sugárnál rövidebb skálájú jelenségeket vizsgálunk, $k_x R \gg 1$, akkor jogos a külső felszíni alakváltozások elhanyagolása, vagyis a merev lap közelítés használata.

6.4 Hullámok állandó függőleges rétegzettségű forgatott, sekély folyadéokban

A 6.2 fejezetben bemutatott mozgásegyenletek állandó Brunt–Väisälä-frekvenciával jellemzett rétegzettség esetén kialakuló nyugalmi állapot körül linearizált alakja

$$\frac{\partial u}{\partial t} = fv - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x}, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = -fu - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial y}, \quad (6.23)$$

ahol p' a $\bar{p}(z)$ egyensúlyi nyomástól való eltérés. A harmadik sebességkomponensből a sekélység következtében :

$$\frac{\partial p'}{\partial z} = -\rho'g. \quad (6.24)$$

A (6.12) sűrűség egyenlet linearizált változata

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} = w \frac{\rho_0}{g} N^2. \quad (6.25)$$

A baroklin mozgások megtalálásához alkalmazzuk most is a merev lap közelítést, azaz tegyük fel, hogy a felszín nem mozdulhat el, tehát a függőleges sebesség a $z = H$ felső szinten éppúgy eltűnik, mint a közeg alján, $z = 0$ -ra. Ekkor a függőleges sebesség és minden más változó magasságfüggése is kifejezhető egy $\exp(-ik_z z)$ tényezővel, ahol a hullámszám függőleges k_z komponense a

$$k_z = n \frac{\pi}{H}, \quad (6.26)$$

$n = 1, 2, \dots$ értékeket veheti csak fel, vagyis a λ_z függőleges irányban kialakuló hullámhossz fele egész számszor fél rá a teljes H magasságra: $\lambda_z/2 = H/n$. A nem forgatott folytonos rétegzettségű közeg dinamikájának leírásakor használt normál módusok bevezetésének mintájára (5.9

fejezet) alkalmazzuk az

$$(u, v, w, p', \varrho')(x, y, z, t) \rightarrow (u, v, w, p', \varrho')(x, y, t) \cdot e^{-ik_z z} \quad (6.27)$$

helyettesítést. A jobb oldalon álló, csak síkbeli koordinátáktól függő térmennyiségek a forgatott rétegzett folyadék *normálmódusai*. Időfüggés egyelőre tetszőleges lehet. A normálmódusok függenek a k_z -t megadó n indextől, de az egyszerűség kedvéért ezt egyelőre nem jelöljük.

A (6.25) sűrűségegyenlet z szerinti deriváltjából a (6.24) hidrosztatikai egyenlet és (6.27) felhasználásával:

$$\frac{\partial^2 \varrho'}{\partial t \partial z} = \frac{k_z^2}{g} \frac{\partial p'}{\partial t} = \frac{\varrho_0 N^2}{g} \frac{\partial w}{\partial z}. \quad (6.28)$$

A divergenciamentességi egyenletből $\partial w / \partial z$ -t kifejezve, k_z (6.26) lehetséges alakjainak felhasználásával kapjuk, hogy

$$\frac{\partial(p' / \varrho_0 g)}{\partial t} = -\frac{N^2 H^2}{g \pi^2 n^2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right). \quad (6.29)$$

A (6.23) Euler-egyenlettel ez azonos szerkezetű rendszert képez, mint a (2.52)-(2.54) linearizált sekélyfolyadék egyenletek, amelyekbe a

$$p' \rightarrow g \varrho_0 \eta, \quad \frac{N^2 H^2}{g \pi^2 n^2} \rightarrow H \quad (6.30)$$

helyettesítéssel megy át. A

$$H_{e,n} \equiv \frac{N^2 H^2}{g \pi^2 n^2} \quad (6.31)$$

mennyiséget ezért *ekvivalens mélységnek* nevezzük. Azt adja meg, hogy milyen mélységű homogén sekély folyadékban alakulnának ki ugyanazok a hullámjelenségek, mint H mélységű folytonosan rétegzett folyadékban. Már az első módus ekvivalens mélysége is meglepően csekély: óceánban 1 m-nél valamivel rövidebb, a légkörben pedig néhány száz m.

A nem forgatott rétegzett folyadék belső normálmódusainak 5.9 fejezetben meghatározott (l. (5.48)) sebességeivel az ekvivalens mélység a

$$c_n^2 = g H_{e,n} \quad (6.32)$$

kapcsolatban áll. Az ekvivalens mélységek, ill. a terjedési sebességek egész spektruma miatt, a problémához a belső Rossby-sugarak *sorozata* tartozik:

$$R'_n \equiv \frac{\sqrt{g H_{e,n}}}{|f_0|} = \frac{c_n}{|f_0|} = \frac{NH}{|f_0| \pi n}, \quad (6.33)$$

$n = 1, 2, \dots$. Nagyságrendi becslésekben a folytonos rétegzettségű közeg belső Rossby-sugarára az

$$R' \approx \frac{NH}{|f_0|} \quad (6.34)$$

értéket használjuk.

A légköri $N = 10^{-2}$ 1/s Brunt-Väisälä-frekvenciával és $H = 10$ km vastagsággal számolva közepes szélességeken ($f_0 = 10^{-4}$ 1/s) azt kapjuk, hogy $NH/|f_0| = 1000$ km. A Brunt-Väisälä-frekvencia tipikus óceáni $N = 10^{-3}$ 1/s értékével a belső Rossby-sugár a folytonos rétegzettségű óceánban ($H = 4$ km) 40 km. Mivel a rövidebb hullámok gyorsabban csillapodnak, az első normál módusok a legjelentősebbek. A megfigyelések szerint a hosszú idejű óceáni mozgások szempontjából első közelítésben elegendő az $n = 1$ és $n = 2$ normál módus figyelembevétele.

Egy $n + 1$ rétegű közegben n különböző belső hullám terjedési sebesség lehetséges, s ezért n különböző belső Rossby-sugár definiálható. Ha tehát a folytonos rétegzettségű közeg első n normál modulusával dolgozunk csak, az annak felel meg, hogy a közeget $n + 1$ rétegűként közelítjük.

A forgatott rétegzett rendszerekre jellemző két frekvencia jellegű mennyiség a N Brunt–Väisälä-frekvencia és az f_0 Coriolis-paraméter között rendszerint nagyságrendi különbség áll fenn a Brunt–Väisälä-frekvencia javára: az

$$Fn \equiv \frac{N}{|f_0|} \quad (6.35)$$

frekvenciaszám vagy frekvencia arány nagy. Adataink alapján a légkörben $Fn = 100$, az óceánban $Fn = 10 - 100$. Ezzel

$$R' \approx H Fn. \quad (6.36)$$

A belső Rossby-sugár, mely az áramlatok jellegzetes vízszintes mérete, sokkal nagyobb a teljes mélységnél. Végző soron tehát a nagy frekvenciaarány teszi jogossá a sekélyfolyadék közelítés használatát forgatott rétegzett közegben.

Mivel a H/L méretarány is tipikusan 10^{-2} , nagyskalájú környezeti áramlásokban a

$$Bu \equiv \left(\frac{NH}{f_0 L} \right)^2 = \left(\frac{Ro}{Fr'} \right)^2 \approx \left(\frac{R'}{L} \right)^2 \quad (6.37)$$

Burger-szám egységnyi. A jellemző frekvenciák arányát tehát a méretarány éppen kompenzálja. A Burger-szám egységnyi nagyságrendje azt fejezi ki, hogy a kvázigeosztrofikus mozgások szempontjából a forgás és a rétegzettség hatása egyformán fontos. Ebből következően a belső Rossby-sugár a rendszer jellegzetes vízszintes kiterjedésének nagyságrendjébe esik. A belső Rossby-sugár összemérhetősége a teljes lineáris kiterjedéssel a földi áramlások szempontjából alapvető fontosságú¹.

Az n -edik normál módusnak megfelelő belső Poincaré-hullám diszperziós relációja folytonos rétegzettség esetén a homogén közegbeli összefüggés alapján

$$\omega_0 = \pm (f_0^2 + c_n^2 k^2)^{1/2} = \pm \left(f_0^2 + \frac{N^2 H^2}{\pi^2 n^2} k^2 \right)^{1/2} = \pm f_0 \left(1 + (R'_n k)^2 \right)^{1/2}, \quad (6.38)$$

ahol $k = (k_x^2 + k_y^2)^{1/2}$ a hullámszámvektor hossza a vízszintes síkban. Figyelembe véve a függőleges hullámszámvektor (6.26) lehetséges értékeit, a teljes diszperziós reláció úgy is írható, mint²

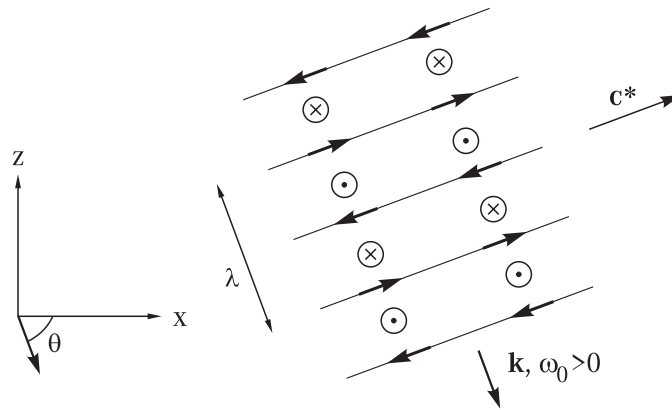
$$\omega_0 = \pm \left(f_0^2 + N^2 \frac{k^2}{k_z^2} \right)^{1/2}. \quad (6.39)$$

¹Olyan bolygók légkörében, ahol ez nem áll fenn, a környezeti áramlások más jellegűek mint a Földön. A Brunt–Väisälä-frekvencia a légkörrel rendelkező bolygók esetében $10^{-2} - 10^{-3}$ 1/s körülinek becsülhető. A Burger-számot ezért elsősorban a Coriolis-paraméter szabja meg. A Vénusz esetében a Burger-szám 1-nél jóval nagyobb, a Jupiter felsőlégkörében pedig 10^{-1} körüli.

²Mély rétegzett folyadékban, melyben a hidrosztatikus közelítés nem használható, a diszperziós relációra $\omega_0^2 = f_0^2 \sin^2 \theta + N^2 \cos^2 \theta$ adódik, ahol θ a hullámszámvektor vízszintessel bezárt szöge. Ez nem más, mint a 1.9 fejezetben látott tehetetlenségi hullámok és az 5.5 fejezet belső hullámai diszperziós relációinak egyfajta kombinációja. A (6.39) alak a sekély folyadéknak megfelelő $k_z \gg k_x, k_y$ esetben adódik, amikor $\sin \theta \approx 1$ és $\cos \theta \approx k/k_z$.

Mivel a függőleges és a vízszintes hullámszám a H mélység ill. az L síkbeli kiterjedés reciprokéval arányos és $H \ll L$, a k_z függőleges hullámszámkomponens sokkal nagyobb, mint k_x, k_y , vagyis a teljes hullámszámvektor vízszintessel bezárt szöge közel 90 fok. A hullámok tehát majdnem függőleges terjedési irányúak. Csoportsebességük merőleges a terjedési irányra, s előjelét a belső hullámokra érvényes összefüggések adják meg.

Érdekes megfigyelhető következménnyel jár a hullám elliptikus polarizációja. A tehetetlenségi hullámokhoz (l. 2.8 fejezet) hasonlóan a két vízszintes sebességkomponens komplex amplitúdójára a linearizált egyenletekből azt kapjuk, hogy $v_0 = iu_0 f_0/\omega_0$, a két sebességkomponens tehát negyed fázisnyi különbségben van, de amplitúdójuk most nem azonos. Adott helyen a sebességvektor anticiklonálisan forog időben, hiszen a Coriolis-erő az áramlást az északi félgömbön jobbra, a délin balra téríti. Ennek következtében (amint az 1.10 fejezetben is láttuk) a sebességvektorok elfordulása egy adott pillanatban *térben* is anticiklonális, ha az ω_0/k_z fázissebességgel ellentétes irányban mozgunk a z tengely mentén (l. 1.16 ábra). A pillanatnyi sebességek térbeli elfordulása megfigyelhető mind a légköri, mind az óceáni mozgások belső tehetetlenségi hullámokból eredő komponenseiben. A tapasztalat szerint a légköri hullámok csoportsebessége döntően felfelé mutat, tehát bennük pozitív frekvencia esetén a k_z hullámszám negatív. Ilyenkor az anticiklonális sebességelfordulás felfelé haladva látható (6.4 ábra). A tengeri hullámokban fordított a helyzet, ott az energiaszállítás főleg lefelé történik, s ezért ott az anticiklonális sebességelfordulás a mélyebb rétegek felé haladva figyelhető meg leggyakrabban (mint a 1.16 ábrán).



6.4 ábra: Belső Poincaré-hullám pillanatnyi sebességvektorai (kis nyilak) folytonos rétegzettségű közegben. A kis körben elhelyezett pont (kereszt) az ábra síkjából kifelé (síkjába befelé) mutató vektort jelöl. A hullám jobbra lefelé halad, az általa szállított energia pedig jobbra fel. A sebességtér a haladási tengely körül forog, a hullám elliptikusan polarizált. A pillanatnyi sebességvektor a haladási irányval szemben, azaz felfelé haladva anticiklonálisan fordul el. Ez a légköri tehetetlenségi-gravitációs hullámokban jól megfigyelhető.

A belső Kelvin-hullámok folytonosan rétegzett közegben a c_n sebességek valamelyikével haladnak, és az n indexnek megfelelő R'_n belső Rossby-sugárral csengenek le. Itt is az első néhány módusnak van csak gyakorlati jelentősége. Az első normálmódus geometriája azonos a 6.3 ábrán látottal, ha a belső elválasztó felületnek az éppen eltűnő vízszintes sebességű pontok összességét tekintjük.

Az η felszíni alak megtartása most is csekély változást jelent csak a baroklin hullámok tulajdonságaiban. Létezik ugyanakkor barotróp hullám is, ahol a felszíni alakváltozás jelentős, s a két réteg közel azonosan mozog, hasonlóan az homogén közegéhez. Ezt a külső Rossby-sugár jellemzi. Érdekes ezért a Rossby-sugarak (6.33) rendszerét kiegészíteni a külső Rossby-sugárral. Ez formálisan az $n = 0$ indexhez tartozónak tekinthető, a felszíni hullámok c_0 sebességével (l. 2.46).

A fenti megfontolások egyértelművé teszik, hogy gyorsan forgatott rétegzett folyadékban kialakulnak Rossby-hullámok is, s azokat a Rossby-sugarak rendszere határozza meg. Mielőtt azonban ezen fontos hullámok tárgyalására rátérnénk, érdemes megismerkedni az igen gyors forgatás határesetével kapcsolatos geosztrofikus egyensúlyi jelenségekkel.

6.5 Geosztrofikus egyensúly kétrétegű sekély folyadékban

A (6.3) Euler-egyenletben fellépő hidrodinamikai gyorsulás Rossby-számszor kisebb jelentőségű, mint a Coriolis-gyorsulás. A gyors forgatás határesetében a hidrodinamikai gyorsulás eltűnik, s kialakul egy $\mathbf{u}_{g,1}$, $\mathbf{u}_{g,2}$ stacionárius áramlás, amelyben a felszíni alakok kompenzálják a Coriolis-hatást, azaz

$$f_0 \mathbf{n} \times \mathbf{u}_{g,1} = -g \text{grad} \eta, \quad (6.40)$$

$$f_0 \mathbf{n} \times \mathbf{u}_{g,2} = -g \text{grad} \eta - g' \text{grad} \chi. \quad (6.41)$$

A két egyenletet kivonva:

$$f_0 \mathbf{n} \times (\mathbf{u}_{g,2} - \mathbf{u}_{g,1}) = -g' \text{grad} \chi. \quad (6.42)$$

A geosztrofikus áramlást a felső közegben tehát a felszíni alak határozza meg, a két közeg közötti sebességkülönbséget pedig az elválasztó felület alakja. A (6.42) egyenletből az is leolvasható, hogy az elválasztó felület szintvonalaival *párhuzamos* a relatív sebesség. Komponensekben:

$$v_{g,1} = \frac{g}{f_0} \frac{\partial \eta}{\partial x}, \quad u_{g,1} = -\frac{g}{f_0} \frac{\partial \eta}{\partial y}, \quad (6.43)$$

és

$$v_{g,2} = \frac{g}{f_0} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{g'}{f_0} \frac{\partial \chi}{\partial x}, \quad u_{g,2} = -\frac{g}{f_0} \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{g'}{f_0} \frac{\partial \chi}{\partial y}. \quad (6.44)$$

Az f_0 síkon zajló geosztrofikus áramlás mindkét közegben kétdimenziós, divergenciamentes. Léteznek tehát egy ψ_1 és egy ψ_2 áramlási függvény, melyből a geosztrofikus sebességek a szokásos deriválási szabállyal kaphatók. A fenti (6.43), (6.44) egyenletek alapján

$$\boxed{\psi_1 = \frac{g}{f_0} \eta, \quad \psi_2 = \frac{g}{f_0} \eta + \frac{g'}{f_0} \chi.} \quad (6.45)$$

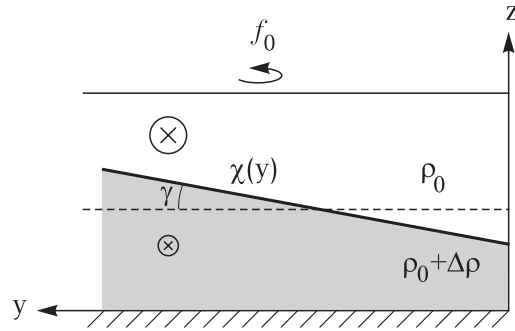
Ebből ismét látszik, hogy a relatív sebességeket a belső χ felületi alak határozza meg.

Konkrét példaként tekintsük azt az esetet, amikor az elválasztó felület az y irányban egyenletesen változik. Tegyük föl, hogy észak felé emelkedik, azaz a γ dőlésszöge pozitív. Ez annak felel meg pl., hogy az Északi-sark felé haladva az alsó hidegebb légréteg egyre vastagabb. A (6.43), (6.44) egyenletekből

$$u_{g,2} - u_{g,1} = -\frac{g'}{f_0} \text{tg} \gamma. \quad (6.46)$$

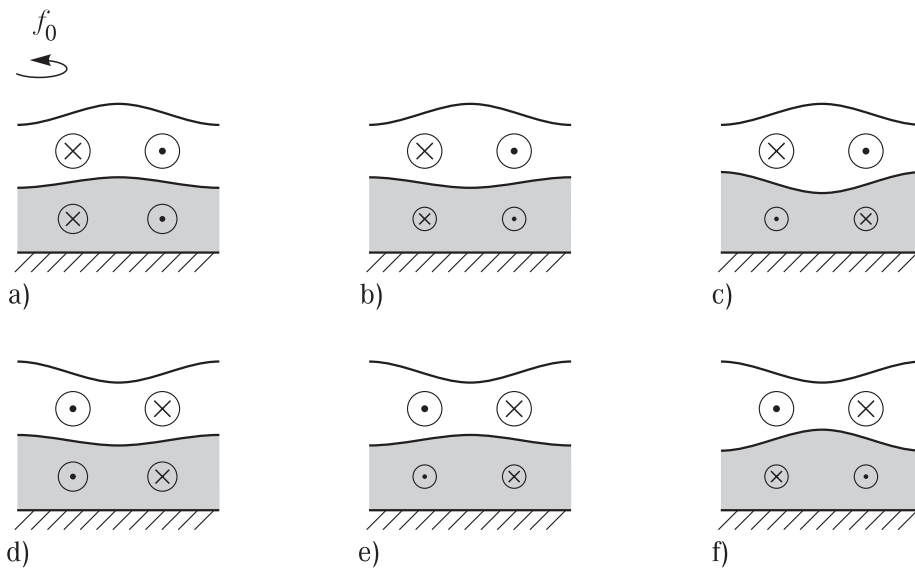
Az ilyen dőlés tehát az északi féltekén a keletre irányuló áramlási sebességet befolyásolja. A felső rétegben az áramlás *erősebb*, mint alul (6.5 ábra), *függetlenül* attól, milyen a külső felszíni alak.

A következő példában megvizsgáljuk, hogyan befolyásolja az áramlást a felszín és a belső elválasztó felület viszonya. Tegyük fel, hogy a felszínen kidudorodás figyelhető meg, η lokális maximummal rendelkezik, mely anticiklonális áramlást hoz létre. Az egyszerűség kedvéért tegyük fel azt is, hogy χ arányos η -val. Ha χ és η azonos nagyságrendűek, akkor (6.44)-ben a g' -vel arányos tagok csekély szerepet játszanak, s ezért az áramlás gyakorlatilag azonos mindkét rétegben, mely egy homogén (barotóp) anticiklonnak felel meg (6.6a ábra). Ha az elválasztó



6.5 ábra: Geosztrofikus egyensúly kétrétegű közegben. A felső elválasztó felületnek a közelebbi pólus irányában történő egyenletes emelkedése olyan stacionárius áramlással van egyensúlyban, mely *keletre* történik és a *felső (melegebb) rétegben gyorsabb* (ott a sebesség nagyságát jelző kör nagyobb sugarú).

felület behorpad és változása jóval erősebb, mint a felszíné, de $\eta + \chi g'/g$ még pozitív, akkor az áramlás baroklin, és az alsó közeg jóval lassabban mozog, mint a felső (6.6b ábra). Ha viszont, $\chi < -\eta g/g'$, akkor az alsó áramlás iránya is megváltozik: ott ciklonális forgású a sebesség (6.6c ábra). Ez jól mutatja, hogy rétegzett közegben csak adott magassági szinten értelmes a ciklonális-anticiklonális megkülönböztetés. A felszín behorpadása esetén is hasonló a helyzet (6.6d-f ábra). Az elválasztó felület erős kidudorodása alul anticiklonálissá teheti az áramlást.



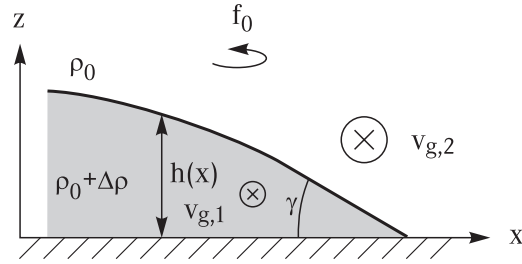
6.6 ábra: Geosztrofikus egyensúly kétrétegű közegben a külső és belső felszíni alak viszonyának függvényében. A külső felszín kiemelkedése alatt az áramlás mindig anticiklonális (a)-(c), de az alsó rétegben egyre lassab, ha a belső felszín változása ellenkező előjelű mint a külsőé (b), sőt előjelét is megváltozathatja (c). Hasonló a helyzet a külső felszín behorpadása esetén is (d)-(f). Az ábra tekinthető az x, y síkon közel forgásszimmetrikus elrendezések oldalnézetének, de az y irányban translációinvariáns felszíni alakokhoz tartozónak is.

6.6 Frontok forgatott rendszerekben, a Margules-összefüggés

Légköri vagy óceáni hideg vagy meleg áramlatok határán, a felszínt vagy aljzatot elérő *frontok* mentén hirtelen sűrűség-ugrás következik be. A frontok viselkedésének leírására a kétréteges közelítés jól alkalmazható. Legyen a sűrű közeget elválasztó felület alakja az egyszerűség kedvéért y -től független (6.7 ábra). Mivel a két közeget elválasztó felület most nem egy átlagos vízszintes vonal körül ingadozik, a sűrűbb közeg vastagságát érdemes változónak tekintenünk, melyet $h = h(x, t)$ -vel jelölünk. A frontvonal mentén, az alsó felszínen természetesen $h = 0$. A geosztrofikus áramlás feltétele ekkor (6.43), (6.44) szerint

$$v_{g,2} - v_{g,1} = \frac{g'}{f_0} \frac{dh}{dx}. \quad (6.47)$$

Ez azt mutatja, hogy a frontvonallal *párhuzamosan* sebességugrás alakul ki. A nyugatról érkező hideg frontban ($dh/dx < 0$) az északi féltekén $v_{g,2} < v_{g,1}$. Ezek szerint a frontban jelentős délre mutató, azaz északi szél komponens is megjelenik: a déli szél gyengül vagy ellenkező irányúvá változik.



6.7 ábra: Nyugalomban levő front körüli áramlás geosztrofikus egyensúlyban. A sűrű (hideg) közeg a $h(x)$ függvénnyel határolt tartományban helyezkedik el. Az áramlási sebesség mindkét közegben merőleges a rajz síkjára és az alsó közegben *gyengébb* az y irányú sebesség. A rajzon a γ dőlésszög negatív.

Az összefüggést a front véges γ hajlásszögű élére alkalmazva

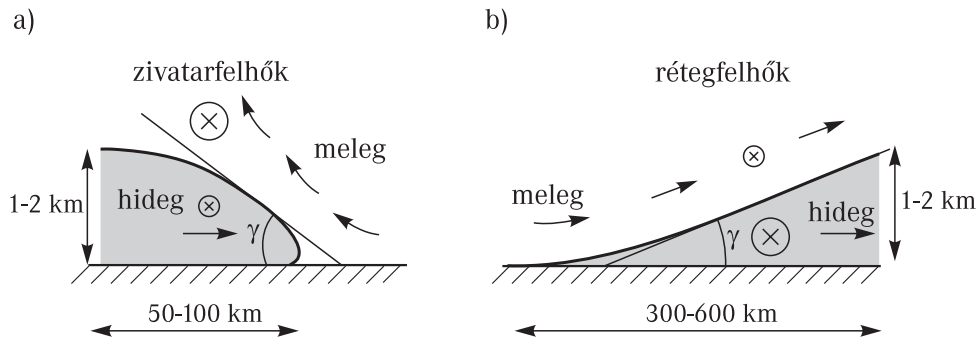
$$v_{g,2} - v_{g,1} = \frac{g'}{f_0} \operatorname{tg} \gamma. \quad (6.48)$$

Ez az ún. Margules-féle összefüggés a front két oldalán megfigyelhető sebességkülönbség, a redukált gravitációs gyorsulás és az elválasztó felület vízszintessel bezárt γ dőlésszöge között teremt kapcsolatot. Ez a szög nő a sebességkülönbséggel és a Coriolis-paraméterrel. A meredekség tipikus értéke a közepes szélességeken ($f_0 = 10^{-4}$ 1/s) 100-szoros redukcióval és 10 m/s sebességkülönbséggel számolva 1/100. A szög tehát kicsi, s ezért tangensével helyettesíthető. A front hajlásszögének sűrűség-, ill. hőmérsékletkülönbséggel megadott kifejezése ezért

$$\gamma = \frac{f_0}{g} \frac{\rho_0}{\Delta \rho} (v_{g,2} - v_{g,1}) = \frac{f_0}{g \alpha \Delta T} (v_{g,2} - v_{g,1}). \quad (6.49)$$

Az utolsó átalakításban felhasználtuk, hogy $\Delta \rho = \alpha \rho_0 \Delta T$, ahol α a hőtágulási együttható és ΔT a felső és az alsó közeg közötti hőmérsékletkülönbség. A szög abszolútértéke nő a sűrűség-, ill. hőmérsékletkülönbség csökkenésével.

A Margules-összefüggés geosztrofikus egyensúlyban lévő stacionárius frontokra vonatkozik. A valóságos frontok a kvázigeosztrofikus földi áramlásokban alakulnak ki, s ezért a fenti elmélet csak első közelítés. A frontok általában mozognak, s a felszínnel való súrlódás alakjukat befolyásolja.



6.8 ábra: Mozgó légköri frontok alakja (oldalnézet) és sematikus áramlási viszonyaik. A sebességnek a frontra merőleges és azzal párhuzamos komponense is van. (a) Hideg front. Alakja hasonlít a gravitációs áramlatéhoz. A front előtti heves feláramlás zivatarfelhők kialakulására vezet. (b) Meleg front. A feláramlás gyengébb, de a meleg levegő messze a front előtt is felhatol a hideg fölé, s rétegfelhők megjelenésével jár.

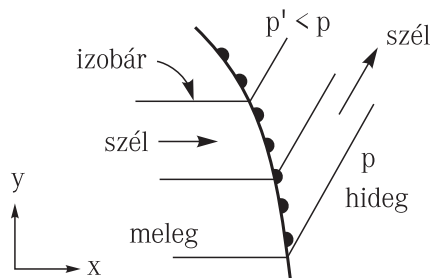
A légköri hideg frontok (hideg levegő behatolása a meleg alá) határfelülete előregyűródik a felszínen eltűnő sebesség miatt (6.8a, 6.9 ábra). A hideg front légtömegének mozgása ezért hasonlít egy gravitációs áramlatéhoz (5.14 fejezet), de nem szabad elfelejtenünk, hogy bennük a frontra *merőleges* áramlás is jelentős. Az általában gyorsan mozgó hideg frontok dőlésszöge $1/50$ körüli. A hideg légréteg vastagsága $1 - 2$ km, melyet az elválasztó felület a frontvonal mögött mintegy 50 km-re már elér.



6.9 ábra: Hidegfront (bal oldali fehér légtömeg) áthaladása a Balatonon 2001. május 18-án [Horváth Ákos (OMSZ Siófoki Viharjelző Observatórium) felvétele].

A légköri meleg front (a meleg levegő a lassan mozgó hideg légréteg fölé csúszik) határfelülete a súrlódás miatt ellaposodik (6.8b ábra). A meleg frontok dőlésszöge kisebb, $1/200-1/300$. Az 1 km-es szintet az elválasztó felület tehát kb. 300 km-rel a front előtt éri el.

Mozgó frontok mentén az alsó légrétegek ütköznek, összeáramlás történik, s ez feláramlás-hoz vezet (6.8 ábra). A frontok ezért a felszínen *mindig lokális nyomáscsökkenéssel* járnak. A



6.10 ábra: Felszíni nyomáseloszlás frontok mentén. A nyomás a front körüli feláramlás miatt lokális *minimumot* mutat. A felszíni sebességugrás következtében az izobárok *megettörnek*. Az ábra egy nyugatról érkező meleg front (vonal kis félkörökkel) körüli viszonyok sematikus rajza.

frontvonal mentén a felszíni izobárok *megettörnek* (6.10 ábra), hiszen a front átvonulása a sűrűbb közeg többlet-nyomásának megjelenésével jár. Összhangban van ez azzal is, hogy a felszíni szélsebességben *ugrás* történik a frontra merőleges irányban: *szélfordulás* tapasztalható (6.11 ábra). A feláramlás a hideg front mentén erőteljesebb a nagyobb dőlésszög miatt. A hideg front mentén ezért a föláramló levegőből nagy zivatarfelhők képződnek (6.9 ábra). Meleg front esetén a feláramlás lassúbb és kiterjed az egész elválasztó felület feletti levegőrétre, vagyis a felszínről nézve megelőzi a frontot. A meleg levegő feljutása rétegfelhők kialakulására vezet, melyek átlagos vastagsága annál kisebb, minél távolabb (és magasabbra) vagyunk a fronttól. Az égen megjelenő pehely (cirrusz) felhők ezért közeledő meleg frontra utalnak.

Térjünk most vissza a geosztrofikus közelítéshez és vizsgáljunk egy konkrét nemlineáris elválasztó felület alakot (6.12a ábra). Legyen

$$h(x) = h_0(1 - e^{-x/r_0}), \quad (6.50)$$

s az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a hígabb közegben a sebesség eltűnik. A sebesség a sűrű közegben északra mutat, s értéke (6.47) szerint

$$v_{g,2}(x) = \frac{g' h_0}{f_0 r_0} e^{-x/r_0}. \quad (6.51)$$

A sebesség tehát gyorsan csökken a frontvonal mögött. A teljes anyagtranszport

$$v_{g,2}(x)h(x) = \frac{g' h_0^2}{f_0 r_0} (1 - e^{-x/r_0}) e^{-x/r_0}. \quad (6.52)$$

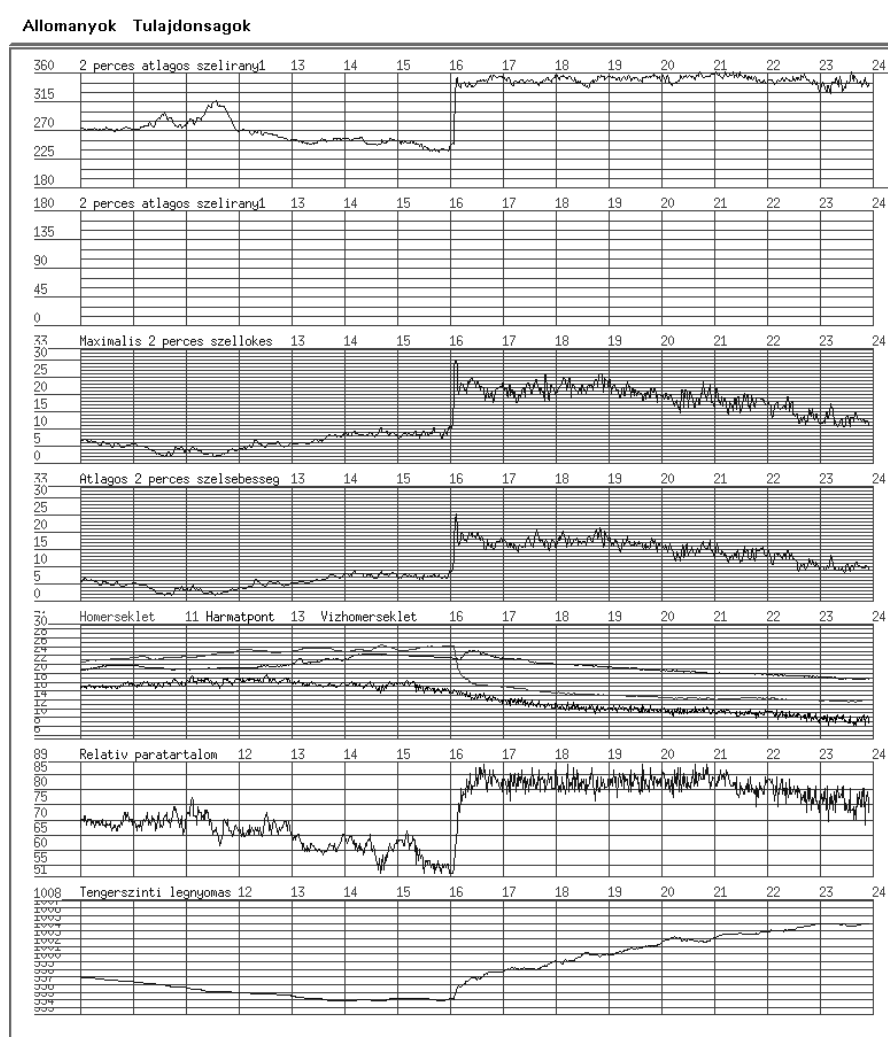
Ez a mennyiség a frontvonalától $r_0 \ln 2$ távolságra maximális.

A (6.51) kifejezést a frontvonal helyén, $x = 0$ -ra kiértékelve, összhangban vagyunk a (6.48) Margules-összefüggéssel. Ebben a képből a meredekséget a h_0 rétegvastagság és az r_0 lecsengési paraméter határozza meg: $\gamma \approx h_0/r_0$, s a front menti sebesség ezért $v_{g,2} = g'h_0/(f_0 r_0)$.

Érdeemes ugyanezt a modellt óceáni meleg frontra is alkalmazni egy H vastagságú közeg felső határán (6.12b ábra). Ha a meleg közeg kelet felé mélyül, akkor északra irányuló áramlás alakul ki a front mentén. A sebességet és az anyagtranszportot a fenti képletek adják. A külső felszín alakja is következik, hiszen az alsó közegben csak úgy tűnhet el a sebesség, ha $g d\eta/dx + g' d(H - h)/dx = 0$, ahonnan

$$\eta(x) = \frac{\Delta \varrho}{\varrho_0} h(x). \quad (6.53)$$

A meleg folyadék északra történő áramlása tehát felszíni kidudorodással jár, amint a homogén esetben (2.17 fejezet) már láttunk. Mivel az anyagtranszport egy r_0 vastagságú tartományra korlátozódik, ez a front modell egyben óceáni *áramlatok*, így a Golf-áramlat modellje is. Érdeemes ismét megfigyelni, hogy a belső alakváltozás mellett a külső elhanyagolhatóan kicsi, hiszen $\Delta \varrho \ll \varrho_0$.



6.11 ábra: Hidegfronttal járó paraméterváltozások a 6.9 ábrán látható front esetén. Figyelemreméltó a jelentős szélfordulás, ill. szélesség-, és hőmérsékletváltozás a 16 óra után néhány perccel áthaladó front jeleként [Horváth Ákos adatai].

6.7 A geosztrofikus egyensúly beállása

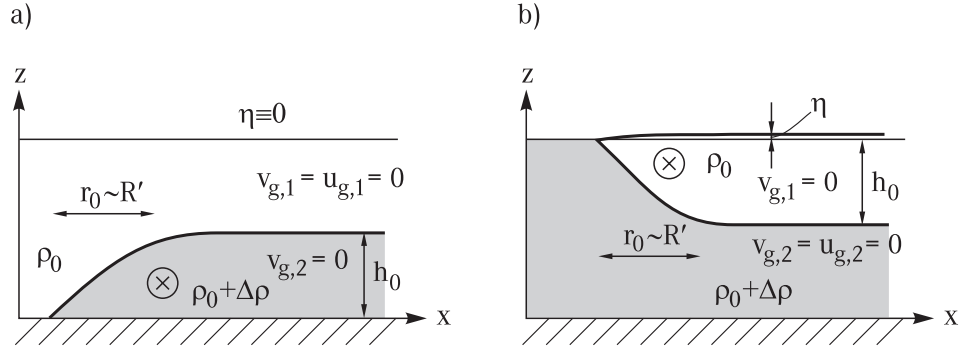
Ha kissé eltávolodunk a geosztrofikus egyensúlytól, s időfüggést is megengedünk, megérthetjük, hogy egy kezdeti ugrásszerű sűrűségkülönbségből hogyan alakul ki az egyensúlyi konfiguráció. Az elválasztó felület alakját a potenciális örvényesség megmaradása határozza meg. Használjuk ismét a kétrétegű közelítést, s vizsgáljunk egy meleg frontot, mely kezdetben a pozitív x tengely mentén helyezkedik el, véges H_1 állandó vastagsággal (6.13a ábra). Az alatta levő sűrű réteg vastagsága H_2 .

Az y koordinátától független $\mathbf{u}(x) = (0, v(x))$ áramlást feltételezve, elhanyagolható felszíni alakváltozás esetén a potenciális örvényesség az egyes közegekben

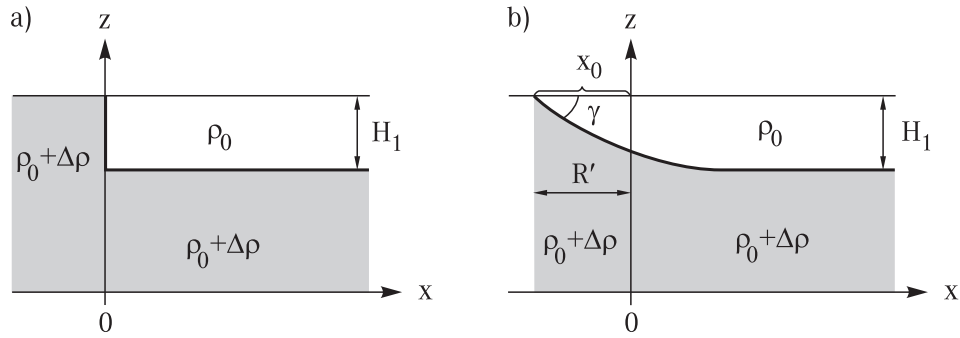
$$q_i = \frac{f_0 + \partial v_i / \partial x}{h_i} H_i, \quad i = 1, 2, \quad (6.54)$$

ahol $h_1 = h$ a felső réteg pillanatnyi vastagsága és $h_2 = H - h$. Mivel kezdetben nem volt mozgás, $q_i = f_0$. A megmaradási tételből következik, hogy $\partial v_i / \partial x = f_0 (h_i / H_i - 1)$.

A végállapotban (6.13b ábra) az áramlások geosztrofikusak, ezért igaz rájuk a (6.47) össze-



6.12 ábra: Az r_0 távolságon exponenciálisan lecsengő függvényvel leírt frontok geosztrofikus egyensúlyban. (a) Hideg front az aljzaton. (b) Meleg front a folyadék felszíne alatt. Ez egyben a Golf-áramlat modelljének tekinthető, annak az amerikai partvonallal párhuzamosan futó szakaszában. A pólus felé irányuló áramlás a front melletti r_0 vastagságú tartományban jelentős.



6.13 ábra: A geosztrofikus egyensúly beállása kezdetben függőleges elválasztó felület esetén. (a) A meleg közeg a pozitív félegyenes mentén állandó H_1 vastagságú rétegből indul. (b) A végállapotot exponenciális függvény írja le, mely az R' belső Rossby-sugáron cseng le az eredeti H_1 mélységig. A front is éppen R' távolságot mozdul el. A geosztrofikus egyensúlyi front meredeksége $|\gamma| \approx H_1/R'$.

függés. Ebből

$$\frac{\partial v_{g,2}}{\partial x} - \frac{\partial v_{g,1}}{\partial x} = f_0 \left(\frac{H-h}{H_2} - \frac{h}{H_1} \right) = \frac{g'}{f_0} \frac{d^2 h}{dx^2}. \quad (6.55)$$

Ennek a lineáris egyenletnek megoldása exponenciális lecsengés a

$$\frac{\sqrt{g' \frac{H_1 H_2}{H}}}{f_0} \quad (6.56)$$

távolságon, mely nem más mint a (6.18) belső Rossby-sugár. Az egyensúlyi alak tehát

$$h = H_1 (1 - e^{-(x-x_0)/R'}), \quad (6.57)$$

ahol x_0 a front élének koordinátája a végállapotban (6.13b ábra). Az utóbbi értékét abból kaphatjuk meg, hogy a teljes anyagmennyiség változatlan, tehát $\int_0^\infty (H_1 - h) dx = \int_{-x_0}^0 h dx$. Ebből az adódik, hogy $x_0 = R'$, vagyis az elmozdulás nagyságát is az R' belső Rossby-sugár határozza meg! Szokták ezért R' -t belső *deformációs* sugárnak is nevezni³. (A partmenti feláramlásokban játszott szerepére nézve l. 13.1 függelék).

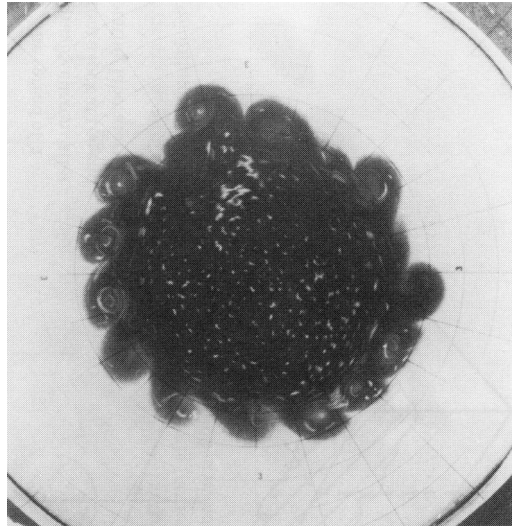
³Eredményünk a $g' \rightarrow g$ ($H_2/H \rightarrow 1$) helyettesítéssel a homogén közeg szabad felszínén a H_1 szintkülönbségű lépcső kisimulása utáni alakját adja meg. Az átmenet ekkor a $\sqrt{gH_1}/|f_0|$ külső Rossby-sugárnyi tartományon történik.

Az előbb esetekre alkalmazva ez azt jelenti, hogy a frontok, tengeráramlatok vastagságát a belső Rossby-sugár határozza meg: $r_0 = R'$. Az előző fejezet értelmében a frontok dőlésszögét is a belső Rossby-sugár szabja meg

$$|\gamma| \approx \frac{H}{R'} \approx \frac{|f_0|}{N}, \quad (6.58)$$

legalábbis geosztrofikus egyensúlyban. Az Fn frekvencia-arány (6.35) definíciója alapján az eredmény azt is mutatja, hogy a dőlésszög $1/Fn$ rendű.

A geosztrofikus egyensúly beállása forgatott hengeres kísérlettel demonstrálható. Ha kezdetben a henger közepén egy kisebb átmérőjű hengerrel elválasztjuk az eltérő sűrűségű folyadékot, akkor a kis henger eltávolítása után gravitációs áramlat indul meg sugárirányban. A nem forgatott rendszerrel ellentétben azonban elegendően nagy szögsebesség esetén az áramlat *nem* éri el a nagyobb henger külső falát, mert belső Rossby-sugárnyi elmozdulás után a sugárirányú mozgás megszűnik. Ezzel egyidejűleg tangenciális áramlás jön létre, s kialakul a geosztrofikus egyensúly. A 6.14 ábra egy ilyen állapotot mutat. A két közeg határán megfigyelhető hullámzó struktúra a 6.12 fejezetben tárgyalásra kerülő baroklin instabilitás következménye.

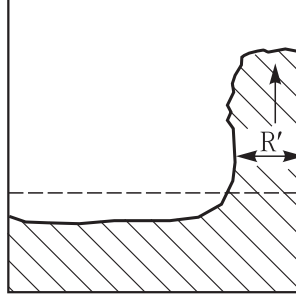


6.14 ábra: Kezdeti gravitációs áramlat következtében kialakult közel stacionárius geosztrofikus állapot forgatott hengerben (felülnézet). A sötét folyadék sűrűbb, s jelenlegi kiterjedése mintegy felének megfelelő sugarú tartományból indult.

Amennyiben az induló gravitációs áramlat partvonal mentén halad, a Coriolis-erő a partvonal felé terelheti az áramlást, s ez arra vezet, hogy az áramlás partra merőleges jellegzetes mérete is belső Rossby-sugár nagyságrendű lesz (6.15 ábra). Ez analóg a belső Kelvin-hullámok viselkedésével, noha az ilyen gravitációs áramlat a Kelvin-hullámok legfeljebb nemlineáris változatának tekinthető. Dél-Amerika és Ausztrália keleti partjai mellett erős szelekkel járó frontok szoktak megjelenni, melyek a déli sarki hideg levegő Egyenlítő felé áramlásával kapcsolatosak, miközben azt (a déli féltéken balra térítő) Coriolis-gyorsulás a parti hegyvonulatok mentén koncentrálna.

6.8 Geosztrofikus egyensúly folytonos rétegzettségű folyadékban

Gyors forgatás esetén folytonos rétegzettség mellett is igaz, hogy a hidrodinamikai gyorsulás elhanyagolható a többi gyorsulás mellett. A meglepő új vonás az, hogy (6.7) szerint ekkor tetszőleges *időfüggetlen* $\varrho'' \equiv \bar{\varrho}(x, y, z)$ sűrűségeloszlás esetén kialakul egy stacionárius geosztrofikus



6.15 ábra: Fal mentén haladó gravitációs áramlat sematikus képe forgatott közegben (felülnézet). Az áramlatot a Coriolis-erő egy fal körüli sávra koncentrálja, melynek vastagsága a belső Rossby-sugár. Az ábrán a forgatási irány pozitív.

áramlás, melynek komponensei

$$v_g = \frac{g}{f_0} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{g}{\rho_0 f_0} \frac{\partial}{\partial x} \int_z^H \bar{\rho} dz', \quad u_g = -\frac{g}{f_0} \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{g}{\rho_0 f_0} \frac{\partial}{\partial y} \int_z^H \bar{\rho} dz'. \quad (6.59)$$

Az integrálok felső határában az η felszíni alakot elhanyagoltuk, hiszen az mindig kicsi a teljes H mélységhez képest. A fentiekből következik, hogy az áramlás magasságfüggő, noha az f_0 -sík közelítésben minden egyes vízszintes síkban divergencia mentes.

A felszíni forma kiküszöbölhető, amennyiben tudjuk, hogy a folyadék nagy mélységben mozdatlan. Ekkor tehát létezik egy olyan z_0 szint, amelyben a geosztrofikus áramlás eltűnik. A z_0 szintre felírt (6.59), egyenletek

$$0 = \frac{g}{f_0} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{g}{\rho_0 f_0} \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_0}^H \bar{\rho} dz', \quad 0 = -\frac{g}{f_0} \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{g}{\rho_0 f_0} \frac{\partial}{\partial y} \int_{z_0}^H \bar{\rho} dz', \quad (6.60)$$

melyek egyben használhatók a felszíni alak meghatározására is. Ezeket az egyenleteket az eredetiekéből kivonva:

$$v_g = -\frac{g}{\rho_0 f_0} \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_0}^z \bar{\rho} dz', \quad u_g = \frac{g}{\rho_0 f_0} \frac{\partial}{\partial y} \int_{z_0}^z \bar{\rho} dz'. \quad (6.61)$$

A stacionárius, nem vízszintes rétegzettségű sűrűségeloszlás a felszíni alaktól függetlenül is egyértelműen meghatároz egy geosztrofikus áramlást. A geosztrofikus egyensúly egyik fontos új vonása, hogy a Coriolis-erő képes egyensúlyt tartani a ferde rétegzettségéből adódó gravitációs nyomásgradiensekkel is. A Coriolis-hatás következtében tehát olyan sűrűségeloszlások is stacionáriusak lehetnek, melyek eltérnek a helyzeti energia minimumát megvalósító függőleges rétegzettségtől. Az ilyen állapot külső energia betáplálása nélkül is fennmarad, de mint látni fogjuk nem feltétlenül stabil. Érdeemes néhány fontos esetet külön megvizsgálunk.

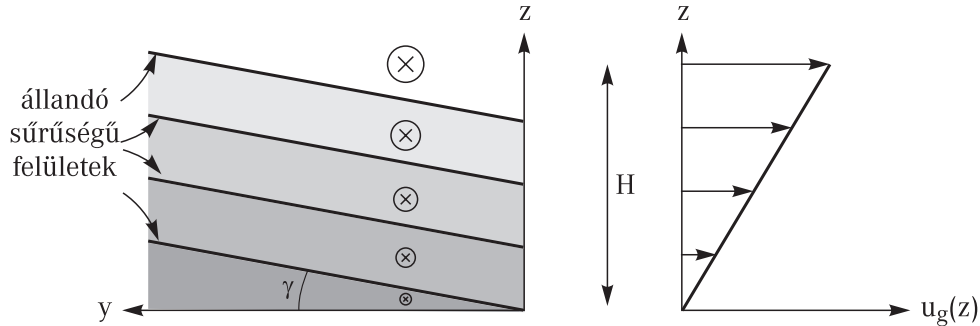
Megjegyezzük, hogy függőleges rétegzettség, $\bar{\rho} = \bar{\rho}(z)$ esetén az integrálok függetlenek a vízszintes koordinátáktól, így ilyenkor a (6.59) geosztrofikus áramlás teljes mértékben *meggyezik* a homogén közegbelivel, azaz egyedül a hidrosztatikai nyomáseloszlástól való eltérést megadó p' dinamikai nyomás határozza meg. Ebből az is következik, hogy a ψ áramlási függvény $\psi = p'/(f_0 \rho_0)$.

6.8.1 A termikus áramlás

Tegyük fel, hogy a geosztrofikus áramlás az aljzaton, vagyis a $z = z_0 = 0$ szinten tűnik el. A (6.59) sebességkomponenseket z szerint deriválva ekkor

$$\frac{\partial u_g}{\partial z} = \frac{g}{\rho_0 f_0} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial y}, \quad \frac{\partial v_g}{\partial z} = -\frac{g}{\rho_0 f_0} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x}. \quad (6.62)$$

A sűrűséggradiens vízszintes komponensei tehát egyértelműen meghatározzák a geosztrofikus sebesség magasságfüggését. Vegyük észre, hogy a sűrűséggradiens kelet-nyugati (x irányú) komponense az észak-déli sebesség változását okozza a magassággal, és fordítva. Az északi féltekén ($f_0 > 0$) pl. az észak felé növekvő sűrűség a keletre irányuló áramlás sebességének *növekedését* okozza a magassággal (6.16 ábra).



6.16 ábra: A termikus áramlás a ferdén elhelyezkedő sűrűségfelületekhez tartozó geosztrofikus áramlás. Ha az emelkedés a pólus irányában történik, és a felületek függetlenek az x koordinátától, akkor felfelé haladva egyre erősebb keletre mutató áramlást (nyugati szelet) tapasztalunk. A γ meredekség arányos az áramlás U/H gradiensével.

Ha a sűrűség nem függ x -től és a $\partial\bar{\rho}/\partial y$ derivált állandó, akkor a geosztrofikus áramlás lineárisan erősödik (6.16 ábra):

$$u_g(z) \equiv U(z) = \frac{g}{\rho_0 f_0} \frac{\partial\bar{\rho}}{\partial y} z \equiv U \frac{z}{H} \quad (6.63)$$

Ilyen mozgás homogén forgatott folyadékban nem alakulhat ki, hiszen ott egyedül a felszíni alak határozza meg az áramlást, mely ezért független a magasságtól.

Mivel a valóságban a sűrűségeloszlás x, y -függését rendszerint a hőmérséklet eloszlás inhomogenitása okozza, a (6.63) geosztrofikus áramlást *termikus* áramlásnak, a meteorológiában termikus szélnek nevezik. A vízszintes síkban kialakult hőmérsékletkülönbségek jelentős szélerősödéshez vezethetnek a magasabb légrétegekben, ahol a szél teljesen más erősségű lehet mint a felszínen⁴. A (6.62) egyenletek lehetőséget adnak arra is, hogy a sűrűségeloszlás ismeretében következtethessünk a légkör magasabb vagy az óceánok mélyebb rétegeiben létrejövő áramlásokra, melyek közvetlen módon nehezen mérhetők.

A ΔT hőmérsékletkülönbség hatására kialakuló termikus áramlás U/H sebességgradiense a (6.63) összefüggés alapján becsülhető, mint $g\Delta\rho/(|f_0|\rho_0 L)$, ahol L a vízszintes méret. Itt $\Delta\rho$ a vízszintes síkbeli hőmérsékletkülönbség következtében fennálló sűrűségkülönbség. A $\Delta\rho = \rho_0\alpha\Delta T$ összefüggés (α a hőtágulási együttható, $\Delta T > 0$) miatt a felszíni termikus sebesség nagysága az

$$U = \frac{g\alpha\Delta TH}{|f_0|L} \quad (6.64)$$

kifejezéssel becsülhető. Ennek alapján $L = 1000$ km távolságon 10 fokos hőmérsékletkülönbség esetén a sebesség a levegőben 30 m/s, az óceánban pedig valamivel kisebb, mint 1m/s.

A (6.63) termikus áramlás analóg a kétrétegű leírásban az észak felé dőlő elválasztó felületek esetén kapott eredménnyel, mely szerint a felső szinten a keletre irányuló sebesség erősebb, mint

⁴A csak sűrűségváltozásból adódó szélerősödés nem jár irányváltással, mint a viszkozitásból származó Ekman-rétegben.

alul (6.5 ábra). Az azonos sűrűségű felületek irántangense $\gamma = -(\partial\bar{\rho}/\partial y)/(\partial\bar{\rho}/\partial z)$. Mivel a z szerinti derivált nyilván negatív, a szög pozitív, azaz az azonos sűrűségű felületek észak felé emelkednek. A (6.63) alapján ez a meredekség

$$\gamma = \frac{f_0}{N^2} \frac{U}{H} = \frac{f_0 U}{g\alpha\Delta T} \quad (6.65)$$

A (6.49) összefüggés tehát a termikus áramlás diszkrét változatát jelenti.

6.8.2 A Golf-áramlat gyűrűinek forgása

A Golf-áramlat gyűrűi leszakadásuk után közel forgásszimmetrikusak, a síkbeli koordinátáktól csak a tengelyüktől mért r távolságon keresztül függenek. Bennük a sűrűségeloszlás nem állandó, hanem enyhe helyfüggést mutat. Közelítő alakként a

$$\bar{\rho}(z, r) = \Delta\rho e^{-r^2/r_0^2 + (z-H)/h_0} + \bar{\rho}(z) \quad (6.66)$$

sűrűségeloszlást választjuk. Ez tekinthető úgy is, mint valamely $\bar{\rho}(z)$ tetszőleges függőleges rétegzettségnek az r -függésen keresztül módosított változata. Itt $h_0 = 100 - 500$ m a gyűrű mélységi kiterjedése, $\Delta\rho$ pedig a gyűrű középpontjában és attól távol mért felszíni sűrűségek különbsége. A meleg gyűrűkben $\Delta\rho$ negatív, a hidegekben pozitív. Mivel $h_0 \ll H$, ahol H a teljes vízmélység, a radiális koordinátától függő járuléka a néhányszor h_0 mélységben már elhanyagolható. A gyűrű $r_0 \approx 50$ km sugara nem új paraméter, mert láttuk, hogy a Golf-áramlat vastagságát a belső Rossby-sugár határozza meg, mely $R' = \sqrt{g(|\Delta\rho|/\rho_0)h_0}/|f_0|$ nagyságrendű.

Geosztrofikus állapotot feltételezve, a (6.61) egyenlet szerint a kialakuló radiális sebesség

$$|\mathbf{u}_g|(z, r) = \frac{2g}{|f_0|} \frac{|\Delta\rho|}{\rho_0} \frac{h_0}{r_0} \frac{r}{r_0} e^{-r^2/r_0^2 + (z-H)/h_0}. \quad (6.67)$$

Az eredmény nem függ attól, hogy a z_0 referenciaszintet hogyan választjuk, ha az sokkal mélyebben van, mint a gyűrűk alja ($z_0 \ll H - h_0$), hiszen a levágás exponenciális, s ekkor $\exp((z_0 - H)/h_0)$ jó közelítéssel nullának vehető. A sebesség lefelé csökken; minden mélységi szinten a tengelyen eltűnik, onnét kifelé haladva először lineárisan nő, majd az r_0 távolságon túl exponenciálisan lecseng.

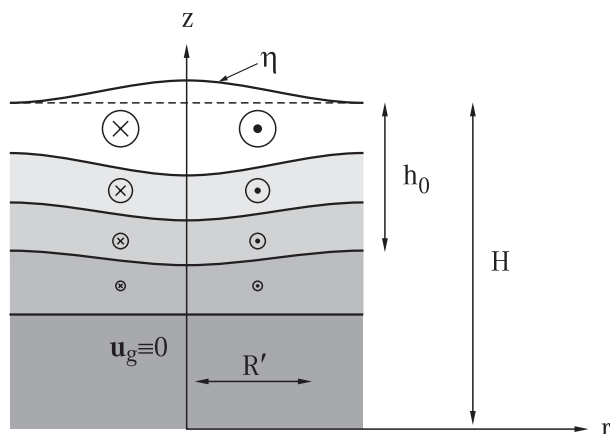
A felszíni alak ugyanakkor (6.60)-ból:

$$\eta = -\frac{1}{\rho_0} \int_{z_0}^H \bar{\rho} dz'. \quad (6.68)$$

A sűrűségeloszlást behelyettesítve

$$\eta = -\frac{\Delta\rho}{\rho_0} h_0 e^{-r^2/r_0^2}. \quad (6.69)$$

A meleg gyűrűk ($\Delta\rho < 0$) tehát kidudorodással kapcsolatosak, és anticiklonális forgásúak (6.17 ábra). Az állandó sűrűségű felületek behorpadnak a gyűrű tengelye körül, az tehát nagynyomású tartománynak felel meg. Ezzel egyben megkaptuk az anticiklonális áramlások tipikus alakját folytonos rétegzettség esetén is (6.17 ábra). A ciklonálisakhoz felszíni behorpadás és az állandó sűrűségű felületek tengely körüli kidudorodása tartozik.



6.17 ábra: A Golf-áramlat közel geosztrofikus meleg gyűrűinek sematikus sűrűség- és sebességeloszlása. A gyűrű vízszintes mérete belső Rossby-sugár nagyságrendű. Az ábra egyben a folytonos közegbeli tipikus anticiklonális áramlásnak felel meg.

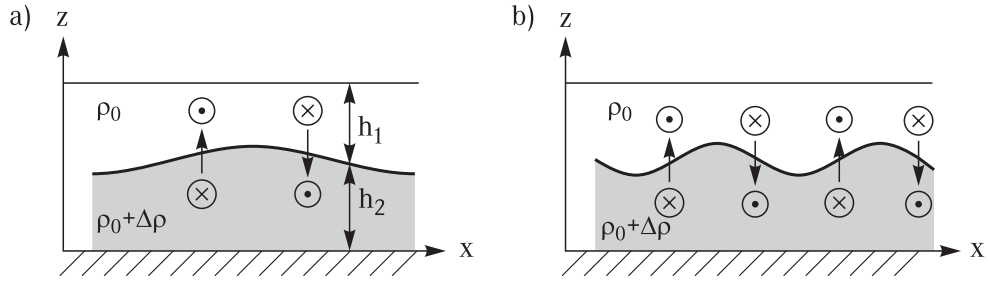
6.9 Rossby-hullámok kétrétegű közegekben: szemléletes kép

A 6.5 fejezetben láttuk, hogy igen gyors forgatás hatására mindkét rétegben időtől független síkbeli geosztrofikus áramlás jön létre, melyhez a (6.45) áramlási függvények tartoznak. Kevésbé gyors forgatás esetén lassú időbeli változásokkal járó kvázigeosztrofikus áramlás alakul ki. A homogén közeghez hasonlóan (2.5 fejezet) a sekélyfolyadék-dinamika ekkor mindkét rétegben *ekvivalens* a potenciális örvényesség megmaradásával, ezért a továbbiakban csak ezt a törvényt használjuk.

Tekintsünk egy felülről zárt folyadékot (merev lap közelítés), melyben az elválasztó felület kis lokális kidudorodását hoztuk létre (6.18a ábra). Az alsó, sűrűbb rétegben ez egyértelmű nyomásnövekedést jelent. A maximum körül ezért alul anticiklonális jellegű (de nem egészen stacionárius áramlás) jön létre. A felső réteg szempontjából az elválasztó felület pillanatnyi kidudorodása hasonló hatású, mint egy homogén közegben az alsó domborzat kiemelkedése, s ezért ott ciklonális az áramlás.

A felső rétegben az elválasztó felszín kidudorodásától keletre a folyadék sebessége északra mutat. A részecskék így olyan tartományba kerülnek (az Északi-sark felé közeledvén), ahol az f planetáris örvényesség erősebb. A $q_1 = H_1(f_0 + \beta y)/h_1$ potenciális örvényesség csak úgy maradhat meg, ha a h_1 folyadékmélység nő. Ugyanekkor az alsó rétegben a kidudorodástól keletre a folyadék sebessége délre mutat. A részecskék így olyan tartományba kerülnek, ahol a planetáris örvényesség gyengébb. A $q_2 = H_2(f_0 + \beta y)/h_2$ potenciális örvényesség csak úgy maradhat meg, ha a h_2 folyadékmélység csökken. Mindkét rétegben tehát arra a következtetésre jutunk, hogy a keleti oldalon enyhe leáramlásnak kell kialakulnia. Hasonló okokból a nyugati oldalon feláramlás alakul ki, s ezzel az egész kezdeti kidudorodás *nyugatra mozdul el*.

Tekintsük most az elválasztó felület hullámalakú kezdeti deformációját az x tengely mentén, mely legyen az egyszerűség kedvéért független az y koordinátától (6.18b ábra). A köztes felszín kidudorodása körül az áramlás jellege ugyanolyan, mint az előbb tárgyalt esetben. A felszín behorpadása esetén attól keletre feláramlás, nyugatra pedig leáramlás jön létre. A teljes hullám ezért szintén nyugatra halad. Érdeemes felhívni a figyelmet arra is, hogy a nyomás az elválasztó felület kitüremkedése alatt maximális, fölötte pedig minimális, és behorpadás esetén fordítva. A legerősebb függőleges áramlás viszont az adott szinten kialakuló nyomási szélsőértékek között tapasztalható. A potenciális örvényesség megmaradása következtében tehát létezik a



6.18 ábra: Belső Rossby-hullámok kialakulási mechanizmusa kétrétegű közegben. (a) Lokalizált felső felszíni kidudorodás körüli kvázigeosztrofikus áramlás a felső közegben ciklonális, az alsóban ellentétes irányú. A potenciális örvényesség megmaradása következtében ez *mindkét* közegben leáramlást kelt a keleti (jobb) oldalon és feláramlást a nyugatin, mely a kidudorodást *nyugati* irányba tolja. (b) Hullámalakú felszíni forma mozgása.

Rossby-hullámok megfelelője kétrétegű folyadékban, mely a *belső Rossby-hullám*, vagy a baroklin Rossby-hullám nevet viseli.

A homogén folyadék szabad felszínével kapcsolatos kvázigeosztrofikus jelenségek tehát a kétrétegű folyadék felszíni mozgásainak megfelelői. Mivel az utóbbiakat a teljes g gyorsulás helyett a $g' \ll g$ redukált gyorsulás határozza meg, a jellegzetes távolságskála ennek arányában csökkentett. Azt várjuk, hogy a lineáris belső Rossby-hullám diszperziós relációja (2.45)-nek megfelelően

$$\omega_0 = -\beta \frac{k_x}{k^2 + R'^{-2}}, \quad (6.70)$$

ahol R' a belső Rossby-sugár⁵. Mivel ez általában sokkal kisebb a R külső Rossby-sugárnál, a belső Rossby-hullámok diszperziós relációjában a nevezőbeli második tag rendszerint nem hanyagolható el, szemben a külső Rossby-hullámok esetével. A (6.70) diszperziós reláció pontos levezetéséhez szükségünk van a kétrétegű folyadék kvázigeosztrofikus egyenletére.

6.10 A kvázigeosztrofikus egyenlet kétrétegű közegben

A H_i átlagos rétegvastagságokhoz képest csekély η külső és χ belső felszíni ingadozást feltételezve és a Föld sugaránál kisebb vízszintes kiterjedésű áramlásokat vizsgálva, az egyes rétegek potenciális örvényessége:

$$q_i = \frac{\zeta_i + f}{1 + (h_i - H_i)/H_i} \approx \zeta_i + f \left(1 - \frac{h_i - H_i}{H_i}\right) \approx \zeta_i + f - \frac{f_0}{H_i} (h_i - H_i), \quad (6.71)$$

$i = 1, 2$. Az átalakításokban kihasználtuk, hogy a $(h_i - H_i)/H_i$ relatív vastagságingadozás, a ζ_i örvényesség, és a Coriolis-paraméter helyfüggéséből adódó $f - f_0 = \beta y$ változás kicsi, egymással vett szorzatuk tehát elhanyagolható. Mivel a kvázigeosztrofikus közelítés gyengén időfüggő áramlásokat ír le, a potenciális örvényesség kifejezésében szereplő tagok időderiváltja kicsi. Ezért a ζ_i örvényesség és a pillanatnyi rétegvastagság ugyanúgy fejezhető ki a ψ_i kvázigeosztrofikus áramlási függvénnyel, mint geosztrofikus egyensúlyban. Irhatjuk tehát, hogy $\zeta_i = \Delta\psi_i$. Másrészt

⁵Folytonosan rétegzett közegben a diszperziós reláció $\omega_0 = -\beta k_x / (k^2 + R_n'^{-2})$, ahol R_n' az (6.33) n -edik Rossby-sugár (l. 13.3 fejezet).

$h_1 - H_1 = \eta - \chi$ és $h_2 - H_2 = \chi$ (az utóbbi kifejezésben felhasználtuk, hogy az aljzat vízszintes), s ezért (6.45) alapján

$$h_2 - H_2 = \frac{f_0}{g'}(\psi_2 - \psi_1), \quad h_1 - H_1 = \frac{f_0}{g}\psi_1 - \frac{f_0}{g'}(\psi_2 - \psi_1). \quad (6.72)$$

A q_i potenciális örvényességek megmaradásából így a

$$\frac{d}{dt} \left(\Delta\psi_1 + \beta y - \frac{f_0^2}{gH_1}\psi_1 - \frac{f_0^2}{g'H_1}(\psi_1 - \psi_2) \right) = 0, \quad (6.73)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\Delta\psi_2 + \beta y + \frac{f_0^2}{g'H_2}(\psi_1 - \psi_2) \right) = 0 \quad (6.74)$$

egyenletrendszer adódik. A teljes időderivált az $i = 1, 2$ rétegben a

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial\psi_i}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial\psi_i}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} \quad (6.75)$$

kifejezést jelenti. A fenti csatolt nemlineáris egyenletrendszer a kétrétegű közelítés kvázigeosztrofikus egyenlete. A merev lap közelítés azt jelenti, hogy az η felszíni ingadozás elhanyagolható H_1 mellett, ezért $h_1 - H_1$ -ben, s következésképpen a (14.29) egyenletben a ψ_1 -gyel arányos tag nem jelenik meg. A kvázigeosztrofikus mozgást ekkor tehát csakis az elválasztó felület viselkedése és a g' redukált gyorsulás határozza meg, az $1/g$ -vel arányos tag nem jelenik meg (g formálisan végtelen).

6.11 Lineáris Rossby-hullámok kétrétegű közegekben

Tekintsük a linearizált kvázigeosztrofikus egyenleteket a merev lap közelítésben: Ekkor

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\Delta\psi_1 - \frac{f_0^2}{g'H_1}(\psi_1 - \psi_2) \right) + \beta \frac{\partial\psi_1}{\partial x} = 0, \quad (6.76)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\Delta\psi_2 + \frac{f_0^2}{g'H_2}(\psi_1 - \psi_2) \right) + \beta \frac{\partial\psi_2}{\partial x} = 0. \quad (6.77)$$

Az x irányban haladó hullámokat leíró áramlási függvényeket $\psi_i = \psi_{i,0} \exp(i\omega_0 t - ik_x x)$ alakban keresve, az

$$\left(\omega_0(k_x^2 + \frac{f_0^2}{g'H_1}) + \beta k_x \right) \psi_{1,0} = \omega_0 \frac{f_0^2}{g'H_1} \psi_{2,0}, \quad (6.78)$$

$$\omega_0 \frac{f_0^2}{g'H_2} \psi_{1,0} = \left(\omega_0(k_x^2 + \frac{f_0^2}{g'H_2}) + \beta k_x \right) \psi_{2,0} \quad (6.79)$$

polarizációs egyenletre jutunk. Az amplitúdók kiküszöbölésével a

$$\left(\frac{\beta k_x}{\omega_0} + k_x^2 + \frac{f_0^2}{g'H_1} + \frac{f_0^2}{g'H_2} \right) \left(\frac{\beta k_x}{\omega_0} + k_x^2 \right) = 0 \quad (6.80)$$

összefüggést kapjuk. Az első tényező akkor tűnik el, ha

$$\omega_0 = -\frac{\beta k_x}{k_x^2 + R'^{-2}}, \quad (6.81)$$

ahol R' a (6.18) belső Rossby-sugár. Ez a (6.70) diszperziós reláció x irányú terjedéshez tartozó speciális esete. A (6.78), (6.79) egyenletekből azt kapjuk, hogy ekkor $\psi_{1,0}/\psi_{2,0} = -H_1/H_2$, azaz az áramlás a két rétegben *ellentétes* előjelű. Az ilyen belső, baroklin Rossby-hullám mellett létezik a másik megoldásként adódó

$$\omega_0 = -\frac{\beta}{k_x} \quad (6.82)$$

diszperziós relációjú barotróp Rossby-hullám is. Az ehhez tartozó amplitudók (6.79) szerint azonos nagyságúak: $\psi_{1,0}/\psi_{2,0} = 1$. A barotróp Rossby-hullámban a két réteg azonosan mozog, s ezért nem csoda, hogy visszakaptuk a homogén közegben kialakuló, felszíni változással nem járó Rossby-hullám (2.37) diszperziós relációját.

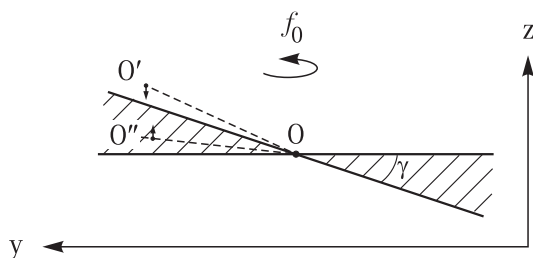
Amennyiben a külső felszín mozoghat, a teljes (14.29), (14.30) egyenletrendszer linearizált változatát kell megoldanunk, ahol (14.29)-ben szerepel $f_0^2\psi_1/(gH_1)$ is. Az ω_0 -ra kapott egyenlet ekkor nem faktorizálódik, de a $g \gg g'$ feltétel miatt a két gyök élesen kettéválik. A barotróp módusban $\psi_{1,0}/\psi_{2,0} \approx 1$, s a diszperziós relációban a külső Rossby-sugár jelenik meg. A baroklin módusban (6.81) jó közelítéssel érvényben marad, s igaz az is, hogy a két közeg ellentétesen mozog, $\psi_{1,0}/\psi_{2,0} \approx -H_1/H_2$. A merev lap közelítés tehát csekély eltéréssel megadja ismét a szabad felszínhez tartozó baroklin megoldást is.

6.12 A baroklin instabilitás: szemléletes kép

Geosztrofikus egyensúlyban olyan áramlások is kialakulhatnak, melyekben az állandó sűrűségű felületek ferdek. Ezt az állapotot csakis az erős forgatás tarthatja fenn, s nyilván nem felel meg a potenciális energia minimumának, hiszen ahhoz vízszintes rétegződés tartozik. Tipikus példa erre a termikus áramlás (6.8.1 fejezet), melyet a légkörben az északi félgömbön a sarok felé hűlő levegő tart fenn (az állandó sűrűségű felületek észak felé emelkednek), s melyhez a magassággal erősödő nyugati szél tartozik. Hasonlóan az óceánban, ahol az amerikai partokat elhagyó Golf-áramlat kelet felé fordul, ott éppen az áramlat választja ketté a sarki hideg tengervizet az egyenlítői melegtől, s így termikus áramlásnak is tekinthető. Az észak felé emelkedő sűrűségfelületek geosztrofikus egyensúlyi megoldások, de nem feltétlenül stabilak.

Az instabilitás lehetősége egyszerű gondolatmenettel megmutatható. Tekintsünk egy folytonosan rétegzett közeget, melyben a sűrűségfelületek északra emelkednek. Kövessünk egy folyadékkeletemet (a 6.14 ábrán O -val jelölt pontot), melyet egyensúlyi helyzetéből kissé kimozdítunk, s az elmozdulás északra és felfelé történik, ráadásul az azonos sűrűségű felületek γ dőlésszögénél nagyobb szögben (6.19 ábra). A folyadék így alacsonyabb sűrűségű környezetbe kerül (az ábrán az O' pont), s ezért lefelé mozdul el. Ezáltal közelebb került kiindulási állapotához, mely tehát stabil. Merőben más a helyzet a γ szögnél alacsonyabb szögben történő elmozdulásokra. A folyadék részecske ekkor a sajátjánál nagyobb sűrűségű közegbe kerül (O'' pont), rá eredő *felhajtóerő* hat, ezért *emelkedik*, s így távolodik eredeti állapotától. A kezdeti állapot tehát *instabil* minden olyan elmozdulásra, mely a vízszintes sík és az állandó sűrűségű felületek által bezárt szögtartományba esik. Az ilyen elmozdulások következtében az állandó sűrűségű felület a vízszintes felé fordul, tehát helyzeti energia szabadul fel. Ez a jelenség homogén folyadékban nem fordulhat elő, ezért az instabilitást *baroklin instabilitásnak* hívjuk. Az instabilitás hajtóereje tehát a döntött sűrűségfelületekben felhalmozódott helyzeti energia. Ez az energia elegendően lapos szögben zajló zavaráramlás hatására felszabadul, az áramlás laminaritását megtöri, és erősödő hullámmozgásra, baroklin hullámok kialakulására vezet. A termikus áramlások tehát instabilak. Még ha a kezdeti áramlás többé-kevésbé homogén is, hajlamos arra, hogy benne a közel vízszintes síkbeli kis zavarok felerősödjenek.

Az instabilitás jellegzetes λ_c hullámhosszát annak alapján becsülhetjük meg, hogy a forgatott rétegzett közeg egyetlen karakterisztikus távolsága az R' belső Rossby-sugár. Ezért a kritikus



6.19 ábra: A baroklin instabilitás lehetősége termikus áramlásban. A folytonos rétegzettségű közegben a döntött sűrűség-felületek és a vízszintes sík közötti (sátirozott) tartományba eső elmozdulás a kiindulása helyzettől történő *távolodást* eredményez. A kiindulási helyzet az O-O'' elmozdulásra nézve instabil (az O-O'-re stabil).

hullámhossz ezzel arányos:

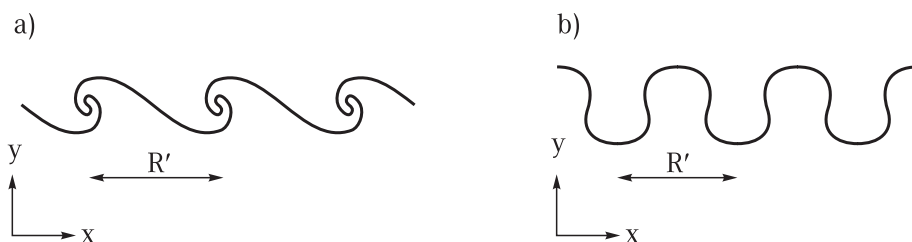
$$\lambda_c \sim R'. \quad (6.83)$$

A baroklin instabilitás tehát a *belső Rossby-sugárral* összemérhető hosszúságú hullámokra következik be. Ennek megfelelően a $k_c = 2\pi/\lambda_c$ kritikus hullámszám

$$k_c = CR'^{-1}, \quad (6.84)$$

ahol C egy dimenziótlan arányossági tényező.

Az egyre erősödő mozgás csak eleinte tartja meg a hullámalakot, utána a nagy amplitudójú nemlineáris viselkedés már más jellegű. Noha a kiváltó ok *nem* az egymás fölötti rétegek közötti sebességkülönbség, a nyírás, a nemlineáris hullám alakja 'felülnézetből' hasonlíthat a Kelvin-Helmholtz-instabilitásban látotthoz, csak sokkal nagyobb távolságskálán. Jól lokalizált áramlások, mint a jet stream vagy a Golf-áramlat esetében a baroklin instabilitás az áramlás begyűrődéséhez, meanderezéséhez vezet (6.20 ábra). Végző soron a begyűrődésekből alakulnak ki nagy leváló örvények, mint a ciklonok (1. ábra) vagy a Golf-áramlat gyűrűi (2. ábra). Ez az a mechanizmus, mely jelentős hőcserét tesz lehetővé az egyenlítői meleg és a sarki hideg közegek között, jóval hatékonyabban mint az egyszerű hővezetés.



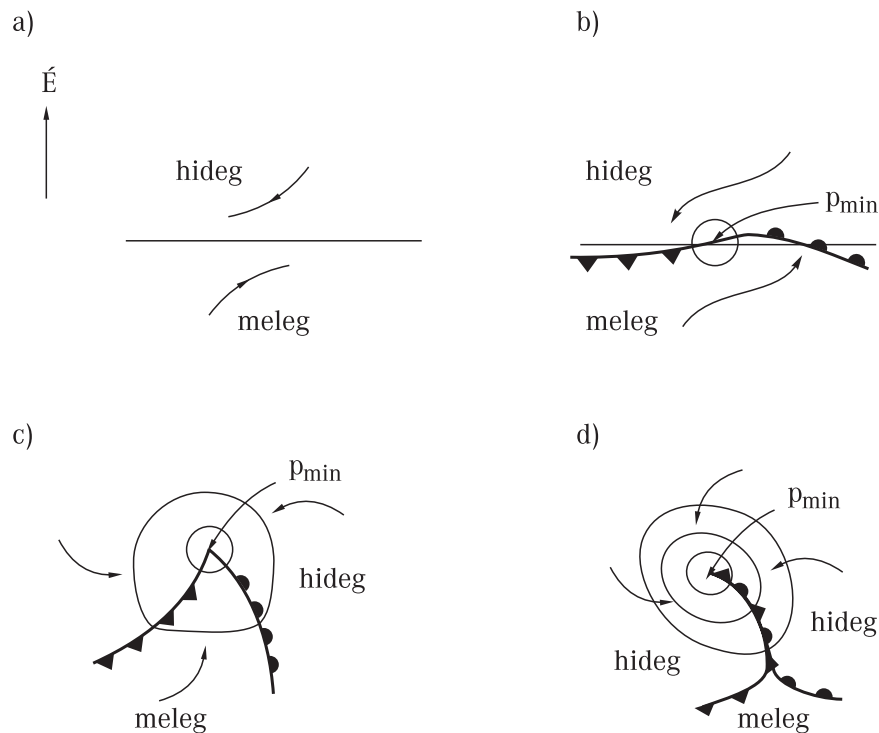
6.20 ábra: A baroklin instabilitás következtében megjelenő nagy amplitudójú baroklin hullámok lehetséges alakjai (felülnézet). (a) Begyűrődő hullámok (a Kelvin-Helmholtz-hullámokhoz hasonló szerkezet). (b) Meanderező áramlás

A mérsékeltövi ciklonok legfontosabb keletkezési helye a sarki hideg légtömegeket az egyenlítőhöz közelebb eső melegebb légtömegektől elválasztó poláris front. Ez a felszínen a 40-50 fokos szélességek tartományába esik, de rendszerint nem szélességi kör mentén, hanem nagy amplitudójú Rossby-hullámszerű mozgást mutatva. Mivel a hideg levegő a felszínen az Egyenlítő, a meleg pedig a közelebbi sarok felé tart (s mindkettőt eltéríti a Coriolis-erő, mely a termikus

szelet okozza), a poláris front mentén eleve alacsony nyomás uralkodik, hiszen itt lassú össze-, és feláramlás történik. A lokális sűrűség-, ill., hőmérsékletkülönbség a poláris front mentén a legnagyobb, a termikus szél is általában itt a legerősebb, s ezért ebben a tartomány várható a baroklin instabilitás legerőteljesebb megnyilvánulása.

Az egyszerűség kedvéért gondoljunk az északi féltékére, s tegyük fel, hogy a poláris front rövid szakasza egyenes, s itt egyelőre geosztrofikus egyensúly áll fenn (6.21a ábra). Amennyiben a magasabb légrétegekben valamilyen perturbáció történik, pl. valamelyik állandó sűrűségű felület behorpad, lokális ciklonális áramlás jön létre az alacsony légrétegekben. Ez a behorpadástól keletre kissé északra tolja a frontvonalat. Így meleg levegő kerül hideg környezetbe, ezért ott feláramlás indul meg. A felszíni nyomás lecsökken, s e pont mint centrum körül is kialakul egy ciklonális áramlás. A felszíni áramlás tehát a magas légköri ciklonális áramlást erősíti és így a hidrodinamikai viszonyok egyre jobban eltérnek a termikus szélnek megfelelőtől.

A ciklonális áramlás a centrumtól nyugatra a hideg levegőt a meleg levegő alá tolja. Ott mozgó hideg front alakul ki, a másik oldalon pedig meleg front (6.21b ábra). Az erősödő örvényesség és a feláramlás a felszíni surlódás miatt a planetáris határretegben spirálisan becsavarodó mozgással jár (4.3 fejezet), ezért a frontvonalak is enyhén begömbülnek⁶.



6.21 ábra: A mérsékeltévi ciklonok kialakulásának sematikus rajza az északi féltéken, felszíni viszonyok. (a) Kiindulási állapot: a poláris front (egyenes vonal) nem mozog. (b) Kis perturbáció: a meleg feláramlás miatt létrejövő ciklonális mozgás a nyugati oldalon mozgó hideg frontot (kis háromszögekkel jelölt görbe), a keletin pedig mozgó meleg frontot (kis félkörökkel jelölt görbe) hoz létre. (c) A közepstádium: a frontvonalak begömbülnek, a hideg front kezdi utólérni a meleget (a ciklon középpontja a termikus szél miatt kelet felé mozog). (d) A végállapot (okklúziós fronttal): a meleg levegő az alacsony nyomású központ körül mindenütt a felső légrétegekbe szorult, az instabilitás hajtóereje megszűnt.

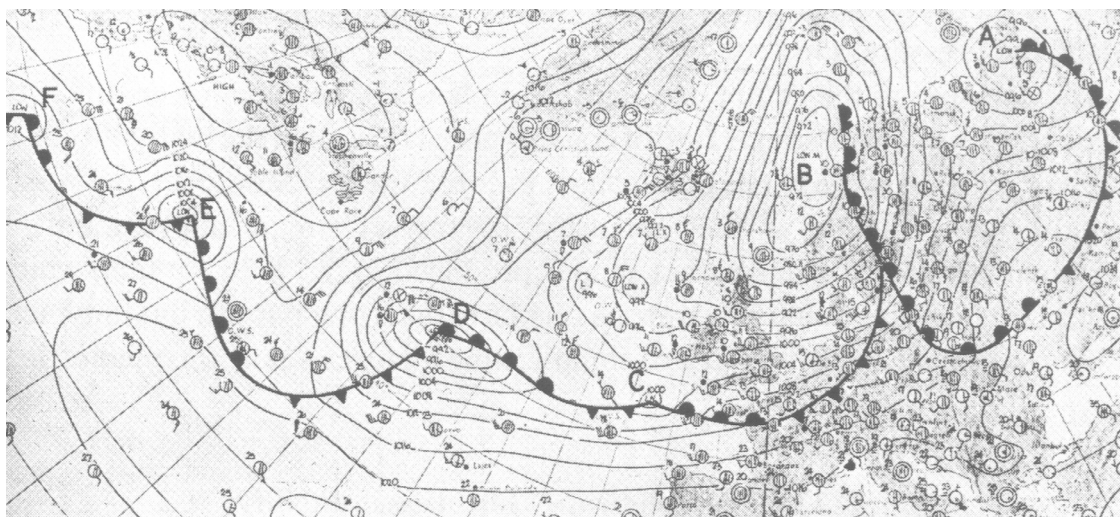
Az átlagos termikus szél a kifejlődőben lévő ciklont keletre sodorja, s így a felszínen a me-

⁶Különösen viharos ciklon alakulhat ki, ha a jetstream a felszíni alacsony nyomású központ fölé kerül, hiszen akkor a fenti gyors áramlás a levegőt megszívja, és erős feláramlást okoz.

leg front észak-keletre mozdul, de általában jóval lassabban, mint a dél-keletre haladó hideg front, melyet a felszíni nyugati szél támogat. A meleg levegő ekkor már csak egy viszonylag kis szögterületet foglal el a felszínen (6.21c ábra).

A meleg levegő kiszorítása tovább folytatódik, s végül a felszíni frontok összezáródnak, ún. *okklúziós* front jön létre (kis háromszögekkel és félkörökkel együtt jelölt vonal a 6.21d ábrán), melynek mindkét oldalán hideg levegő található (köztük csekély hőmérsékletkülönbséggel). A felszíni meleg levegő magasabb szintre emelése befejeződött, s a ciklon teljes felszíni területét elárasztotta a hideg levegő, a poláris front maga délebbre került. A ciklon mozgásához használható potenciális energia ezzel felemészte, s ezért a ciklon ezután lassan elhal. A teljes folyamat hasonlít a hullámtöréshez (tekintsük a 6.21 ábrát egy pillanatra oldalnézeti képnek), melyben a kezdetben kis amplitudójú hullám egyre élesebb maximumú lesz, átbukik és megörik, azaz energiája kisskálájú turbulens mozgássá alakul.

A ciklonok teljes életciklusa néhány nap, s ez időjárásunk változásának jellegzetes ideje. Tipikus méretük R' belső Rossby-sugárnyi, tehát néhány 1000 km. Általában csoportosan keletkeznek, s ilyenkor a köztük lévő távolság is ugyanilyen nagyságrendű, összhangban a (6.83) egyenlettel. Az egész baroklin hullám megjelenésében ilyenkor hasonlít a Kelvin–Helmholtz-instabilitás következtében létrejövő hullámokhoz (1. hullámtörési hasonlat), de hosszú hullámvonulat megfigyelésére nem számíthatunk, mert a belső Rossby-sugár nem fér rá sokszor a mérsékeltövi szélességi körökre (6.22 ábra).



6.22 ábra: Cikloncsalád. Az Atlanti-óceán felett ciklonvonulat (baroklin hullám) felszíni képe figyelhető meg (1967. október 15., 12 óra). A köztük levő távolság 1000 km körüli. Az Európától legtávolabbi ciklon most van születőben.

A baroklin instabilitás a forgatás és rétegzettség együttes hatásának egyik legfontosabb megnyilvánulása. Az instabilitás következtében kialakuló mozgás alapvetően befolyásolja a környezeti áramlásokat, így pl. az egész mérsékeltövi éghajlat jellegét. A baroklin instabilitás fontosságának felismerése és első leírása J. Charney nevéhez fűződik, a ciklonképződés kialakulásának mechanizmusa pedig V. Bjerknes-éhez. Ebből mára kiterjedt elmélet alakult ki, melyet a geofizikai folyadékdinamika egyik legjelentősebb eredményének tekinthetünk.

6.13 A baroklin instabilitás kétrétegű közegben

Tekintsünk egy kétrétegű közeget merev lap közelítésben. A közeg eleinte geosztrofikus egyensúlyban van észak felé igen enyhén emelkedő belső elválasztó felülettel az északi féltekén. Ha

a dőlésszög γ , akkor a két réteg közötti keletre mutató sebességek különbsége (6.46) alapján $\Delta U = \gamma g' / f_0$. Az egyszerűség kedvéért legyenek a rétegek azonos átlagos vastagságúak: $H_1 = H_2 = H/2$, melyből az következik, hogy a belső Rossby-sugár (l. 6.18)

$$R' = \frac{\sqrt{g'H}}{2f_0}. \quad (6.85)$$

Célszerű a jelenséget olyan koordinátarendszerből vizsgálni, melyben a felső közeg $U = \Delta U/2$ sebességgel mozog keletre, az alsó pedig $-U$ sebességgel nyugatra.

A (14.29), (14.30) kétrétegű kvázigeosztrofikus egyenletben az áramlási függvényeket úgy a

$$\psi_1 = -Uy + \psi'_1, \quad \psi_2 = Uy + \psi'_2 \quad (6.86)$$

alakban vesszük fel, ahol ψ'_i a két közeg kis perturbációit leíró időfüggő áramlási függvények. Ezt behelyettesítve és csak a lineáris tagokat megtartva:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right) \left(\Delta \psi'_1 + \frac{R'^{-2}}{2} (\psi'_2 - \psi'_1) \right) + (\beta + R'^{-2}U) \frac{\partial \psi'_1}{\partial x} = 0, \quad (6.87)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - U \frac{\partial}{\partial x} \right) \left(\Delta \psi'_2 - \frac{R'^{-2}}{2} (\psi'_2 - \psi'_1) \right) + (\beta - R'^{-2}U) \frac{\partial \psi'_2}{\partial x} = 0. \quad (6.88)$$

Az utolsó tagok abból következnek, hogy a (14.29), (14.30) egyenletekben fellépő $\psi_1 - \psi_2$ különbség vezető rendben $-2Uy$, mely ugyanolyan jellegű járulékot ad a lineáris egyenletben, mint a β tag. A baroklin hullámokat a $\psi'_i = \psi_{i,0} \exp(i\omega_0 t - ik_x x)$ alakban keresve a

$$\left[(\omega_0 - Uk_x)(k_x^2 + \frac{R'^{-2}}{2}) + k_x(\beta + R'^{-2}U) \right] \psi_{1,0} = (\omega_0 - Uk_x) \frac{R'^{-2}}{2} \psi_{2,0}, \quad (6.89)$$

$$\left[(\omega_0 + Uk_x)(k_x^2 + \frac{R'^{-2}}{2}) + k_x(\beta - R'^{-2}U) \right] \psi_{2,0} = (\omega_0 + Uk_x) \frac{R'^{-2}}{2} \psi_{1,0} \quad (6.90)$$

egyenletrendszerhez jutunk. A $\psi_{i,0}$ amplitúdók kiküszöbölése után a diszperziós relációt meghatározó összefüggés:

$$\left(\omega_0(k_x^2 R'^2 + \frac{1}{2}) + k_x \beta R'^2 \right)^2 - \frac{\omega_0^2}{4} = U^2 k_x^2 \left((k_x^2 R'^2 - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} \right). \quad (6.91)$$

Tekintsük először az f_0 -sík közelítést, melyben a β -effektus nincs jelen. Ha $\beta = 0$, a frekvencia közvetlenül leolvasható, mint

$$\omega_0^2 = U^2 k_x^2 \frac{(k_x R')^2 - 1}{(k_x R')^2 + 1}. \quad (6.92)$$

A frekvencia imaginárius, ha

$$k_x < k_c \equiv R'^{-1}. \quad (6.93)$$

Minden, a belső Rossby-szám reciprokánál kisebb hullámszámra, vagyis $2\pi R'$ -nél nagyobb hullámhosszakra a perturbáció instabil. Az ilyen hullám amplitúdója időben nő, növekedésének gyorsaságát az $s \equiv \omega_0/i$ instabilitási exponens jellemzi (6.23a ábra)

$$s = Uk_x \sqrt{\frac{1 - (k_x R')^2}{(k_x R')^2 + 1}}. \quad (6.94)$$

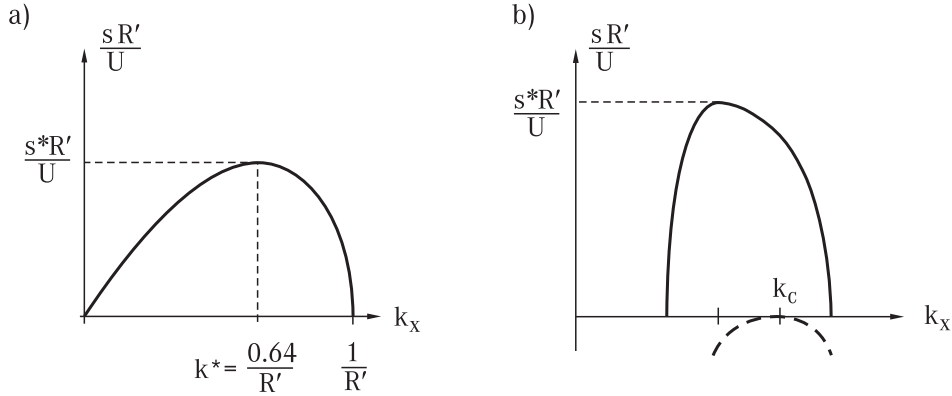
A leggyorsabban növekvő amplitúdó ahhoz a k^* hullámszámhoz tartozik, melyre s maximális. Ez

$$k^* = \sqrt{\sqrt{2} - 1} R'^{-1} \approx 0,64 R'^{-1}. \quad (6.95)$$

A megfelelő hullámhossz $2\pi/k^* \approx 10R'$, mely a légkörben 5000 km, az óceánban 300 km nagyságrendű. Az ehhez tartozó instabilitási exponens

$$s^* = (\sqrt{2} - 1) \frac{U}{R'}. \quad (6.96)$$

Ennek reciproka $U = 10$ m/s légköri sebességgel kb. 3 nap, óceáni 1 m/s értékkel pedig kb. 1 nap kétszereződési (pontosabban e -szereződési) időt jelent.



6.23 ábra: A baroklin instabilitás s instabilitási exponense kétrétegű közegben. (a) f_0 -sík közelítés. Az instabilitási tartomány és a leggyorsabban növekvő hullám k^* hullámszáma *nem* függ a termikus áramlás sebességétől. (b) β -sík közelítés. Instabilitás csak az U_c kritikus sebességnél *gyorsabb* termikus áramlásokra lép fel. A szaggatott vonal a kritikus sebességhez tartozó instabilitási exponens négyzetét mutatja, mely a k_c hullámszámnál lesz zérus. $U = U_c$ -re tehát csak ez az egyetlen hullámszám nem stabil. Növekvő sebességekre egyre szélesebb az instabilitási tartomány, s egyre nagyobb az exponens. A megrajzolt görbe $U = 2U_c$ -hez tartozik.

A realisabb esetben, amikor a Föld görbületét kifejező β -paramétert nem hanyagoljuk el, a másodfokú egyenlet megoldásából a diszperziós relációra azt kapjuk, hogy

$$\omega_0 = -\beta \frac{2k_x^2 R'^2 + 1}{2k_x(k_x^2 R'^2 + 1)} \pm k_x \frac{\sqrt{\beta^2 R'^4/4 + U^2 k_x^4 R'^4 (k_x^4 R'^4 - 1)}}{k_x^2 R'^2 (k_x^2 R'^2 + 1)}. \quad (6.97)$$

Megjegyezzük, hogy termikus áramlás hiányában ($U = 0$ -ra) visszakapjuk a Rossby-hullámok (6.81), (6.82) diszperziós relációit. Az $U \neq 0$ eset tehát úgy is tekinthető, mint a termikus áramlás stabilitásának vizsgálata Rossby-hullámszerű perturbációkra. Amíg (6.97) valós, a termikus áramlás jelenlétében kialakuló Rossby-hullámok diszperziós relációját adja. A gyökjel alatti kifejezés minimumát a

$$k_c = 2^{-1/4} R'^{-1} = 0,84 R'^{-1} \quad (6.98)$$

kritikus hullámszámnál veszi fel, ahol értéke

$$R'^2 \beta^2 - U^2. \quad (6.99)$$

Ez akkor lehet negatív, ha az U sebesség abszolútértéke nagyobb a $\beta R'$ kritikus értéknél:

$$|U| > U_c \equiv \beta R'. \quad (6.100)$$

A kritikus hullámszám jelentése az, hogy az U_c sebességnél éppen a k_c hullámszám válik instabillá. Numerikus értéke valamivel nagyobb az f_0 -sík közelítéssel kapott k^* -nál. A kritikus sebességre a $\beta = 10^{-11}$ 1/(ms) értékkel a légkörben 10 m/s-ot kapunk, s a kritikus hullámhossz 3700 km. Az óceánban U_c kisebb 1 m/s-nál, és a kritikus hullámhossz néhány száz km.

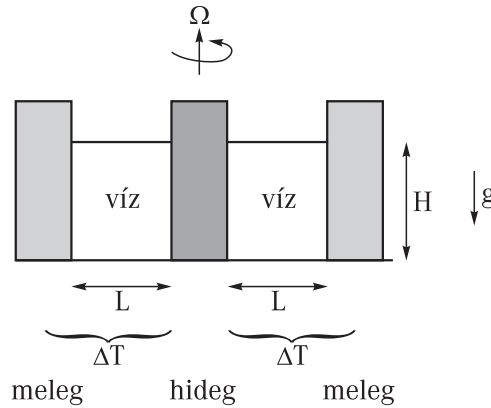
Ha a sebesség nagysága U_c -t meghaladja, akkor egyre nagyobb hullámszámtartomány válik instabillá. Az instabilitási exponens $|U| > U_c$ esetén

$$s = \frac{|U|}{R'} \frac{\sqrt{(1 - (U_c/U)^2)/4 - (k_x^4 - k_c^4)^2 R'^8}}{k_x^2 R'^2 + 1}, \quad (6.101)$$

amint a 6.23b ábra mutatja. A β paraméter jelenlétének tehát stabilizáló hatása van, hiszen a lassú áramlások minden hullámszámmal stabilnak bizonyulnak. Ennek oka az, hogy a felszabaduló energia most Rossby-hullámok keltésére is fordítható. Az instabilitás csak elegendően nagy sebességkülönbségek esetén jelenik meg, hasonlóan a Kelvin–Helmholtz-instabilitáshoz. A kritikus sebességkülönbség azonban a környezeti áramlásokban szokásos sebességek nagyságrendjébe esik, ezért a baroklin instabilitás kialakulása a β -hatás jelenlétében is gyakorlatilag elkerülhetetlen.

6.14 A baroklin instabilitás kísérleti kimutatása

A forgatott rendszerben oldalról fűtött folyadék áramlásának kísérleti vizsgálata során egy hengert koaxiálisan három részre osztanak. A belső kis hengert hidegen tartják, a külső hengergyűrűt pedig melegen. Ezek képviselik egy bolygó sarki ill. egyenlítői tartományait. A közbenső hengergyűrű ekkor az egyik oldalról melegített, s másiktól hűtött tartomány, s a benne elhelyezkedő folyadék mozgását rendszerint a légkör modelljének tekintik. A forgatás szögsebessége, vagy a hőmérsékletkülönbség függvényében vizsgálható, mikor válik a hengerszimmetrikus áramlás instabillá. Ez egyrészt a baroklin instabilitás kísérleti megvalósítását jelenti elhanyagolható β hatás esetén (hiszen az aljzat vízszintes), másrészt pedig a globális légkörzés általános tulajdonságainak felderítését is szolgálja.



6.24 ábra: A baroklin instabilitás kimutatásának forgóhengeres kísérleti elrendezése és jellemző adatai.

Kísérleti paraméterként változtatható az Ω szögsebesség, a ΔT hőmérsékletkülönbség, a folyadék H mélysége és a közbenső hengergyűrű L szélessége (6.24 ábra). Az eredményeket dimenziótlan kombinációk függvényében érdemes megadni, hogy az áramlások hasonlósági törvényei szerint rögtön leolvasható legyen jelentésük a környezeti jelenségek szempontjából is. A Rossby-számban megjelenő U sebességet célszerű a külső paraméterekkel kifejezni. A termikus áramlás erősségének (6.64) becslése alapján képzett Rossby-szám (most $f_0 = 2\Omega$)

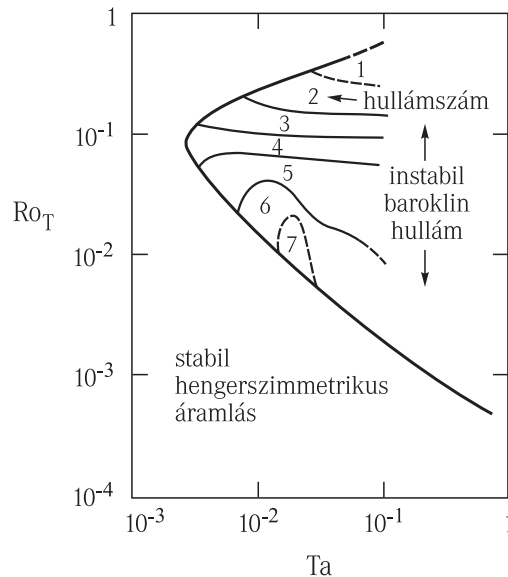
$$Ro_T \equiv \frac{g\alpha\Delta T H}{(2\Omega)^2 L^2}, \quad (6.102)$$

az ún. termikus Rossby-szám. A másik fontos dimenziótlan paraméter a forgatás erősségét mérő

$$Ta \equiv \frac{\Omega^2 L}{g} \quad (6.103)$$

Taylor-szám.⁷ A Ro_T és Ta paraméter tipikus értéke 10 cm-es L szélességgel és H mélységgel, 10 fok hőmérsékletkülönbséggel és percenkénti 3 fordulattal ($\Omega = 0,3 \text{ s}^{-1}$) számolva 0,5, ill. 10^{-3} . Érdeemes felhívni a figyelmet arra, hogy a geosztrófikus leírásban használt dimenziótlan paraméterekkel összevetve a termikus Rossby-szám a (6.37) Burger-számnak felel meg, hiszen $g\alpha\Delta T/H$ a Brunt-Väisälä-frekvencia négyzetét adná, ha a hőmérsékletgradiens függőleges irányú lenne. A belső Rossby-sugár $L \cdot Bu$ -ként becsülhető⁸.

A kísérletek eredményei a $Ta-Ro_T$ paramétersíkon a 6.25 ábrával foglalhatók össze. A vastag vonal a stabil forgásszimmetrikus termikus áramlás tartományát választja el a hullámszerű viselkedéstől, ahol a termikus áramlás már instabil. Ez a vonal tehát a baroklin instabilitás határgörbéje. A baroklin hullámok tartományában feltüntettük azt is, hogy hány hullámhossz jelenik meg a hengergyűrűben. A megfigyelt baroklin hullámok nem kis amplitudójú lineáris rezgések, hanem nagy amplitudójú nemlineáris mozgások. Az instabilitás következtében időben eleinte növekvő amplitudót a véges geometria megállítja. A hullámhossz az L vastagsággal arányos annak megfelelően, hogy a belső Rossby-sugár is közelítőleg L . Sokszor felismerhető egy meanderező központi jet. Erősebb forgatásokra a végállapot mindig az, hogy nagy ciklonális és anticiklonális örvények szakadnak le, melyek száma időben változatlan (6.26 ábra).



6.25 ábra: A forgóhengeres kísérlet eredménye a Taylor-szám és a termikus Rossby-szám által definiált $Ta-Ro_T$ paramétertéren.

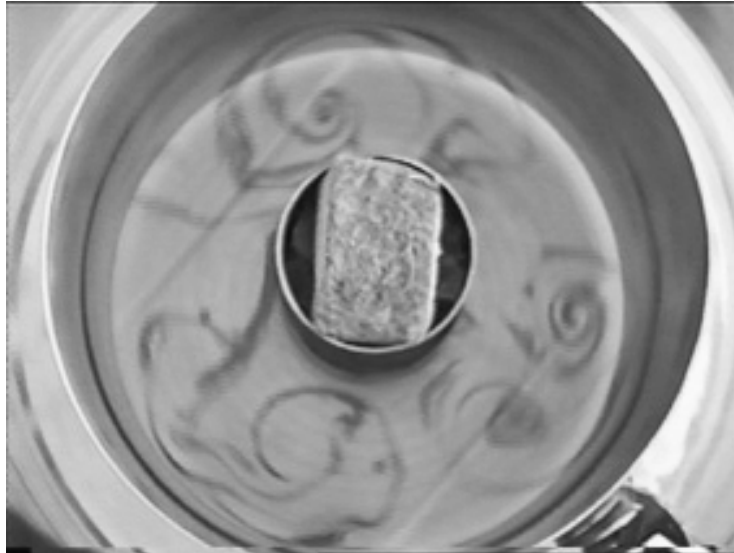
A véges geometria stabilizálja a kis hőmérsékletkülönbséghez tartozó termikus áramlást. Adott hőmérsékletkülönbség mellett a forgatási sebesség növelése a 6.25 ábra $Ta-Ro_T$ síkján egy -1 meredekségű egyenesen lefelé történő elmozdulásnak felel meg. Az egyenes annál feljebb fut, minél nagyobb ΔT . Azt látjuk, hogy a létrejövő instabilitás során leggyorsabban növekvő hullámok hossza (azaz a megfigyelt hullámhossz) csökken Ω növelésével. Ez összhangban van a

⁷A Taylor-szám leggyakrabban használt definíciója $Ta = \Omega^2 L^4 / \nu^2$, vagyis az ΩL kerületi sebességgel képzett Reynolds-szám négyzete. Esetünkben a Taylor-szám logaritmus lesz lényeges, s ez a kétféle értelmezésben egy konstans különbséget jelent csak.

⁸A Ta Taylor-szám az ΩL sebességgel képzett külső (1.27) Froude-szám négyzetének felel meg.

vízszintesen korlátlan kiterjedésű közegre vonatkozó egyszerű megfontolás eredményével, miszerint (l. (6.83)) $\lambda_c \sim R' \sim 1/|\Omega|$. A nagy külső hőmérsékletkülönbség hatására kialakuló baroklin hullámok hatékony hőcserét hoznak létre, s a folyadék belsejében megnövelik a lokális sűrűségkülönbséget az alsó és felső rétegek között. Az $R' \approx NH/2|\Omega|$ belső Rossby-sugár olyan nagyvá válhat, hogy az instabil, $\lambda_c \sim R'$ hosszúságú hullámok már egyszer sem férnek rá a gyűrűre, s ezzel megszűnik az instabilitás. Ez történik a vastag görbe felső ága mentén.

A globális légkörzés szempontjából a kísérletben a kis Taylor-számoknál tapasztalt viselkedés megfelel a földi alacsony szélességi körök (az Egyenlítő) mentén kialakuló stabil zonális áramlásoknak, hiszen itt a Coriolis-paraméter kicsi. Másrészt ugyanez a tartomány jellemzi a lassan forgó bolygók (pl. Vénusz) légkörét, ahol a baroklin instabilitás nem játszik szerepet. A mérsékelt égövi tipikus hőmérsékletkülönbségek a Földön jóval nagyobbak, mint a szubtrópusiak. Mivel az átlagos Coriolis-paraméter is ugyanezt a tendenciát mutatja e két tartományban, bennük a termikus Rossby-szám (Burger-szám) azonos nagyságrendű, a Taylor-szám viszont nem. A szubtrópusiból a mérsékeltégövi zónába való átlépés a kísérletben tehát a $Ro_T \approx$ állandó vonal menti jobbra haladásnak felel meg. Az eredmény jól mutatja, hogy a baroklin instabilitás és a nagy amplitudójú baroklin hullámok megjelenése a földi viszonyok között elkerülhetetlen a közepes szélességeken.



6.26 ábra: A baroklin instabilitás következtében kialakuló tipikus áramlási kép a forgóhengeres kísérletben. A megfestett tartomány kezdetben egy körgyűrű, s az hasad fel ciklonális és anticiklonális örvényekre az instabilitás hatására.

