

## Természet Világa



A TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ  
TÁRSULAT FOLYÓIRATA

Megindította 1869-ben  
SZILY KÁLMÁN

MAGYAR TERMÉSZETTUDOMÁNYI  
TÁRSULAT

A TERMÉSZETTUDOMÁNYI KÖZLÖNY  
144. ÉVFOLYAMA

2013/II. különszám  
Káosz, környezet, komplexitás



Magyar Örökség-díjas  
és Millenniumi-díjas folyóirat

Megjelenik az Országos Tudományos Kutatási  
Alapprogramok (OTKA, PUB-I 107817),  
és a Szellemi Tulajdon Nemzeti Hivatala  
támogatásával

**OTKA**

Szellemi Tulajdon  
Nemzeti Hivatala

Főszerkesztő:  
STAAR GYULA

Szerkesztőség:  
1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.  
Telefon: 327-8962, fax: 327-8969  
Levélcím: 1444 Budapest 8., Pf. 256  
E-mail cím: termvil@mail.datanet.hu  
Internetcímünk: www.termeszetvilaga.hu  
vagy http://www.chemonet.hu/TermVil/

Felelős kiadó:  
PIRÓTH ESZTER  
a TIT Szövetségi Iroda igazgatója

Kiadja  
a Tudományos Ismeretterjesztő Társulat  
1088 Budapest, Bródy Sándor utca 16.  
Telefon: 327-8900

Hirdetésfelvétel a szerkesztőségben

Nyomtatás:  
Pauker Nyomdaipari Kft.

Felelős vezető:  
Vértés Gábor  
ügyvezető igazgató

INDEX 25 807  
HU ISSN 0040-3717

Korábbi számok megrendelhetők:  
Tudományos Ismeretterjesztő Társulat  
1088 Budapest, Bródy Sándor utca 16.  
Telefon: 483-2546, fax: 338-4411  
e-mail: titlap@telc.hu

Előfizethető:  
Magyar Posta Zrt. Hírlap üzletág  
06-80-444-444  
hirlapelofizetes@posta.hu

Előfizetésben terjeszti Magyar Posta Zrt.  
Árusításban megvásárolható a Lapker Zrt.  
árusítóhelyein

## TARTALOM

<b>Szabó György–Tél Tamás:</b> Előszó	2
<b>Néda Zoltán–Boda Szilárd–Káptalan Erna:</b> Rend a rendezetlenségéből – játék metronómokkal	3
<b>Gruíz Márton:</b> Káosz mint komplexitás. A mágneses inga újra a káosz kutatás frontvonalában	8
<b>Zelei Ambrus–Stépan Gábor:</b> Mikrokáosz az egyensúlyozásban – elmélet és kísérlet	15
<b>Kocsis Attila:</b> A DNS-lánc mechanikai viselkedése	20
<b>Süli Áron:</b> Föld-típusú bolygók keletkezése	25
<b>Károlyi György:</b> Fraktálok kicsiben és nagyban. Kaotikus véráramlás és planktonvirágzás	32
<i>E számunk szerzői</i>	35
<b>Zsugyel Márton–Baranya Sándor–Józsa János:</b> Örvénydinamika és kaotikus elkeveredés folyami áramlásokban	36
<b>Krámer Tamás–Józsa János:</b> Sekély tavak szél keltette áramlásai. Kaotikus elkeveredéshez vezető tér- és időstruktúrák	46
<b>Vincze Miklós:</b> Légkör és óceán a laborasztalon. Környezeti áramlási jelenségek vizsgálata a Kármán-laboratóriumban	50
<b>Horányi András–Szépszó Gabriella–Szűcs Mihály:</b> Valószínűségi előrejelzések: áldás vagy átok?	56
<b>Horváth Ákos:</b> A viharjelzés bizonytalanságai	62
<b>Haszpra Tímea:</b> Világjáró részecskék a légkörben. Az Eyjafjallajökull vulkán kitörésének és a fukushimai balesetnek a tanulságai	67
<b>Homonnai Viktória:</b> A légköri hosszú távú kapcsolatok titka	73
<b>Márty János–Rácz Zoltán:</b> A jégkorszakok rejtélyei	77
<b>Jánosi Imre:</b> Energia és társadalom. Drasztikus fázisátalakulás küszöbén állunk?	82
<b>Kondor Imre:</b> A komplexitás kihívása	86
<b>Boza Gergely–Scheuring István:</b> Diverzitás és komplexitás a mutualista kapcsolatokban	91
<b>Szolnoki Attila:</b> Komplex viselkedés társadalmi dilemmákban	98
<b>Vukov Jeromos:</b> Csalni vagy nem csálni? Matematikai komplexitás az emberi kapcsolatokban	103
<b>Muraközy Balázs:</b> Teremtő rombolás közelnézetből	107
<b>Gulyás Attila:</b> Az agykérgi hálózatok szerkezeti és működési komplexitása	113
<b>Csépe Valéria:</b> Kognitív fejlődés, agyi komplexitás, matematika. Idegtudományi tanulságok a természettudományok oktatásához	117
<b>Ercsey-Ravasz Mária–Toroczkai Zoltán:</b> A döntéshozatal és a Sudoku káosza	122
.....	
<i>Címképünk:</i> A földfelszín szoros klimatikus összefüggésben álló pontjainak összekötöttségi rendszere. A légköri hosszú távú kapcsolatok titka című cikkünkhöz ( <i>T. Nocke munkája</i> ).	
.....	
<i>Borítólapunk második oldalán:</i> Illusztrációk cikkeinkhez	
<i>Borítólapunk harmadik oldalán:</i> Sudoku mesteriskola	
<i>Borítólapunk negyedik oldalán:</i> Különszámunkhoz kapcsolódó kiadványok	
.....	
Összeállította:	
SZABÓ GYÖRGY és TÉL TAMÁS	
Főszerkesztő:	
STAAR GYULA	
Szerkesztők:	
DÜRR JÁNOS, KAPITÁNY KATALIN, NÉMETH GÉZA, SZABADOS LÁSZLÓ	
Tervezőszerkesztő:	
HORVÁTH IMRE	
Szerkesztőségi irodavezető:	
LUKÁCS ANNAMÁRIA	

## ELŐSZÓ

**A** Káosz, környezet, komplexitás különszámunk fő célja, hogy a komplex rendszerek területén az utóbbi 10 évben elért legújabb eredményeket a terület magyar kutatói érdekes és közérthető cikkek formájában eljuttassák az érdeklődő nagyközönséghez. Szerzőink többségének kutatása az Országos Tudományos Kutatási Alapprogramok (OTKA) támogatásával történik, így a kiadvány egyben áttekintést ad arról is, hogy az OTKA milyen fontos tudományos kérdések vizsgálatát finanszírozza. A különszám tervezett későbbi elektronikus elérhetősége lehetővé teszi, hogy évekkel a nyomtatott példányok elfogyása után is elérhető közkinccs maradjon a kutatók által összegyűjtött, közérthetően ismertetett tudásanyag.

Címlapképünk meglepő módon szemlélteti a különszám témakörét. Első látásra a repülőgépjáratok egész Földre kiterjedő eloszlásának, vagy az internethálózatnak gondolhatnánk, amelyhez annyi új és érdekes kutatási eredmény kapcsolódik, hogy azokkal egy következő különszám is megtölthető lenne. A kép azonban a potsdami Klímakutató Intézetben készült (Potsdam, Institut für Klimafolgenforschung), Thomas Nocke munkája, aki Jürgen Kurths professzor vezetésével dolgozik. (A képet engedélyükkel közöljük, amiért ezúton is köszönetet mondunk). Kutatásuk során a Föld felületén sűrűn elhelyezett rácsponthoz vizsgálták a levegő felszíni hőmérsékletének havi átlagát az utóbbi hatvan év adatai alapján. Azokat a pontokat köztölték össze vonalakkal, amelyekben a hőmérséklet időbeli viselkedése hasonló vagy ellentétes menetű (vagyis erősen korrelált). Megdöbbentő, hogy több ezer kilométer távolságban, különböző földrészekben is léteznek pontok, melyek között klimatikus összefüggés áll fenn. Azt szokás mondani, hogy a légkörben távkapcsolatok (angolul teleconnections) vannak. A Peru partjaitól Ausztrália irányába húzódó vastag nyáláb pl. a híres El Niño jelenségre utal. Ugyan a távkapcsolatok fontos mechanizmusa általában még nem ismert, máris az éghajlat fontos vázának tekinthetők. Talán a létezésüknél is meglepőbb, hogy két távkapcsolatban álló ponthoz közeli pontok között rendszerint nincs távkapcsolat. A kis változásokra történő jelentős eredménybeli változás a kaotikus rendszerek sajátja. Környezeti problémáról van szó, s világosan látszik, hogy az időjárás, az éghajlat komplex rendszert alkot. Címlapképünk tehát egyszerre utal mindarra, ami káosz, környezet, komplexitás.

A létező és fontos átfedések ellenére cikkeinket fő mondanójuk alapján e három alcím szerint csoportosítottuk.

A káosz meglehetősen összetett viselkedés, de még így is csak a „legelembibb” válfaja a komplexitásnak. A különszám a káosz néhány érdekes vonásának felvillantása után az alkalmazások felé fordul. Sorra vesszük azokat a területeket – mérnöki tudományok, csillagászat, a véráramlás fizikája –, ahol a káosz mára egészen új szemléletet hozott. Több cikk utal arra, hogy számos jelenség érthető meg a nemlineáris fizikai inga viselkedésének matematikai leírásán keresztül. Példaként említhetjük az instabil rendszerek (katonai repülőgépek és segway) szabályozását vagy a DNS-lánc végének lengését.

Az utóbbi években a káosz-tudomány szemléletének átvételével jelentős megújulás történt a környezettudományokban. Ezek egyi-

ke a szennyezések terjedésének témakörét érinti. A különszám több cikket is szán a hazai folyók és tavak áramlással kapcsolatos jelenségeinek, vagy a vulkáni hamu légköri terjedésének, általában a környezetszennyezés dinamikájának bemutatására. A másik megújult irány az előrejelzéssel kapcsolatos. Ez a vonulat a viharjelzéstől a klímadinamikáig terjed, érintve a címlapkép kapcsán már említett távkapcsolatok jelenségét is.

Harmadik nagy témakörünk, a komplexitás általános bemutatása. Az ilyen tulajdonságú rendszerek időben jelentősen változó, akár tanulásra is képes alrendszereket tartalmaznak. Ide sorolható természetesen maga az agy, de minden bonyolult döntéshozatali mechanizmus is. A különszám ezen részének tanulmányai a sokszereplős biológiai, társadalmi, közgazdasági rendszerekben elemzik a komplexitás megnyilvánulását. Eljutunk az idegtudományi vizsgálatokig, melyek közvetlen tanulságokkal szolgálhatnak akár a természettudományok oktatásához is. Példákat mutatunk arra, hogyan hasznosulnak a sok részecskéből álló rendszerek makroszkopikus leírására kidolgozott fizikai módszerek az olyan társadalmi és biológiai jelenségek leírásában, ahol az egyéni önzés és a közösségi érdeket szolgáló együttműködés versengése vagy a stratégia-, illetve fajtársulások kialakulása határozza meg a rendszer makroszkopikus viselkedését. Ezekben a rendszerekben fontos szerep jut a Neumann János által kidolgozott játékelméletnek, ami hatékony matematikai eszköz a mindennapi életünkben, a biológiai jelenségekben, az emberi és állati viselkedésben, a társadalmi és közgazdasági folyamatokban, illetve agyunk, nyelvünk és szokásaink fejlődésében megfigyelt jelenségek leírására. A témakör egységét mutatja az az ív, amely az utolsó cikk és az első között feszül: a legkomplexebb döntéshozatali folyamatok mögött, megfeleltől oldalról nézve, a káosz dinamikája bukkan elő.

Külszámunk témakörében a tudományos eredmények mennyisége és jelentősége már olyan mértékű, hogy annak egy része hasznosítható lenne a politikai és gazdasági döntéshozatalban is. Számos esetben a hasznosulás legnagyobb akadálya az eredmények és lehetőségek ismeretének hiánya, amit ezzel a különszámmal igyekeztünk csökkenteni. Igazi előrelépést az jelentene, ha a sajtó, a rádió és a televízió nagyobb szerepet vállalna a tudományos eredmények ismertetésében. Cikkeink világosan mutatják azt is, hogy napjainkban az alap-természettudományok módszereinek behatolása zajlik a biológiai és társadalomtudományi területekre. A nemzetközi szakirodalom is világosan tükrözi azon kutatók, szakértők és döntéshozók előnyeit, akik természettudományos gondolkodásmóddal és a matematika eszközeivel törekednek az összetett rendszerek jelenségeinek értelmezésére. Ennek szellemében fiataljainkat azzal segíthetnénk leginkább, ha a középfokú képzésben a mainál sokkal nagyobb szerepet kapna a természettudományos gondolkodásmód elsajátítása.

SZABÓ GYÖRGY-TÉL TAMÁS

A Káosz, környezet, komplexitás különszám megjelenését az Országos Tudományos Kutatási Alapprogramok (OTKA), valamint a Szellemi Tulajdon Nemzeti Hivatala támogatta.

# OTKA

Országos Tudományos Kutatási  
Alapprogramok



Szellemi Tulajdon  
Nemzeti Hivatala

NÉDA ZOLTÁN-BODA SZILÁRD-KÁPTALAN ERNA

# Rend a rendezetlenségből – játék metronómokkal

## Huygens ingaóráinak furcsa szimpátiája

*Christian Huygens*, a XVII. századi fizika egyik hőse, ingaórák készítésével és fejlesztésével is foglalkozott. Az akkori hajózás egyik nagy problémája volt, hogy a hosszú tengeri utakra alkalmas stabil és megbízható óraművet fejlesszenek ki. Az ingaórák korában ez igen nehéz feladatnak tűnt, mivel a hajókra szerelhető ingaórák mozgását könnyen leállíthatta az erősen hullámzó tenger. Megoldásként az a javaslat született, hogy két hasonló ingaórát helyezzenek egy dobozba, közös felfüggesztéssel. Huygens felfigyelt arra, hogy ilyen esetben a két ingaóra mozgása egymáshoz igazodik, a két inga egymással ellentétes kilengéssel (félperiodusnyi kitéréssel) mozogva. Ez az időben konstans, ellentétes irányú kilengés hasznosnak bizonyult ahhoz, hogy a két óra stabil rendszert alkothasson. A hajó mozgása az egyik ingaóra lengését csökkentette, de ez a hatás ugyanakkor a másik ingának a lengését növelte és ilyen módon elkerülhetővé vált az, hogy a két óra egyszerre álljon le. Huygens ezt a jelenséget a két óra egymáshoz viszonyított „furcsa szimpátiájának” nevezte, manapság meg spontán szinkronizáció néven ismert. Azért nevezzük a jelenséget spontán szinkronizációnak, mert a két rendszer hosszú távú együttes mozgása nem egy külső kényszer hatására jön létre és marad meg, hanem spontán módon egy külső karmester irányítása nélkül alakul ki. Órakerészítő lévén Huygens tudta, hogy lehetetlen két órát úgy beállítani, hogy tökéletesen azonos periódussal mozogjanak és köztük egy időben stabil fáziskülönbség maradjon meg, hiszen lehetetlen például két teljesen azonos fogaskereket vagy ingát készíteni. Ezért, nagyon helyesen, a két ingaóra ellenfázisban levő szinkronizációját a közös felfüggesztési tengelyen keresztül terjedő rezgések jelenlétével magyarázta, és a „furcsa szimpátiának” az okát a két inga kölcsönhatásának tulajdonította. Kimozdította a rendszert ebből a dinamikus egyensúlyi állapotból, rövid időn belül a furcsa szimpátia újból kialakul.

Huygens egy ötletes kísérleti berendezést állított össze hipotézisének az igazolására. Két farudat helyezett el két szék támlája közé az **1. ábrán** látható módon, az ingaórákat pedig vagy ugyanarra a rúdra, vagy különböző rudakra helyezte. Mikor az ingaórák ugyanazon a rúdon lógtak, az ingák között kialakult a „furcsa

szimpátia”, mikor ellentétes rudakra kerültek, egymástól függetlenül ütöttek, és a spontán szinkronizáció elmaradt. Megfigyeléseit néhány levélben foglalta össze, melyeket a Royal Society of Londonnak küldött el [1]. Huygens ezen eredményei indították el a – manapság is nagyon divatos – spontán szinkronizációval kapcsolatos kutatásokat [2,3].

## A spontán szinkronizáció világa

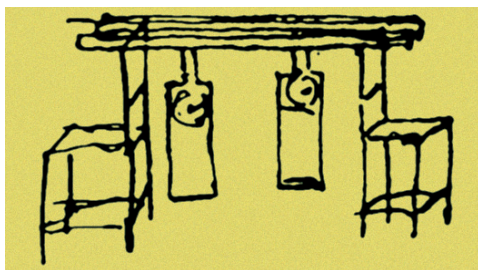
Spontán szinkronizációt tapasztalhatunk sok más fizikai rendszerben is, példaként említhetjük az egymás mellé állított gyertyalángok villanásait, oszcilláló kémiai reakciókat vagy kapcsolt elektronikus rezgőköröket. Érdekes módon nemcsak fizikai oszcillátor rendszerek, hanem biológiai rendszerek is képesek spontán szinkronizációra [2]. Jól ismert jelenség például a dél-kelet ázsiai szentjánosbogarak villanásainak a szinkronizációja. Esténként a folyók partjain csodálatos jelenségnek lehetünk tanúi, szentjánosbogarak ezrei villanak egyszerre, kirajzolva a folyók partjain levő fák körvonalait. Példaként említhetjük még a spontán módon kialakuló vastapsot is, ahol a közönség karmester irányítása nélkül hosszú ideig egyszerre tapsol, a szívbeli úgynevezett „pacemaker” sejtek összehúzódásának a szinkronizációját, az egy csoportban levő emberek lépteinek a szinkronizálását, vagy az együttélő nők menstruációs ciklusainak az egymáshoz való illeszkedését.

Mindezen jelenségek egy nagyon érdekes kérdést vetnek fel bennünk: mikor és milyen körülmények között tudnak nem teljesen azonos oszcilláló egyedek egy egyszerű közös ritmust kialakítani? A kérdés távolról sem triviális, hiszen a spontán szinkronizáció kialakítása csak azáltal lehetséges, ha az egyedek feladják saját, egymástól különböző ritmusukat és egy közös kollektív ritmust alakítanak ki. Világos, hogy a spontán módon (kivülről karmester nélkül) kialakuló ritmus csak akkor jelenhet meg, ha az egyedek valamilyen módon kölcsönhatnak egymással, amit úgy fejezünk ki, hogy az oszcillátorok csatoltak. A kölcsönhatás erőssége és az egyedi oszcillátorok sajátfrekvenciájának a különbsége határozza meg azt, hogy a rendszer egyszerű vagy komplex dinamikát mutat. (Sajátfrekvencián itt és a továbbiakban is a magára hagyott egyedi oszcillátorok rezgési frekvenciáit fogjuk érteni.) Az egyszerű dinamika keretében az oszcillátorok közti fáziskülönbségek értékei változatlanok lesznek vagy nagyon kis amplitudójú oszcillációkat mutatnak. A komplex dinamika keretében a fáziskülönbségek nagy amplitudójú és nagy periódusú változásokot vagy akár kaotikus dinamikát is produkálhatnak (részletek *Gruiz Márton* cikkében).

## Rend-rendezetlenségi fázisátalakulás és a Kuramoto-modell

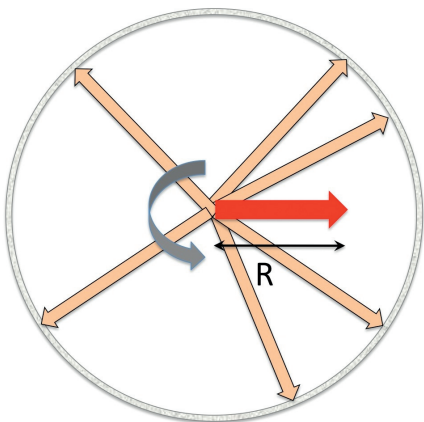
Fázisaik által globálisan csatolt oszcillátorrendszer szinkronizációjának az elméleti leírására *Arthur T. Winfree* dolgozott ki egy nagyon általános modellt [4]. Egy adott oszcillátorrendszer eseté-

1. ábra. Huygens eredeti rajza a két ingaórával elvégzett kísérleteiről [1]



re megsejtette, hogy a szinkronizáció fázisátalakulás-szerűen, hirtelen jelenik meg, ha az egyedek közti kölcsönhatás erőssége meghalad egy kritikus értéket. A modellt később *Y. Kuramoto* és *I. Nishikava* továbbfejlesztette és analitikusan, egzaktul megoldhatóvá tette [5].

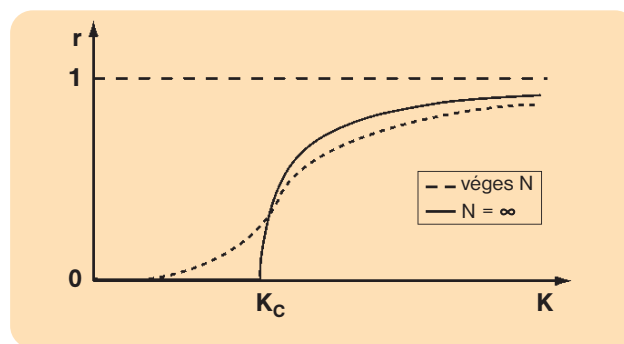
Azáltal sikerült ezt elérniük, hogy az oszcillátorok között feltelezett, fáziskülönbségtől függő kölcsönhatásnak egy megfelelő alakot választottak. Modelljük manapság a „Kuramoto-modell” néven vált ismertté, és egzakt eredményei teljes mértékben igazolják Winfree sejtéseit. Egy adott oszcillátorsokaság esetén létezik egy kritikus csatolási erősség az oszcillátorok között, amely alatt a rendszer spontán módon nem szinkronizálódik. Ha a kölcsönhatás erőssége meghaladja ezt a kritikus értéket, akkor a rendszer szinkronizálódik, és minél nagyobb az oszcillátorok közti kölcsönhatás erőssége, annál tökéletesebb szinkront kapunk.



2. ábra. A Kuramoto-féle rendparaméter értelmezése az oszcillátorok fázisaihoz rendelt forgóvektorok (fazorok) segítségével

A rendszer szinkronizációs fokának a jellemzésére egy rendparaméter-szerű mennyiséget használunk. A rendparamétert olyan rendszerek jellemzésére szoktuk használni, ahol rend-rendezetlenségi fázisátalakulásunk van. Általában ez egy pozitív szám, ami a rendszerben kialakuló rend mértékét jellemzi. Többféle rendparaméter is értelmezhető, azonban egy jól megválasztott rendparaméter a nemszinkronizált (rendezetlen) fázisban nulla kell legyen, a tökéletesen szinkronizált (rendezett) állapotban pedig 1. A rendparaméternek a 0 és 1 közötti értéke parciálisan szinkronizált állapotot jelöl. Egy lehetőség arra, hogy ilyen paramétert definiáljunk az, hogy minden oszcillátor fázisát egységvektorral jelöljük, úgy, hogy a vektor vízszintessel bezárt szöge az oszcillátor fázisa legyen. Ezen vektorokat „fazoroknak” nevezzük, és az oszcillátor periódusával megegyező periódussal forognak. Az oszcillátor sokaság állapotát egy közös kezdőpontból kiinduló fazorok sokasága adja meg, amint ez a 2. ábrán látható. Ezen vektorok eredőjének (pirossal jelölt vektor) moduluszát (nagyságát, amit  $R$ -el jelöltünk), ha leosztjuk az oszcillátorok  $N$  számával és időben átlagoljuk, egy  $r = \langle R \rangle / N$  rendparamétert kapunk. Könnyen belátható, hogy a  $R$  eredő vektor modulusza 0 és  $N$  között levő pozitív szám. Tökéletesen rendezetlen állapot esetén a fazorok a tér összes irányában ugyanolyan valószínűséggel mutatnak, így a rendezetlen állapotban az eredő modulusza  $R = 0$  (és ennek megfelelően  $r = 0$ ), tökéletesen rendezett (szinkronizált) állapotban meg az összes fazor ugyanabba az irányba mutat, és így  $R = N$ , ami alapján:  $r = 1$ . Az így értelmezett rendparaméter tehát minden szempontból megfelelő a rendszer szinkronizációs fokának a jellemzésére.

Egy végtelen sok oszcillátorból álló rendszer esetén a rendszer szinkronizációs foka (szinkronizációs rendparamétere) a kölcsönhatás erősségének a függvényében fázisátalakulás-szerűen meg-

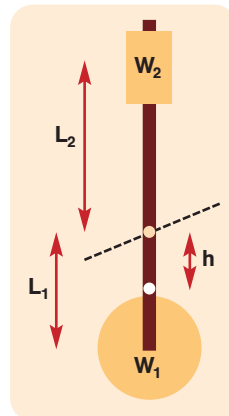


3. ábra. A Kuramoto-modellben tapasztalható fázisátalakulás végtelen sok és véges számú oszcillátorból álló rendszerre. A Kuramoto által használt  $r$  rendparaméter értékét ábrázoljuk a  $K$  csatolási erősség függvényében.  $K_c$ -vel jelöljük a kritikus csatolási értéket

ugrik a kritikus csatolási értékénél, ahogy ezt a 3. ábra szemlélteti. Véges rendszer esetén egy „elmosódottabb” változást tapasztalunk (lásd a 3. ábrán a szaggatott vonallal rajzolt görbét). Érdekes módon a kritikus csatolási erőssége az oszcillátorok sajátfrekvenciáinak a szórásától függ: minél nagyobb az oszcillátorok sajátfrekvenciáinak a szórása annál nagyobb a szinkronizációhoz szükséges kritikus csatolási értéke.

## Rend és rendezetlenség metronómokkal

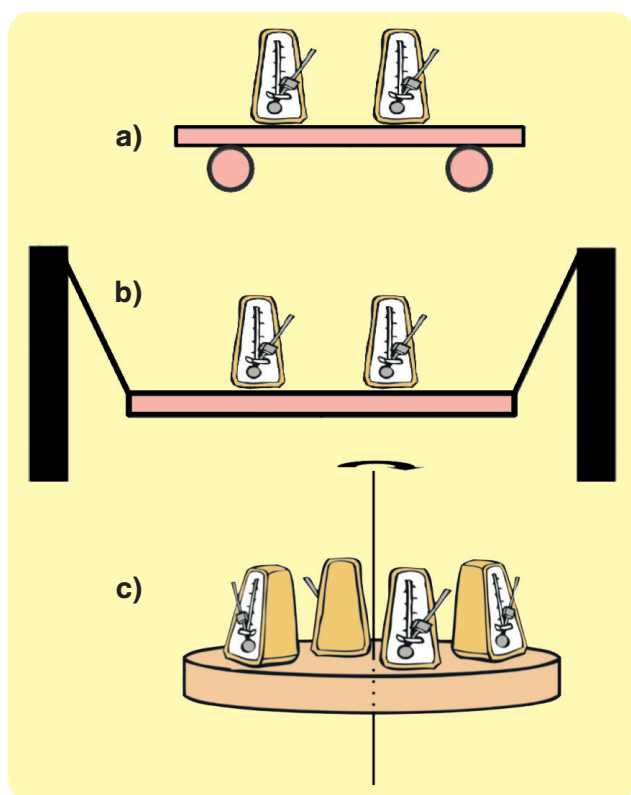
A Kuramoto-modellben előrejelzett érdekes fázisátalakulás-szerű jelenség, amely a komplex dinamikus állapotot elválasztja a viszonylag egyszerű szinkronizált állapottól, könnyen és tanulságosan szemléltethető metronómokkal. A Huygens által használt, és manapság nehezen beszerezhető ingák helyett a metronómoknak az az előnye is megvan, hogy két metronóm esetén a tapasztalt szinkronizáció nem ellenfázisban, hanem fázisban történik.



4. ábra. Egy metronóm fizikai ingájának a vázlatos rajza. A fizikai inga a világos barnával jelzett ponton átmenő vízszintes tengely körül egy függőleges síkban lenghet. A fehérrel jelzett pont a rendszer tömegközéppontja. A metronóm saját frekvenciáját az  $L_2$  távolság változtatásával állíthatjuk

A metronómok időben konstans ritmust adó eszközök. Főleg zeneórákon vagy zene gyakorlása során használatosak. 1815-ben *Johannes Maelzel* szabványosította, és manapság zeneüzletekben könnyen és aránylag olcsón beszerezhetőek. Ideális önfentartó oszcillátor mindenféle kísérletezéshez. Fő eleme egy fizikai inga amely egy vízszintes tengely körül, függőleges síkban leng. A 4. ábrán látható módon két test ( $W_1$ ) és ( $W_2$ ) van a tengelyre felfüggesztve úgy, hogy a test a rúdön csúsztható, ami által szabályozni lehet a fizikai inga periódusidejét. Az inga rúdján jól meghatározott pozíciók vannak bejegyezve, amelyeknél a sajátfrekvenciák néhány szabvány ritmushoz nagyon közeli értékek felelnek meg. Ezeket a frekvenciákat ütés/perc (angolul „Beat per Minutes”, röviden BPM) egységekben adjuk meg. Ezen frekvenciákat a továbbiakban standard frekvenciáknak fogjuk nevezni. A kiküszöbölhetetlen csillapítások ellensúlyozására a metronómoknak egy óraműszerű hajtómechanizmusuk van, amely félperiódusonként pulzusszerű lökést ad az ingának.

## Rend a rendezetlenségből – játék a metronómmal



5. ábra. Egyszerű kísérleti összeállítások a metronómok spontán szinkronizációjának a megfigyeléséhez: (a) a metronómkat egy falemezre rakjuk, melyet két üres sörösdobozra helyezünk, (b) a metronómkat egy falemezre rakjuk és a lemezt hídyszerűen két oszlopra függesztjük, (c) a metronómkat egy könnyen forgó korong peremére helyezük

A metronómok spontán szinkronizációját bemutató kísérletet sokféle összeállításban elvégezhetjük. A legkézenfekvőbb lehetőség az, hogy a metronómkat egy deszkalapra rakjuk, melyet két üres sörösdobozra helyezünk az 5a. ábrán szemléltetett módon. Jobb és könnyebben kontrollálható kísérleti berendezést kapunk,

6. ábra. A metronómok dobozainak az aljába beépített fénykapu. A doboz alján látható kis U alakú berendezés, amiből a vezető drótok indulnak ki, a fénykapu. Ez előtt halad el a metronóm ingájának a  $W_2$  tömege ami az alulról nyitott metronóm dobozban is jól látható a képen

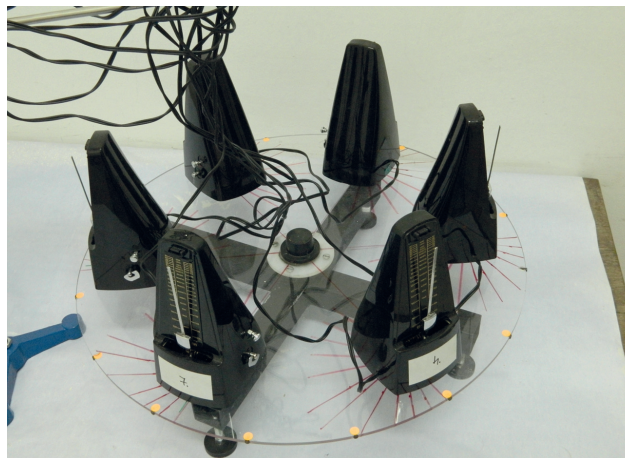


ha a deszkalapot hídyszerűen felfüggesztjük két állványra (lásd 5b. ábra), vagy ha deszkalap helyett egy függőleges tengely körül könnyen forgó korongot használunk és a metronómkat a korong szélén szimmetrikusan (5c. ábra) helyezük el. Mindezen esetekben a deszkalapnak vagy korongnak a szabad mozgása és a metronóm óraszerkezetének pulzusszerű lökéseinek az ellenhatása biztosítja az oszcillátorok közti globális csatolást. Az itt bemutatandó eredményeket forgó korongra helyezett metronómmal kaptuk [6].

A rendszer kollektív viselkedését (vagy ütéseit) a legegyszerűbben akusztikusan tudjuk követni, hangfelvételt készítve a rendszerről, és ezt feldolgozva [7]. Sokkal jobb lehetőség azonban az, ha a metronómkba egy fénykapus érzékelőt építünk [6], mely egy elektronikus jelet ad, valahányszor a test elhalad a fénykapu előtt. Ilyen fénykapuk olcsón beszerezhetők (például használhatók a Kingbright KTIR 0611 S alkatrészek), és könnyen beszerelhetők a metronómok dobozaiba. Kísérleteinknél a metronómok dobozainak az aljába szereltük be a fénykapukat, a 6. ábrán látható módon. A fotocellák által adott jelek az idő függvényében egy adatgyűjtő kártyán keresztül számítógépen rögzíthetők, és utólag feldolgozhatóak. Ez utóbbi megoldás, habár komplikáltabbnak tűnik az egyszerű hangfelvételnél, azzal az előnnyel rendelkezik, hogy meg tudjuk különböztetni minden metronóm ütését, és a rendszer szinkronizációs rendparamétere könnyebben kiszámítható. Egy kis közelítéssel, a Kuramoto-modellben levő  $r$  rendparamétert is kiszámíthatjuk a rendszer szinkronizációs fokának a jellemzésére. A módszer az, hogy miután rögzítettük a metronómok ütéseit, egy konstans szögsebességet feltételezve minden periódusra, interpoláljuk a metronómok fázisait, egyszerű fázisokként tekintve a metronómkat. Ezáltal, akár csak a Kuramoto-modell esetén, megkapjuk minden metronóm „fázisának” az időbeli változását és az  $r$  értéke kiszámítható lesz [7].

Kísérleteinkhez 6 darab Thomann 330 márkájú metronómot használtunk (7. ábra). Mivel két, teljesen azonos metronóm nem létezik, ezen metronómkat, habár ugyanarra a standard frekvenciára állítjuk, valós ütési frekvenciáik valamelyest mindig különböznek. Könnyen meggyőződhetünk erről, ha két metronómot ugyanazzal a kezdőfázissal indítunk. Mikor a metronómok között nincs csatolás, rövid időn belül a két metronóm elveszti közös fázisát.

7. ábra. A kísérletekhez használt metronómok a forgó korongon. A fényképen jól kivehetők a metronómkba szerelt fénykapus érzékelőtől jövő kábelek is. A korongra helyezett metronómok közti csatolás erőssége változtatható azáltal, hogy elforgatjuk a metronómok ingájának a lengési síkját a korongon levő radiális irányhoz képest. A korongon látható piros vonalak 15 fokos leosztások, amelyek irányában elforgatjuk a metronómkat



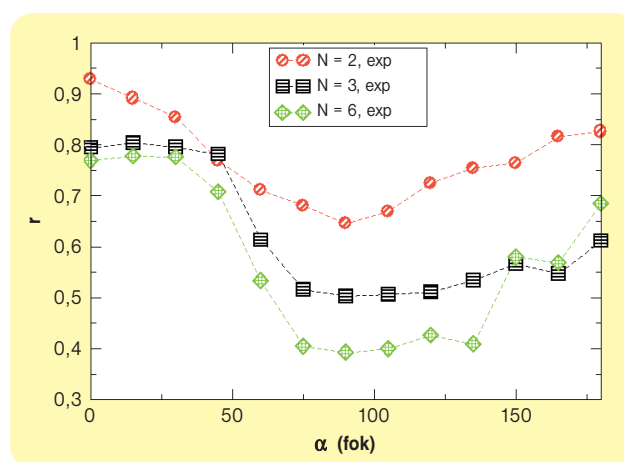
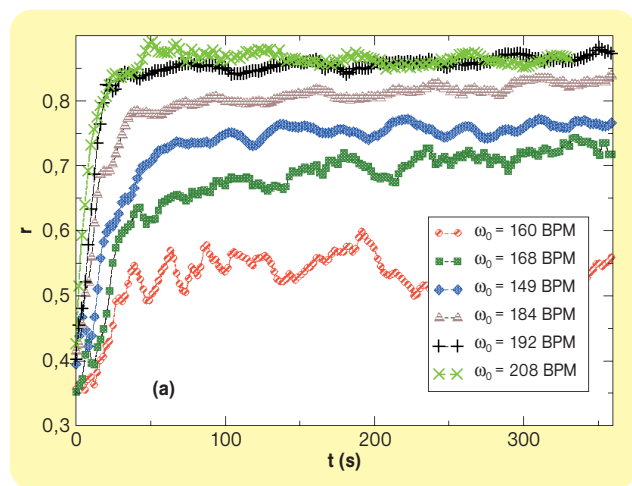
A metronóмок közti csatolás erősségét többféleképpen változtathatjuk. Egy egyszerű, de közvetett lehetőség a csatolás erősségének a változtatására a metronóмок standard frekvenciáinak a változtatásán keresztül valósulhat meg. Minél nagyobb frekvenciára állítjuk őket, annál erősebb csatolást biztosítunk, ugyanis egységnyi idő alatt sokkalta több csatolást megvalósító impulzusunk lesz. Egy közvetlenebb lehetőség a csatolás erősségének a változtatására az, hogy a metronóмок fizikai ingáinak a lengési síkját ugyanazzal az  $\alpha$  szöggel elforgatjuk a lemez (vagy korong) megengedett mozgási irányához képest (lásd a 7. ábrát). Ilyen esetben az óramű ütése által adott impulzusnak csak egy adott komponense biztosítja a csatolást. Az elforgatási szög változtatásával kontrollálható a csatolás erőssége. A minimális csatolás esetén valósul meg. Ezen módszernek az előnye az, hogy a csatolás értéke nullára csökkenthető, ami a metronóмок standard frekvenciáinak a változtatásával nem érhető el. Több videó is megnézhető a világhálón ezen jelenséggel kapcsolatosan [8,9].

Az első kísérletsorozat keretében vizsgáljuk meg először is azt az esetet, amikor metronóмокokat úgy osztjuk el egyenletesen a korong peremén, hogy a fizikai ingájuk lengési síkja merőleges legyen a korongon levő radiális irányra. Ilyen esetben a csatolás erősségét a metronóмок standard frekvenciáinak a segítségével szabályozzuk. A rendszert véletlenszerű kezdőállapotból kiindítva a fénykapus kísérleti berendezésünkkel időben végigkövethetjük a spontán szinkronizáció kialakulását.

A 8. ábrán a metronóмок különböző standard frekvenciaértékeire ábrázoljuk a mért szinkronizációs fokot ( $r$  rendparamétert) az idő függvényében. Látható, hogy a várakozásainknak megfelelően a standard frekvencia növelésével mind jobb és jobb szinkronizációt kapunk. Fénykapus érzékelők hiányában ezt füllel is nagyon jól végigkövethetjük. Amíg 160 BPM standard frekvencia esetén csak egy nagyon gyenge, füllel nem érzékelhető, parciális szinkron alakul ki, a 192 BPM standard frekvencián már majdnem tökéletes szinkronizációt tapasztalunk. Látható, hogy a metronóмок spontán szinkronizációja aránylag gyorsan, körülbelül egy perc alatt alakul ki. A kísérlet során érdemes felfigyelnünk arra is, hogy abban az esetben mikor a metronóмок szinkronizáltak ütnek, a forgó korongnak egy jól érzékelhető, rezgészerű forgása van, nem szinkronizált esetben pedig ez a mozgás alig érzékelhető.

A metronóмок platformon való elforgatásával precízebben vizsgálhatjuk a csatolás erősségének hatását a kialakuló spontán szinkronizáció mértékére. A metronóмокokat a 192 BPM standard

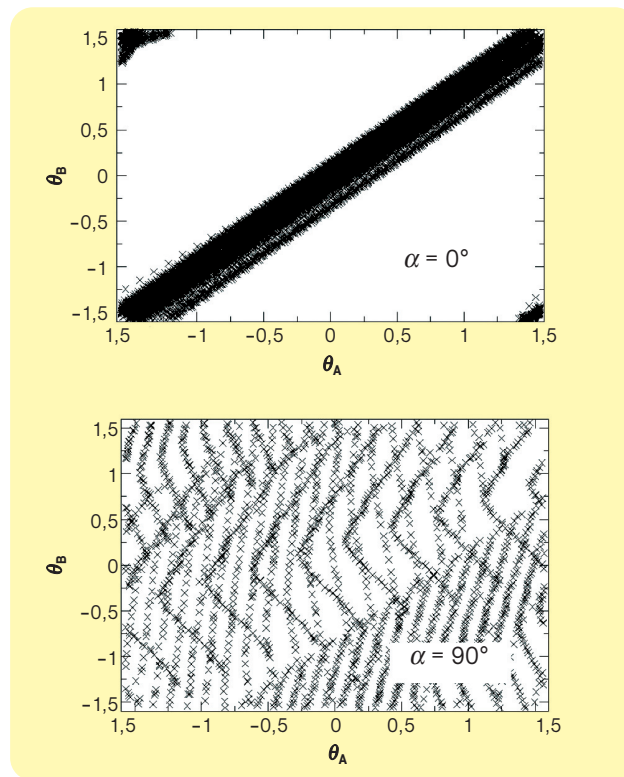
8. ábra. A metronóмок különböző standard ( $\omega_0$ ) frekvenciaértékeire kialakuló szinkronizációs fok az idő függvényében. A metronóмокot minden kísérlet esetén véletlenszerű kezdőállapotokból indítjuk



9. ábra. A korongra helyezett N = 2, 3 és 6 darab metronóm segítségével kapott átlagos szinkronizációs fok, a metronóмок elforgatási szögének a függvényében

frekvenciákra állítjuk, amelyeken az előző kísérleteinknél majdnem tökéletes szinkronizációt észleltünk [8]. 15 fokos lépéssel változtatva a metronóm ingáinak lengési síkját, a 9. ábrán bemutatott eredményeket kapjuk. A kísérletet megismételtük különböző számú metronóмок esetén, N=2, 3, illetve 6 metronóмокot használva. Az elforgatási szög növelésével a szinkron állapot nagyon megromlik, ha a metronóмок ingájának a lengési síkja a korongon levő radiális irány közelébe mutat ( $\alpha \approx 90^\circ$ ) [9]. Tovább nö-

10. ábra. Két metronóm kollektív viselkedése az  $\alpha = 0^\circ$  és  $\alpha = 90^\circ$  elforgatási szögek esetén. A B metronóm  $\theta_B$  fázisát (kilengését) ábrázoljuk az A metronóm  $\theta_A$  fázisának a függvényében. 10 perces időintervallumra történő mérési eredmény van mindkét ábrán feldolgozva



## Rend a rendezetlenségből – játék a metronómmal

velve az elforgatási szög értékét, újból kialakul egy parciális szinkronállapot.  $\alpha = 180^\circ$  esetén a szinkronizációs rendparaméter egy újabb lokális maximumot mutat, ami kisebb azonban az  $\alpha = 0^\circ$  esetben kapott értéknél. Ennek magyarázata az, hogy az elforgatási szög növelésével a metronómk ingája (és ezáltal az óramű impulzusainak a támadási pontja) mind közelebb és közelebb kerül a korong középpontjához, ami a csatoló forgatónyomaték csökkenéséhez vezet. Azonnal adódik tehát egy harmadik lehetőség is a csatolási állandó értékének a változtatására: az  $\alpha = 0^\circ$  szöget megtartva változtatjuk a metronómk távolságát a korong középpontjához viszonyítva. Ilyen esetben azonban ugyanaz a probléma adódik, amivel a standard frekvencia változtatásánál szembesültünk. A csatolás erőssége nem csökkenthető tetszőlegesen kis értékre, ugyanis a korongon a metronómk nem helyezhetőek tetszőlegesen közel egymáshoz.

A 9. ábrán bemutatott eredményeknél érdemes felfigyelnünk ezen rend-rendezetlenség típusú átalakulás „véges-méret” effektusaira is. Ahogy ezt a Kuramoto-modell esetén érzékeltettük (lásd a 3. ábrát), minél nagyobb a rendszerünk, annál meredekebben szűnik meg a parciális szinkronállapot a kritikus csatolás környékén. A 9. ábra jól tükrözi ezt  $N = 2, 3$  és  $6$  metronóm esetére.

Két metronómmal játszódóva a rend és rendezetlen állapotok viszonylagos egyszerűségét, illetve komplexitását meggyőzően szemléltethetjük az egyik metronóm (legyen ez az A metronóm) fázisát ( $\theta_A$ ) a másik metronóm (nevezzük ezt B metronómnak) fázisának ( $\theta_B$ ) a függvényében ábrázolva. Az  $\alpha = 0$  parciálisan szinkronizált esetben a 10. ábrán szemléltetett pontsokaságot kapjuk. Ezen pontok arra utalnak, hogy a két metronóm fázisa között egy egyszerű lineáris kapcsolat van ( $\theta_B \sim \theta_A$ ). Ezzel ellentétben  $\alpha = 90^\circ$  esetén az egész  $\{\theta_A, \theta_B\}$  állapotteret betöltő fraktálszerű struktúrát kapunk, ami a két oszcillátor dinamikájának a komplexitására, kaotikusságára utal.

### A Millenniumi híd problémája

Egy régi történettel kezdtünk, befejezésképpen a témához kapcsolódó viszonylag új történettel fogunk zárni. A metronómk esetén tapasztalt érdekes kollektív viselkedés egy izgalmas megnyilvánulásának lehettünk tanúi a Londonban épült Millenniumi gyaloghíd felavató ünnepségén. 2000 júniusában, a felavató ünnepség után, számottevő tömeg indult meg az új hídon, hogy elsőként kelhessen át rajta a Temze folyó felett. Amint ezt egy amatőr filmfelvételen megörökítették [10], a hídon áthaladó emberek lépteinek egy érdekes, spontán szinkronizációja alakult ki, és ugyanakkor a hídnak egy jól észrevehető vízszintes-síkbeli kilengése indult meg. A hídon levő járókelők utólagos beszámolója szerint, elég ijesztő jelenség volt: ha haladni akartak, akkor feltétlenül igazodniuk kellett a sokaság ritmusához, ellenkező esetben elesetek volna. A híd oldalirányú kilengése megnőtt és az ezzel járó hangok sem voltak túl biztatóak, szerencsére azonban baleset nem történt. A hidat az incidens után azonnal lezárták, és a mérnökök nekiláttak a tervezési hiba okának a felkutatásához. A jól ismert rezonancia jelensége teljesen kizártnak tűnt, ugyanis a modern számítógépes tervezések során ennek megjelenését automatikusan kizárták. A Millenniumi hídon bekövetkezett kollektív viselkedésnek a magyarázata azonban nyilvánvaló az általunk tárgyalt spontán szinkronizáció szemszögéből. A hídon lépkedő emberek bizonyos értelemben egy fizikai ingának tekinthetők, ugyanis súlypontjukat periodikusan mozgatják. Mivel a hídnak a tervezők megengedtek egy oldalirányú kilengést, akárcsak a platformra rakott metronómk esetén, ez a kilengés csatolja az oszcillátorok fázisait és spontán szinkronizációt eredményezhet. Metronómjaink segítségével könnyen és látványosan szemléltethetjük ezt a jelensé-

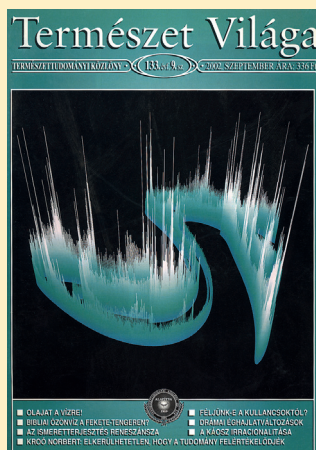
get, ha a metronómkat egy hídszerűen felfüggesztett platformra helyezük (az 5b. ábrán szemléltetett módon). Egymáshoz közeli sajátfrekvenciák esetén kialakul a spontán szinkronizáció, és jól követhető a platform oldalirányú kilengése (lásd a kísérletről készített videót [11]). A hídon bekövetkezett spontán szinkronizáció kiküszöbölésére a megoldás az eddig tanult szemszögéből kézenfekvő volt: a csatolás erősségét kellett csökkenteni azáltal, hogy erősebben csillapították az oldalirányú kilengéseket. A problémát ezzel megoldották, és hasonló jelenséget azóta nem észleltek a hídon. A XVII. század közepén a Huygens által felfeledezett ingaórák „furcsa szimpátiája” a XXI. század mérnök-tudományának egy izgalmas problémájára ad tehát magyarázatot és megoldást. ✨

**KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS.** A kutatás az Európai Unió és Magyarország támogatásával a TÁMOP 4.2.4.A/2-11-1-2012-0001 azonosító számú „Nemzeti Kiválóság Program – Hazai hallgatói, illetve kutatói személyi támogatást biztosító rendszer kidolgozása és működtetése konvergencia program” című kiemelt projekt keretei között valósult meg.

### IRODALOM

- [1] C. Huygens, *Letter to de Sluse, in Oeuvres Completes de Christian Huygens* (levelek; no. 1333 of 24 February 1665, no. 1335 of 26 February 1665, no. 1345 of 6 March 1665), (Societe Hollandaise Des Sciences, Martinus Nijhoff, La Haye, 1893).
- [2] S. H. Strogatz, *Sync: How Order Emerges From Chaos In the Universe, Nature, and Daily Life* (Hyperion, New York, 2004).
- [3] A. Pikovsky, M. Rosenblum and J. Kurths, *Synchronization: A universal concept in nonlinear sciences* (Cambridge University Press, Cambridge, 2001).
- [4] A. T. Winfree, *Biological rhythms and the behavior of coupled oscillators*. *J. Theor. Biol.*, pages 15,16, 1967.
- [5] Y. Kuramoto and I. Nishikawa, *Statistical macrodynamics of large dynamical systems. Case of a phase transition in oscillator communities*. *J. Stat. Phys.*, 49(4): 569, 1987.
- [6] B. Tyukodi Sz. Boda, Z. Néda and A. Tunyagi. *The rhythm of coupled metronomes*. *Eur. Phys. J. B*, 86:263(1–9), 2013.
- [7] J. Pantaleone. *Synchronization of metronomes*. *Am. J. Phys.*, 70:9921000, 2002.
- [8] Sz. Boda. *Forgó korongra helyezett metronómk szinkronizációja*, videó: <http://www.youtube.com/watch?v=TINJ4riV55s&feature=youtu.be>.
- [9] Sz. Boda. *Forgó korongon levő metronómk komplex dinamikája ha a korongon levő elforgatási szög*, videó <http://www.youtube.com/watch?v=0g1CIWqt8-k&feature=youtu.be>.
- [10] *A millenniumi híd története*, videó: [http://www.youtube.com/watch?v=eAXVa\\_XWZ8](http://www.youtube.com/watch?v=eAXVa_XWZ8).
- [11] Z. Néda. *A Millenniumi hídon tapasztalt szinkronizáció modellezése metronómkal*, videó: <http://www.youtube.com/watch?v=OkeB3D98bkM>.

## A KÁOSZ TERMÉSZETE cikksorozatunk



A Természet Világában 2002-ben és 2003-ban különféle tudományterületek kutatói 22 írásban mutatták be a kaosz természetét. A cikkek olvashatók a folyóirat honlapján: [www.termeszetvilaga.hu](http://www.termeszetvilaga.hu)

GRUIZ MÁRTON

# Káosz mint komplexitás

## A mágneses inga újra a káoszkutatás frontvonalában

**N**apjainkban már divatos és elcsé-  
pelt közhelyé vált még a mate-  
matikától és a fizikától távol eső  
humán területek művelőinek körében is,  
hogy a „káoszelmélet” a XX. század egyik  
nagy „tudományos forradalma”, mely for-  
radalom ráadásul interdiszciplináris, azaz  
egymástól nagyon különböző tudományter-  
ületekre szinte egyszerre terjed(t) ki. Nem-  
csak átalakította a tudósok (és a tudomá-  
nyok iránt érdeklődő közvélemény) gon-  
dolkodását saját szakterületükön belül, ha-  
nem az egész világgépüket is többé-kevés-  
bé átformálta (lásd **1. blokk**). Olyannyira di-  
vatos lett, hogy ma már egy valamire való  
közgazdász, történész, szociológus (sőt: film-  
esztéta, politológus, kommunikációs szak-  
ember stb.) is kötelező módon „káoszozik”  
időnként. Filmekben „káoszkutatók” érte-  
keznek a pillangóeffektusról, színdarabok-  
nak, képzőművészeti alkotásoknak lettek tár-  
gyai különböző kaotikus jelenségek. Miköz-  
ben a tudósok saját szakterületükre adap-  
tálják a káoszelmélet eredményeit, egyre  
tágítva az érintett tudományok körét, ter-

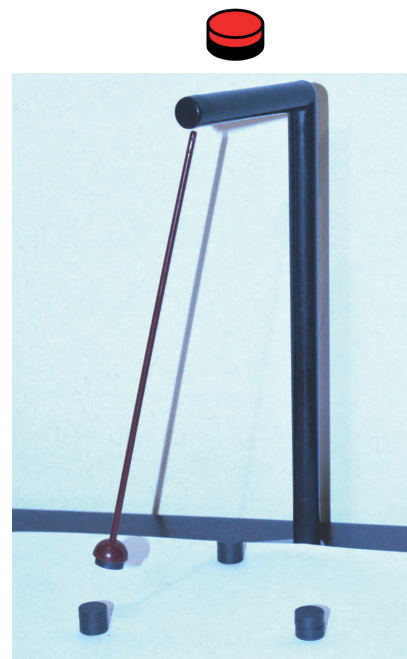
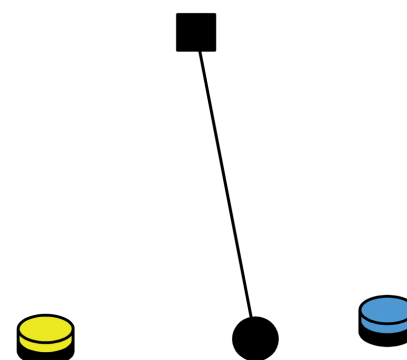
mészetes módon – elsősorban a laikusok kö-  
rében – egyre gyakoribbak lettek a félreér-  
tések, a fogalmak téves értelmezései is [1].

Jelen írásunkban azonban a kaotikus  
mozgások legalapvetőbb tulajdonságainak  
bemutatásával nemcsak néhány közkeletű  
félreértést szeretnénk tisztázni, hanem egy  
konkrét rendszeren, a mágneses ingán ke-  
resztül meg szeretnénk világítani a kaoti-  
kus mozgásokra jellemző, tudománytörté-  
neti szempontokat is érintő, átvitt értele-  
mben tetten érhető komplexitást is. A kom-  
plexitásról, többek között, olyan „naiv” érte-  
lemben beszélünk, hogy valami sokkal egy-  
szerűbbnek tűnik, mint amilyen a valóság-  
ban: látni fogjuk, hogy egy, a hagyományos  
káoszelmélet szempontjából mára megér-  
tettnek hitt egyszerű rendszerrel (a mágne-  
ses ingáról) kiderül, hogy a hagyományos  
káosz fogalmakkal mégsem érthető meg tel-  
jesen. (A „komplex rendszerek” definíció-  
ja sokkal bonyolultabb és összetettebb kér-  
dés, mint elsőre gondolnánk. Ezt a problé-  
makört járja körül *Kondor Imre* különszá-  
munkban megjelent írása.)

### Egy széles körben ismert játék: a mágneses inga

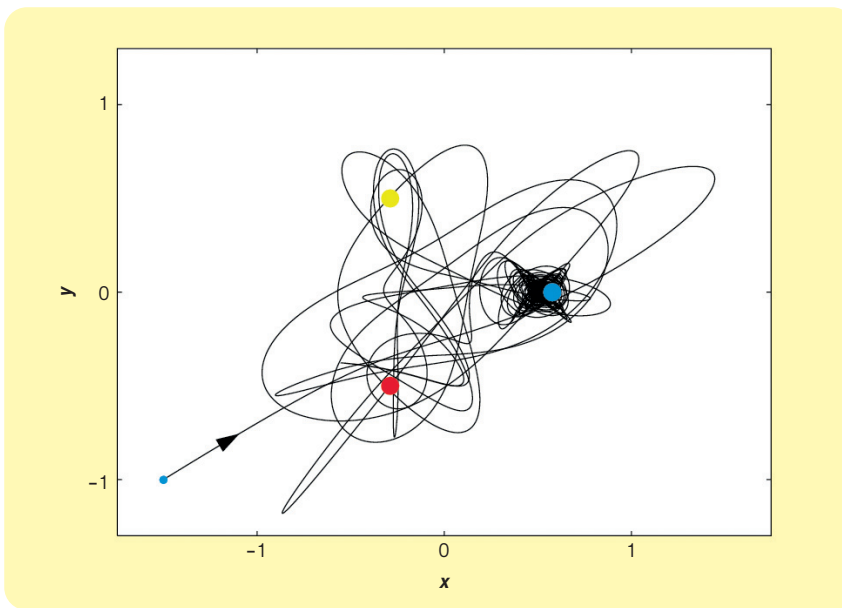
A mágneses inga egy fonálra függesztett  
kis vasgolyó, mely alá (az asztallapra) há-  
rom mágneset helyezünk, úgy, hogy azok egy  
egyenlő oldalú háromszög csúcspontjaira esse-

**1. ábra. A mágneses inga sematikus rajza és  
fényképe. Három mágnes fölé egy vékony rúd-  
ra vasgolyót rögzítünk**



### 1. A káoszelmélet hatása

A káosz által elindított „forradalom” több különleges és egyedi jellemzővel is bír. Az 1960 évektől kezdődött, s a 1980-as években teljesedett ki. Bármily furcsa, de az aperiodikus mozgást csupán 1975 óta hívjuk kaotikusnak. (A káosz kifejezést egy 1975-ös cikkében *James Yorke* amerikai matematikus vezette be az egyszerű deter-  
minisztikus rendszerek véletlenszerű viselkedésére [2].) Érdekes, hogy a tudományos  
világképünknek minden területre kiterjedő megváltozása nem a modern fizika terüle-  
téről indult, hanem a klasszikus mechanika és a meteorológia irányából. Persze, a szó-  
ban forgó terület, a nemlineáris mozgásegyenletekkel leírható mechanikai rendszerek  
dinamikája, nem volt ismeretlen a tudósok előtt korábban sem. Ezt azonban inkább  
érdekes és rendkívül bonyolult matematikai problémának tekintették, mintsem a min-  
dennapi életünk szempontjából releváns tudományos feladatnak. A legtekintélyesebb  
matematikusok próbálkoztak egyszerű összetételű, de bonyolult mozgású mechanikai  
rendszerek dinamikájának leírásában eredményeket elérni. Dolgozott pl. *Poincaré* a  
háromtest-problémán [3], illetve *Kovalevszkája* az aszimmetrikus pörgettyűk mozgá-  
sán [4]. Tehát már a XIX. században, magas szintű matematikai analízist alkalmazva,  
tisztában voltak a nemlineáris mozgásegyenletekkel leírható rendszerek bizonyos jel-  
lemzőivel, de egészen a számítógépek elterjedéséig csak perifériás problémának  
tekintették őket, s nem tulajdonítottak (tulajdoníthattak) akkora jelentőséget a témá-  
nak, mint ma tesszük. A XX. század hatvanas éveiben *Edward Lorenz* munkái a mete-  
orológiai előrejelezhetőség irányából adtak új lendületet a kutatásoknak [2; 5]. (Lo-  
renz egyszerű, néhány egyenlettel és változóval leírható nemlineáris modellek dina-  
mikáját vizsgálta számítógép segítségével [5].) A számítógép-használat későbbiekben  
lehétővé tette a kaotikus rendszereknek a korábbinál mélyrehatóbb és tömeges vizs-  
gálatát. Ezzel indult el tulajdonképpen a forradalom.

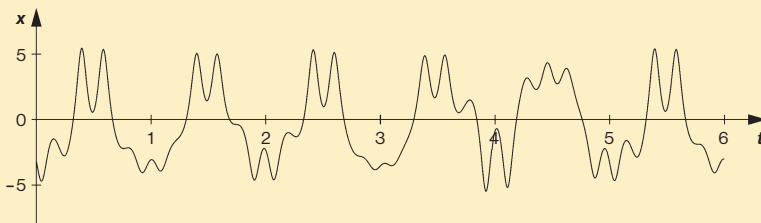


2. ábra. A mágneses inga egy pályájának a képe felülnézetből [6;7]. A színes korongok a mágneseket jelölik. A kis kék pontból elengedett inga bonyolult mozgásba kezd, majd végül a kék színnel jelölt mágnesnél megáll. Szemmel a megállás helye előre megjósolhatatlan

## 2. Kaotikus mozgás definíciója, legfontosabb tulajdonságai

A kaotikus viselkedés az egyszerű, a képe változóval leírható *nemlineáris* rendszerek olyan mozgása, időbeli viselkedése, melynek fő tulajdonságai:

- időben *szabálytalan*, soha nem ismétli önmagát, semmilyen időtávon sem periodikus: *aperiodikus* (3. ábra);



3. ábra. Kaotikus mozgás (gerjesztett nemlineáris rezgés) aperiodikus kitérés-idő grafikonja néhány időegységig [6;7]. Bármilyen hosszban is ábrázolnánk, sehol nem találunk két olyan tetszőlegesen hosszú részt, mely fedésbe hozható lehetne egymással

- hosszú távon *előrejelezhetetlen* és érzékeny a kezdőfeltételre;
- Alkalmos ábrázolásban *rendezett: fraktálszerkezet* társul hozzá.

Ezek a jellemvonások olyan erősen és egyedülállóan kötődnek a kaotikus mozgásokhoz, hogy őket a „káosz” definíciójaként is használhatjuk [6;7].

Az említett tulajdonságok általában egyszerre vannak jelen. Ha tehát egy egyszerű fizikai rendszer hosszú távon aperiodikus, akkor időbeli fejlődése megjósolhatatlan és egyben fraktálszerkezetű. A hagyományos szemlélet oldaláról nézve mindhárom tulajdonság újszerű és meglepő. Mögöttük egyetlen közös vonás áll: az, hogy a hosszú idejű viselkedés véletlenszerű, s ezért csak *valószínűségi* fogalmakkal írható le.

A szabályos mozgástól az különbözteti meg, hogy véletlenszerű, a zajostól pedig az, hogy véletlenszerűsége a kevés összetevő elem erős (de egyszerű törvényt követő) kölcsönhatásából, a belső dinamikából adódik.

<sup>1</sup> A mágnesek száma és elhelyezkedése tulajdonképpen tetszőleges lehet. Mi a káoszt létrehozó legkevesebb számú mágnes választottuk a leginkább szimmetrikus elrendezésben.

<sup>2</sup> Úgy állítjuk be a paramétereket, hogy a mágnesek vonzása miatt a felfüggesztési pontja alatt függőlegesen lógva az inga ne tudjon megállni.

nek' (1. ábra) [6;7]. Az ingát úgy helyezzük el, hogy a felfüggesztési pontja a mágnesek által kijelölt háromszög középpontja felett legyen.<sup>2</sup> Kitérítve, majd elengedve az ingát, a vasgolyóra ható gravitációs erőtől és a mágnesek vonzásától befolyásolva a golyó bonyolult kaotikus mozgásba kezd. A levegő közegellenállása miatt, az inga mozgása során folyamatosan veszít az energiájából, s így előbb-utóbb – mivel más stabil egyensúlyi állapot a rendszerben nincs – az egyik mágnes fölött megállapodik.

Megállás előtt a mozgó golyó azonban véletlenszerűnek és megjósolhatatlan tűnő irányváltásokat végez (2. ábra), így a világon sokhelyütt szerencsejátékként tekintenek erre az eszközre. Ahogy a rulettnél, úgy – egészen az utolsó pillanatokig – a mágneses ingánál is lehetetlen feladatnak ígérkezik a megállás helyét megjósolni. Különös viselkedése miatt gyakori demonstrációs eszköz a világ különböző Csodák Palotáiban is. (Érdekes a világhálón a „magnetic pendulum”-ra rákeresni, mert sok megépített mágneses inga videója és fényképe nézhető meg.)

Esetünkben a kaotikus viselkedés véges ideig tart, az ilyen típusú mozgásokat *transziens káosz*nak nevezzük (a káosz pontosabb meghatározását lásd a 2. blokkban).

Az inga tehát a három mágnes valamelyikének közelében állhat meg. Azt a pontot, ahol megáll, *attraktor*nak nevezzük. Ennek megfelelően a rendszerben három attraktorpont létezik.

A sík akármelyik pontja fölött elengedve, eldönthető, hogy az adott pontból elindulva az inga végül melyik mágnes mellett áll meg. A három attraktorhoz egy-egy színt rendelve szimulálással könnyen kiszínezhető az egész sík: egy adott pont színe jelzi, hogy az a fölülről indított inga melyik színű attraktorban fog megállni. (Tehát a 2. ábrán indított mozgás kezdőpontját kék színnel kellett megjelölni.) Az azonos színű területek az úgynevezett *vonzási tartományok*, melyek a folyók vízgyűjtő területeikhez hasonlóan mutatják az adott attraktorhoz vezető kezdeti helyek összességét (5. ábra). Meglepő módon a vonzási tartományok határai bonyolultan egymásba fonódnak és összegabalyodnak. Az attraktorok vonzási határa első ránézésre *fraktálszerkezetű* (3. blokk). (A <http://www.youtube.com/watch?v=Qe5Enm96MFQ> videót érdemes megnézni, látványos és tanulságos ugyanis, ahogy a felbontást lépésről lépésre finomítva megszerkesztik a vonzási tartományokat egy fizikailag megépített ingával.)

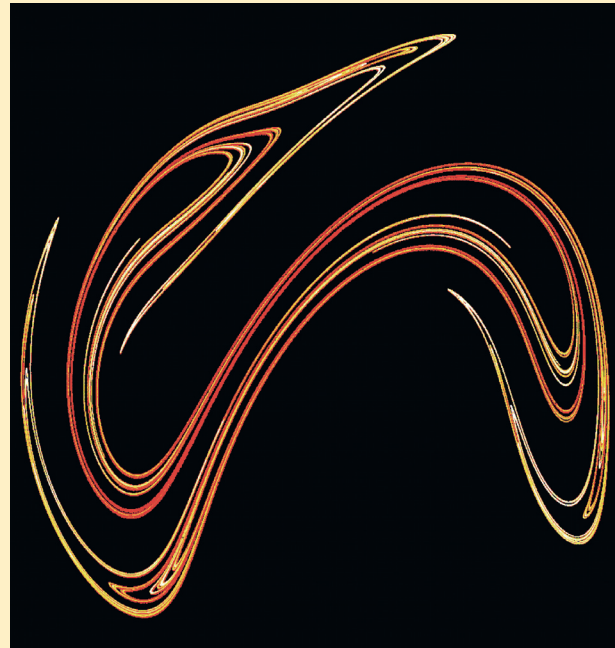
A vonzási tartományok nemcsak nagyon sűrűn összegabalyodottak, hanem – a fraktáltulajdonságuk miatt – bármilyen kis területet is nagyítunk ki a színhatár közelében, mindig a színek keveredését fogjuk látni. Mindez szemléletesen mutatja a mágneses ingának azt a nagyon lényeges tulaj-

### 3. Fraktálok és (tört)dimenziók

A fraktálok olyan *önhasonló, tagolt* alakzatok, melyeknek a térfogata (hosszúsága, területe stb.) *függ a mérés pontosságától* (a „mérőrúd” hosszától). A természetben sok példa van fraktálokra, például a szappanhab, a szivacs, a fák ágrendszer, az érhálózat, a tüdő, a Hold kráteres felszíne, a tengeri partvonal stb. Általában elmondható, ami egyébként a felsorolt példákából is kitűnik, hogy ha a természetben valamilyen „célból” egy véges területen hosszú vonalra, vagy egy véges térfogatban nagy felületre van szükség (pl. tüdő), akkor a leghatékonyabb megoldás valamilyen a fraktálstruktúra létrehozása. Vannak matematikailag egyszerűen megkonstruálható fraktálok is, mint például a *Cantor-halmaz* és a *Koch-görbe* [6;7].

A fraktáloknál a hagyományos alakzatoknál megszokott dimenzió fogalma fellazul, hiszen ezek az alakzatok jelentősen behatolnak a náluk eggyel magasabb dimenziós térbe. Például a fraktál-görbék végtelen hosszúak, de mégis véges térrészre korlátozódnak, méghozzá úgy, hogy nincs olyan felület-darab, melyet teljesen befednének, hiszen felületük nulla. Tehát egy ilyen objektum „több”, mint egy egydimenziós vonal, de „kevesebb”, mint egy kétdimenziós síkidom. A dimenziója 1 és 2 közé eső irracionális szám. Ez a szám egy pontosan definiált eljárás szerint egzakt módon mérhető (egyszerűbb konstrukcióknál számolható is). Minél inkább kitölti a teret az alakzat, annál nagyobb lesz a dimenziója. Ilyenre példa a gerjesztett nemlineáris rugó kaotikus attraktora (4. ábra).

A fraktálok fontos tulajdonsága még az ön hasonlóság. Bármeddig nagyítunk egy fraktálra, mindig hasonló struktúrát fogunk látni, néhányuknál pontosan ugyanazt. A fraktál „térkitöltésének” mértéke, azaz a dimenziója, független a nagyítástól.



4. ábra. Fraktál-görbe (a gerjesztett nemlineáris rezgés kaotikus attraktora) [6;7]. Gerjesztett rendszerekben még súrlódás mellett is létrejöhet állandó káosz. Ilyenkor az attraktor a képen láthatóhoz hasonló bonyolult, szálas szerkezetű fraktál

donságát, hogy *tetszőlegesen apró indítási különbség* is egy másik mágnesnél való megálláshoz vezethet. Ez a tulajdonság, a *kezdőfeltételre való rendkívüli érzékenység*, a kaotikus rendszerek egyik legfontosabb ismérve. Ezzel szorosan összefügg a káosszal kapcsolatos *előrejelezhetetlenség* fogalma is. Ugyanis, minden kezdőfeltételt csak véges pontossággal tudunk meghatározni. A mágneses inga felülméleti síkján pedig óhatatlanul lesznek olyan pontok, melyeken belül mindhárom szín tetszőlegesen közel kerül egymáshoz, így bármeddig is finomítjuk a mérési módszereinket, mindig lesznek olyan kezdőfeltételek, melyekből elindított ingánál előre eldönthetetlen, hogy melyik mágneshez tart (5. ábra).

Egyszerűsége, megépíthetősége és látványossága miatt a mágneses ingát a káosz mintapéldájának tekintik, ezért több tankönyv is bemutatja [6;7;8]. A probléma természetesen eleve komplexnek tekinthető, hiszen „végtelenszer bonyolultabb”, mint a szokásos inga.

A legújabb kutatások azonban arra utalnak, hogy a hagyományos káosz-definíció szerint ez a mozgás nem is kaotikus! Pontosabban fogalmazva: bár rendkívül bonyolult mozgású rendszerről van szó, ez a bonyolultság némileg eltér a jelenlegi tankönyvekben részletesen leírt [9] kaotikus mozgástól.

A mágneses inga mozgásának különlegessége könnyebben megérthető, ha röviden ismertetünk néhány káoszelméleti fogalmat és egy tankönyvi példát.

#### Gerjesztés és leképezés

A súrlódási, közegellenállási veszteség miatt a magára hagyott tárgy rezgő mozgása csillapodik, majd végül megáll. Állandósult mozgás csak akkor alakulhat ki, ha az energiavesztésüket külső forrásból folyamatosan pótoljuk. Ez történhet például a rendszer periodikus rázásával, *gerjesztésével*. Bár első hallásra furcsa, de az ilyen rendszerekben is gyakori az időleges, azaz tranzien káosz. Nézzünk erre egy konkrét példát!

Induljunk ki most is az ingából, még hozzá a legegyszerűséből, a függőleges síkban lengő matematikai ingából. Az inga többféleképpen gerjeszthető. A mostani példában a felfüggesztési pontot vízszintesen, időben szinuszosan mozgatjuk [6;7;10]. (A fonál begyűrődésének elkerülése érdekében az ingát könnyű, vékony rúd végéhez rögzített tömegpontnak tekintjük.)

A mozgás frcsaságait és a mögöttes struktúrákat a *stroboszkopikus leképezésnek* nevezett mintavételezési eljárással teszszük láthatóvá, azaz a T gerjesztési perió-

dusidő egész számú sokszorosánál meghatározuk a szögkitérést és szögsebességet, s a kapott szögkitérés-szögsebesség koordinátákat ábrázoljuk. Ilyenkor az  $(x_0, v_0)$  pontból induló mozgást nem folytonos vonallal, hanem ugráló pontsorozattal követjük:  $(x_0, v_0) \rightarrow (x_1, v_1) \rightarrow (x_2, v_2) \dots$ , ahol  $x_n$  és  $v_n$  az indítás után  $nT$  idővel (az  $n$ -ik gerjesztési periódussal) az inga szöge és szögsebessége.

Megfelelő paraméterek (megfelelő frekvenciájú és amplitúdójú gerjesztés és súrlódás) esetén a külső energiabefektetés (gerjesztés) hatására állandósult periodikus mozgások is létrejöhetnek. A legegyszerűbb ilyen mozgás során átfordulva jobbra vagy balra pörög az inga a gerjesztéssel azonos frekvenciával. Mivel a stroboszkopikus leképezésnél éppen a gerjesztő periódusidőként veszünk mintát a mozgáspályából, azért az ilyen mozgás képe az  $(x_n, v_n)$  síkon mindössze egy pont lesz. Bármilyen kezdőfeltételből indult is a mozgás ilyenkor, bizonyos idő eltelté után kötelezően az említett két periodikus mozgás (egyszerű pontattraktorok) egyikéhez tart.

A mágneses ingához hasonlóan a gerjesztett ingánál is meghatározható a két attraktor vonzási tartománya: a kezdeti hely (szögkitérés) és kezdeti sebesség (szögsebesség) koordinátákat annak megfelelően színezzük, hogy az onnan induló mozgás

## Káosz mint komplexitás

végül melyik attraktorhoz tart (6. ábra). (A mágneses ingával ellentétben a vonzási tartomány most nem a fizikai térben, hanem az  $(x_n, v_n)$  síkon rajzolódik ki.)

### A káosz mögötti okok és struktúrák...

Maradjunk továbbra is az imént tárgyalt gerjesztett inga tranzienstés eseténél. Egy meglepő állítás: léteznek olyan kivételes kezdőfeltételek, ráadásul végtelen számban, melyekből sohasem lehet eljutni egyik attraktorhoz sem! Mindannyiukban közös az, hogy tetszőlegesen hosszú (végtelen) ideig tart a mozgásuk.

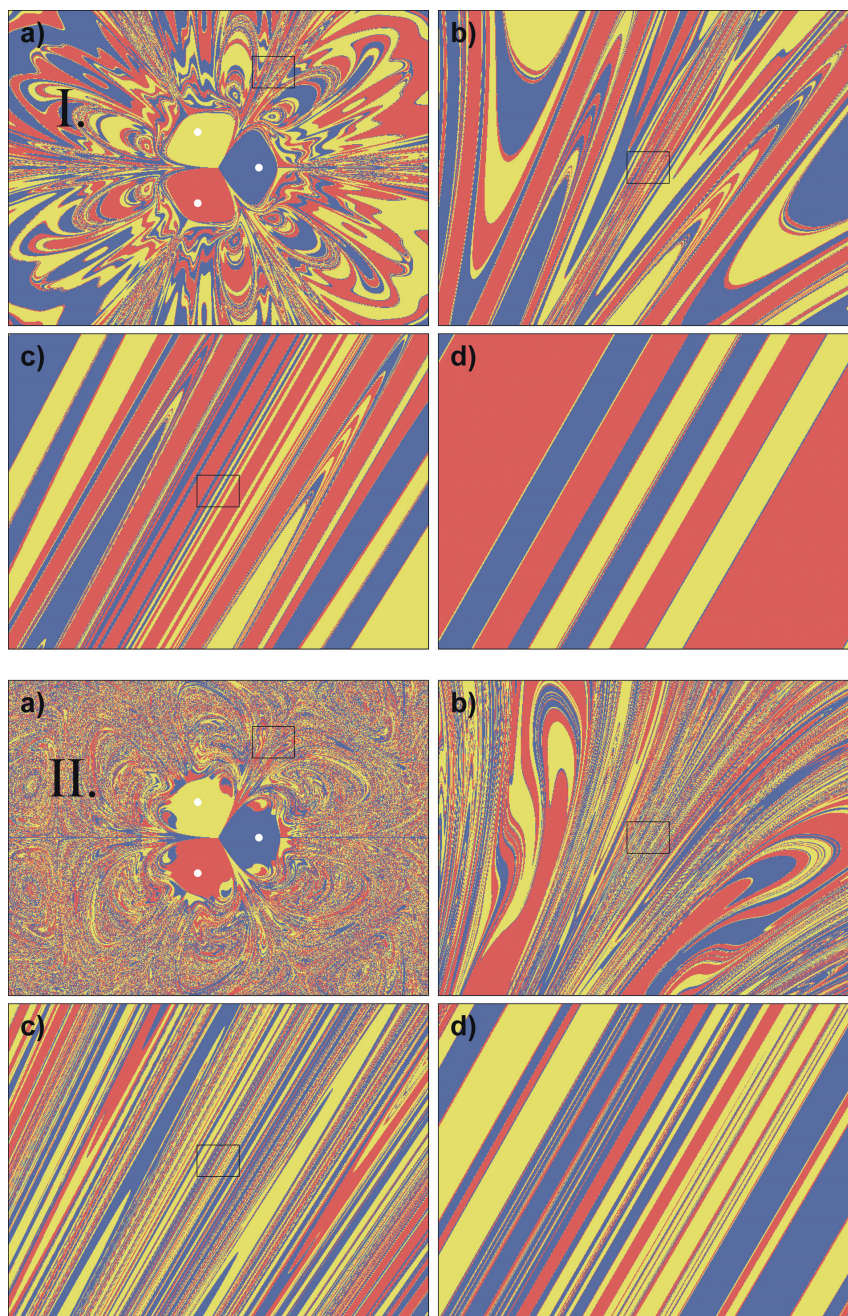
Akkor ezek szerint nem két attraktor van, hanem több? Nem, továbbra is kettő van. Ugyanis az említett mozgások *mind instabilak* (4. blokk). Tehát az adott mozgáshoz tartozó kezdőfeltételt végtelen pontosan kell eltalálnom ahhoz, hogy az instabil mozgás pályájáról ne sodródjon le, s essen bele végül a két attraktor egyikébe.

Gondoljunk az asztalon lévő ceruza lehetséges hosszú idejű mozgására (elhelyezkedésére)! Mindenki automatikusan a ceruza (stabil) fekvő helyzetére gondol, pedig függőlegesen állva is bármennyig megmaradhat. Persze van egy döntő különbség

is a kettő között: az utóbbi állapot instabil (4. blokk). Vagyis a fennmaradó álló állapothoz elengedhetetlen lenne, hogy valaki képes legyen tökéletesen függőlegesre állítani a ceruzát, ami nyilvánvalóan még a külső környezet zavaró hatásaitól eltekintve is lehetetlen. (A ceruza mozgását a függőleges helyzete körül, az ún. inverz ingát és annak stabilizálási lehetőségét vizsgálja Zelei Ambrus és Stépán Gábor cikke az ember állásának dinamikája kapcsán.)

Továbbgondolva a ceruza esetét, hamar rájöhettünk, hogy a függőleges megállást nemcsak az álló helyzetbe helyezéssel tudhatnánk elérni, hanem egy ügyes felbillentéssel is, amikor éppen a hegyén áll meg végül. Persze, a gyakorlatban ezt szintén képtelenség kivitelezni, de ettől még létezik a ceruza instabil pontjához tartozó olyan kezdeti szög-szögsebesség értékhalma, melyet végtelen pontosan eltalálva a ceruza az álló helyzetben kerül nyugalomba.

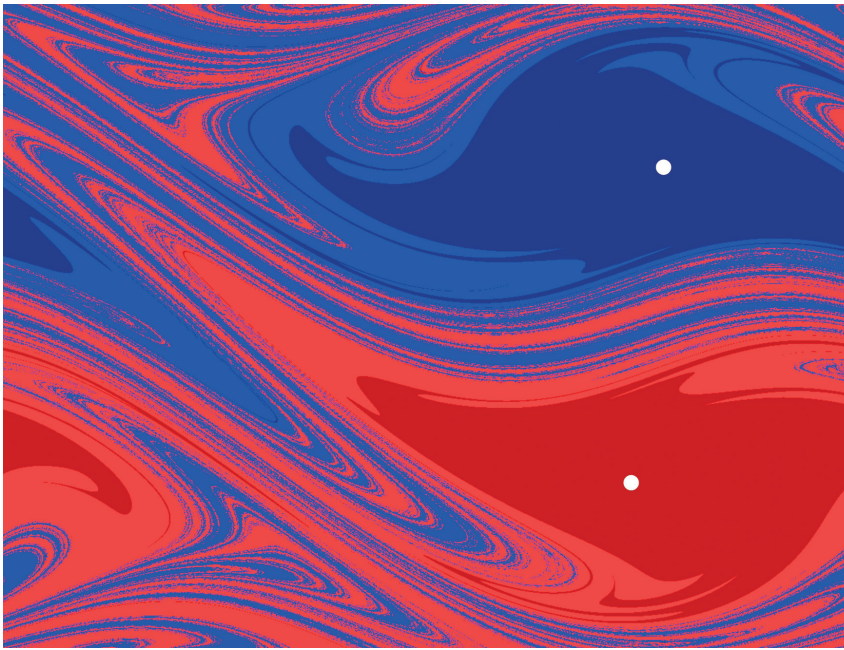
5. ábra. A mágneses inga vonzási tartománya két különböző paraméterérték (I. és II.) mellett [6;7]. (A legfőbb különbség a kettő között a levegő közegellenállása miatt fellépő súrlódási együttható nagysága.) A téglalapok jelölik a paneleken a tízszeresen nagyított területeket, melyek ABC sorrendben követik egymást. A fehér kis körök a mágnesek



### 4. Instabilitás, stabilitás?

A hétköznapi szemléletünkben hosszú távú mozgásra gondolva, érthető módon, mindig csak a stabil esetek jutnak eszünkbe. (A stabil és instabil eset közötti különbség az, hogy a rendszert az egyensúlyi állapotból kicsit kitérítve a stabilban igyekezik visszatérni az egyensúlyi helyzetébe, míg az instabilban gyorsulva távolodni kezd onnan.)

Azonban az ismertett példánk után már sejteni lehet, hogy a kaotikus rendszerek vizsgálatához éppen fordított hozzáállás szükséges: sokkal lényegesebbek lehetnek az instabil állapotok. A stabil pontok („pontokon” mindig pályákat is értünk) általában attraktorpontok, melyek közelében már nincs káosz. Minden „lényeges” tőlük távol, az instabil pontok közelében történik. Ráadásul, a hétköznapi szemléletünk szerint, ugyancsak meglepő módon, a hely és sebességkoordináták által kifeszített térben elhelyezkedő instabil pontok a stabiloknál sokkal érzékenyebbek paraméterváltoztatásokra, strukturálisan sokkal stabilabbak. A paramétereket módosítva különböző stabil pontok jelennek meg és tűnnek el, miközben az instabil pontok léte és száma állandó marad, legfeljebb csak az elhelyezkedésük módosul kissé.



6. ábra. A gerjesztett inga vonzási tartományának stroboszkopikus képe a szög-szögsebesség síkon [6;7;10]. A fehér körök a két különböző periodikus körbeforgásnak megfelelő ponttarraktort jelölik. A sötétebb tartományból gyorsan és tranzien káosz nélkül esik a pálya az attraktorba

Ezt a halmazt, ami a ceruza szög-szögsebesség síkján egy vonal, az instabil pont *stabil sokaságának* nevezzük. „Stabil”, hiszen ezt a vonalat eltalálva az instabil pontban fog megállni. (Ennek analógiájára létezik egy *instabil sokaság* is, mely a hegyén majdnem megálló ceruza elbillenéséhez tartozó fázissíkbeli vonal).

A gerjesztett ingánál majdnem ugyanez a helyzet, csak éppenséggel nem egy, hanem végtelen sok instabil állapot (mozgás) létezik. Ezen mozgásoknak a stroboszkopikus

leképezésen pontok felelnek meg, melyek összessége egy izolált pontokból álló fraktálfelhőt képez, az úgynevezett *kaotikus nyeregthalmazt*. A nyeregthalmazhoz tartozik egy szintén fraktálstruktúrájú, végtelen sok vonalból álló stabil és instabil sokaság is. A stabil sokaságnak van egy további fontos szerepe: ők alkotják a vonzási tartományok határát. A 6. ábrán a piros és kék tartományok közötti határvonal tehát a stabil sokaság.

A káosz *állandósult instabilitás*. A káosz a fraktálstruktúrájú instabil pontok (pá-

lyák) közötti bolyongás. Minden instabil pont taszító, de amint eltávolodik az egyik-től a pálya, rögtön egy másik közelébe kerül, így folyamatossá válik az instabilitás. (Persze csak addig, míg az egészében taszító nyeregthalmazt a rendszer végleg el nem hagyja, beleesve az egyik attraktorba.) A káosz összes tulajdonsága, beleértve a mérhető mennyiségeket is (lásd később), alapvetően a végtelen sok instabil állapottól következnek. *Véges számú instabil állapot esetén nem létezhet káosz.*

A 7. ábra egy kaotikus nyeregthalmaz és sokaságainak tipikus képét mutatja. A fraktálstruktúrába rendeződött pontok egy ún. *Cantor-felhőre* [6;7] emlékeztetnek, míg a sokaságok a szálak szerkezetű 4. képre hasonlítanak. (Bár a kép véges felbontása miatt nem látszik, természetesen a nyeregthalmaz végtelen sok pontból, a sokaságok megvégtelen sok szálból állnak.)

### Mérjük meg a káoszt!

A kaotikus mozgásoknak vannak olyan jellemzői, melyek egzaktul mérhetőek, számszerűsíthetőek. Ráadásul általuk nemcsak a káosz megléte, hanem annak erőssége is meghatározható. A nyeregthalmaz megismerése után lehetőségünk nyílik a mérhető mennyiségek megértésére [6;7]. (Ezek közül a fraktáldimenziót a 3. blokkban, a *Ljapunov-exponens*t és a szökési rátát az 5. és a 6. blokkban részletezzük. Két további mérhető mennyiséggel, a véges méretű Ljapunov-exponenssel és a topológikus entrópiával pedig *Zsugyel Márton*, *Baranya Sándor* és *Józsa János*, valamint *Haszpra Tímea* írásában ismerkedhetünk meg.)

Tehát a nyeregthalmaz egy végtelen sok instabil pontból álló fraktál, melynek dimenziója tetszőleges pontossággal megmérhető (3. blokk). Vegyük észre, hogy míg a Ljapunov-exponens és a szökési ráta *dinamikai*, addig a fraktáldimenzió *geometriai* jellemző! Ez a tény már önmagában is különös, de az igazán meglepő az, hogy az említett három mennyiség között egzakt (képlettel felírható) összefüggés áll fenn: a nagyobb szökési rátához kisebb dimenziójú nyeregthalmaz tartozik. A jelenség okát könnyű megérteni: a ritkább szerkezetű nyeregthalmazról gyorsabban lesodródnak a mozgáspályák.

Végül újra hangsúlyozzuk, bár a mozgás valóban előrejelezhetetlen, az említett mennyiségek méréssel (olykor számolással) tetszőleges pontossággal meghatározhatóak. Tehát téves az a népszerű szlogen, mely éppen a káoszelméletre hivatkozva terjedt

<sup>3</sup>  $e^x$  éppen olyan típusú függvény, mint az iskolában tanult  $10^x$  vagy  $2^x$ , csak az alap itt a kettő közé eső irracionális szám:  $e = 2,718 \dots$ . A tudományos irodalomban azért használják, mert hasznos tulajdonságai vannak, például a függvényérték minden pontban megegyezik a meredekséggel, azaz a függvény deriváltja önmaga.

### 5. Ljapunov-exponens, előrejelzési idő

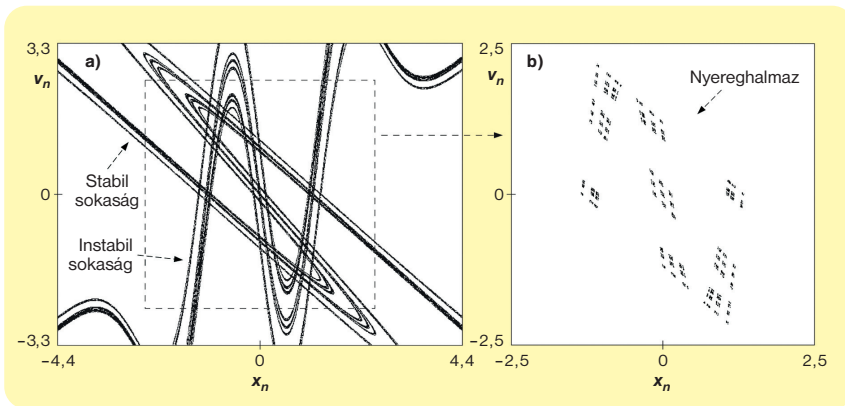
A kaotikus mozgások egyik legfontosabb tulajdonsága a közeli mozgáspályák idő függvényében való nagyon gyors (exponenciális) távolodása. Lokálisan és átlagosan is mérhető a távolodás gyorsasága, a mérésből kapott függvény exponensét (amit általában  $\lambda$ -val jelölnek) Ljapunov-exponensnek nevezik:<sup>3</sup>

$$d(t) = d_0 e^{\lambda t},$$

ahol  $t$  az idő,  $d_0$  és  $d(t)$  a mozgáspályák kezdeti és pillanatnyi távolsága [6;7].

A kezdeti kis hibák is exponenciális gyorsasággal „fúvódnak fel”, melynek következménye a káoszra jellemző előrejelezhetetlenség. (A sokszor átgondolatlanul használt „pillangóeffektus” az előrejelezhetetlenség szimbolikus kifejezésének tekinthető [1].) Minél nagyobb az átlagos  $\lambda$ , annál erősebb a káosz.  $\lambda \leq 0$  esetén pedig, amikor nincs távolodás, a mozgás sem kaotikus. A kaotikus mozgás ún. *előrejelzési ideje* a Ljapunov-exponens reciprokjaként, vagyis  $1/\lambda$ -ként becsülhető. (Minden kezdőfeltételt véges pontossággal tudunk meghatározni. Ha egyszerre indítunk két mozgáspályát a lehető legjobb mérési pontossággal egyező kezdőfeltétel-különbséggel, majd meghatározzuk, hogy mennyi idő múlva távolodnak el egymástól jelentősen, akkor ezt az időt hívhatjuk a mozgás előrejelzési idejének.) Mivel kaotikus rendszerekben  $\lambda$  általában egységnyi nagyságrendű, az előrejelzési idő tipikusan mindössze néhány időegység, a káosz tehát *hosszú távon* nem jelezhető előre.

**Kaosz mint komplexitás**



7. ábra. Egy tipikus kaotikus nyereghalmaz (b), valamint instabil és stabil sokaságának képe (a) [7]. Mindannyian fraktálstruktúrájúak. A nyereghalmaz végtelen sok instabil pontból (pályából) áll, belőlük indulnak ki szálal szerkezetű sokaságok

el, hogy „minden kiszámíthatatlan, semmi sem megjósolható, semmi sem tudható biztosan...”.

**Miben új a mágneses inga káosza?**

Az eddig elmondottak alapján már könnyen megérthetjük: a gerjesztés nélküli mágneses ingának *nincs nyereghalmaza!* A nyereghalmaz ugyanis olyan instabil pontokból (pályákból) áll, melyek bármelyikét végtelen pontosan eltalálva korlátlan ideig a nyereghalmazon marad a rendszer. A mágneses inga energiája azonban elkerülhetetlenül csökken, tehát a mozgás előbb-utóbb megáll. Esetünkben hosszú távú in-

stabil pályák csak az inga instabil álló helyzetei lehetnének, melyből azonban csak egy van: az origó. Véges számú instabil pont viszont nem alkot nyereghalmazt, nyereghalmaz nélkül pedig nem lehet káosz!

Több jel azonban mégis káoszra utal. Például a vonzási tartomány határa határozottan fraktálstruktúrának néz ki (5. ábra), ami azért meglepő, mert a tranziens káosznál a vonzási tartomány fraktál-határát mindig a nyereghalmaz (ami esetünkben ugye nem létezik) stabil sokasága alkotja. Ha pedig közeleli, de különböző mágnesekhez tartó pályákat nézzük, akkor kiderül, hogy hosszabb-rövidebb ideig exponenciálisan távolodnak egymástól, azaz a Ljapunov-exponens pozitív (5. blokk), ami a káoszhoz fontos ismérve. További káoszt bizonyító és cáfoló mérési eredményeket nem sorolunk, azonban a lényeg már érzékelhető: az eredmények vegyesek.

A természeti jelenségekben viszont nincsenek ellentmondások, hanem vagy a tudásunk kevés, vagy a hipotézisünk téves. Nyilván most is erről van szó, úgyhogy a mágneses inga mozgásának megértése további vizsgálatokat igényel.

Ha a vonzási tartomány nagyításait (5. ábra) figyelmesen megnézzük, észrevehetjük, hogy bár minden nagyításon megmaradnak a szálal fraktálstruktúrákra jellemző sávok, a nagyítások növelésével párhuzamosan azonban azok sűrűsége, vagyis a fraktál-határ térkitöltése, azaz a fraktáldimenzió *csökken*. Az említett csökkenés természetesen méréssel is számszerűsíthető (1. táblázat).

Ha a fraktál-határnak – a nyereghalmaz stabil sokaságának – a dimenziója csök-

Nagyítás	Fraktáldimenzió
10 <sup>2</sup>	1,3
10 <sup>4</sup>	1,15
10 <sup>6</sup>	1,14
10 <sup>8</sup>	1,13

1. táblázat. A 5/1. ábra különböző (de a képpel nem megegyező nagyságú, lásd a táblázat első oszlopát) nagyításain mért fraktáldimenzió. A „normál” fraktáloknál a dimenzió változatlan, esetünkben azonban a nagyítás növelésével csökkenő tendenciát mutat

kenni látszik a nagyítások növelésével, akkor egy esetleg létező nyereghalmaznak is csökkenő dimenziójának kell lennie.

Mint említettük, a dinamikai és a geometriai jellemzők között szoros kapcsolat van. Kisebb dimenziójú nyereghalmazhoz, többek között, nagyobb szökési ráta tarto-

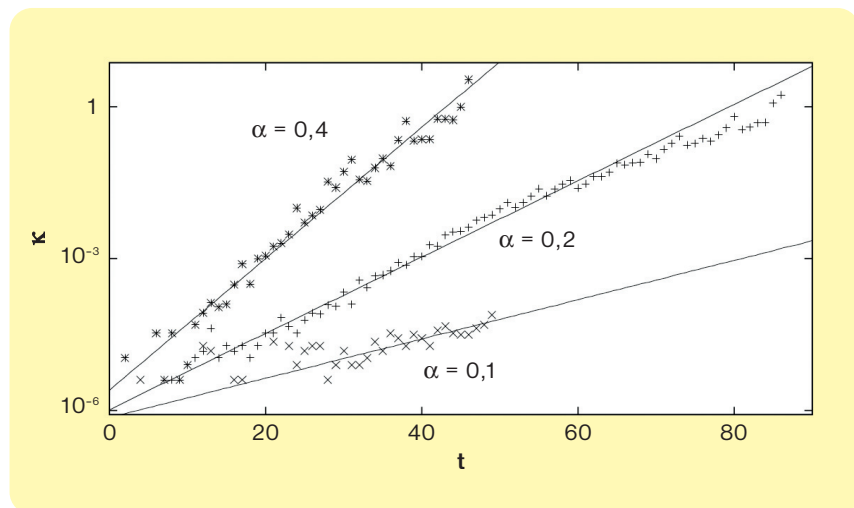
**6. Szökési ráta, káosz élettartama**

Másik fontos, immár kimondottan a tranziens káoszhoz mérhető mennyiség a szökési ráta. A nyereghalmaz környezetében bolyongó pálya minden instabil pont körül „irányt vált”, így nemcsak a halmazon belüli mozgása lesz véletlenszerű, hanem a halmaz környezetében töltött ideje is. A pályák tehát véletlenszerűen hagyják el a halmaz környezetét. Ha  $N_0$  különböző pályát egyszerre indítunk, s figyeljük a bent maradók  $N(t)$  számát az idő függvényében, akkor az exponenciálisan fog csökkenni:

$$N(t) = N_0 e^{-\kappa t}$$

Itt is mérhető tehát egy exponens, mely nevében is hordozza a jelenség lényegét: szökési rátának hívják és  $\kappa$ -val jelölik [7]. A káosz átlagos élettartama, melyet  $\tau$ -val szokás jelölni, a szökési ráta reciprokaként becsülhető:  $\tau \sim 1/\kappa$ .

8. ábra. A mágneses inga szökési rátája az idő függvényében, az sűrűlódási együttható különböző értékeire. Az ábra logaritmusos léptékű, vagyis a szökési ráta időben exponenciálisan nő, tehát a részecskék szuperexponenciális ütemben hagyják el a kaotikus nyereghalmazt [9]



## Gruiz Márton: Káosz mint komplexitás

zik. S valóban! A mágneses ingánál nem a tranzien káoszra oly jellemző állandó szökési ráta mérhető, hanem – speciális mérési eljárást alkalmazva – kimutatható, hogy az idő előre haladtával a szökési ráta nő (átlagosan), méghozzá időben exponenciálisan (8. ábra)!<sup>4</sup> Ha jobban belegondolunk, mindez tulajdonképpen logikus: ha a véletlen folytán egy pálya viszonylag sokáig nem esik egyik mágnes feletti attraktorba sem, akkor az egyre fogyó energiája miatt egyre inkább lelassulva rohamosan (exponenciálisan) nőni fog a kaotikus bolyongásból való „távozási kényszere”. A növekvő szökési ráta tulajdonképpen ezt fejezi ki.

A 8. ábra eredményei azt is jelentik, hogy a káosz  $\tau \approx 1/\kappa$  élettartama állandóan változik: több nagyságrendre kiterjedő időintervallumot fed le. A mágneses inga esetében is megfigyelhető tehát a komplex rendszerek egyik jellegzetes tulajdonsága, a skálák összeolvadása (lásd Kondor Imre cikkét).

A megismert adatokból arra lehet következtetni, hogy mégiscsak létezik nyereghalmaz (lásd 9. ábra), de az nem állandó, hanem az idő haladtával (ahogy fogy az energia) folyamatosan „sorvad”, csökken a dimenziója, míg végül a nulla dimenziós instabil pontba zsugorodik. A probléma eddig fel nem ismert vonása tehát az, hogy a nyereghalmaz idővel eltűnik, s vele a káosz lehetősége is!

A vonzási tartományról készített egyre nagyobb nagyítás az időben való utazásnak is tekinthető, s így a látott egyre kisebb dimenziójú stabil sokaság összhangban van a „sorvadó” nyereghalmaz feltételezésével.

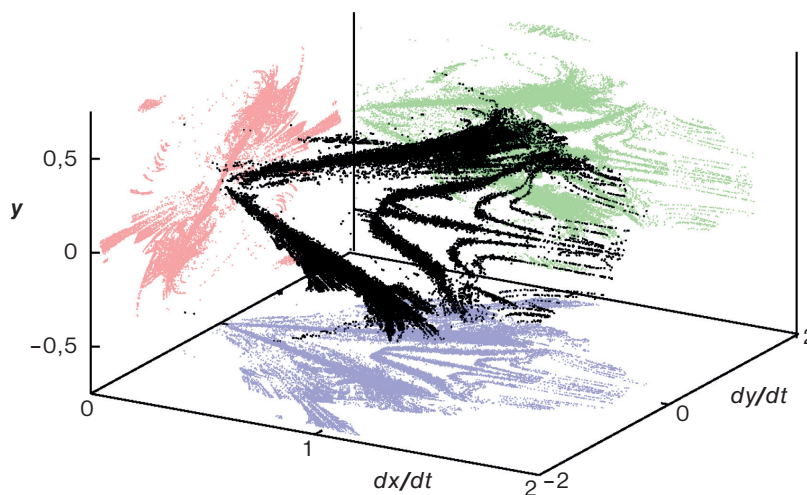
A szokásos tranzien káoszban maga a kaotikus mozgás átmeneti (tranzien), de a mozgásokat irányító nyereghalmaz időtől független. Esetünkben viszont a nyereghalmaz is tranzien, tehát az ilyen mozgásra a *duplán tranzien* találó elnevezés [9].<sup>5</sup>

## Tanulságok

A mágneses inga érdekes és újszerű megvilágításba helyezi a kaotikus rendszerekre jellemző komplexitást. A tudománytörténeti áttekintésünkben (1. blokk) utalunk rá, hogy a káoszelméletben az áttörést a számítógépek használata hozta, amikor – a Holdraszállás után évekkel – a középiskolai demonstrációs eszközöknél alig bonyo-

<sup>4</sup> Konstans szökési rátánál a kaotikus mozgást végző részecskék száma időben exponenciálisan csökken. Ha a szökési ráta exponenciálisan nő, akkor ez a csökkenés szuperexponenciális, azaz olyan exponenciális függvény szerint történik, ahol az exponens maga is exponenciális függvénye az időnek.

<sup>5</sup> Természetesen nemcsak a mágneses ingára érvényesek a megállapításaink, hanem valószínűleg az összes gerjesztés nélküli sűrűlódásos (autonóm disszipatív) rendszerre általában.



9. ábra. A mágneses inga időben „sorvadó” háromdimenziós nyereghalmazának és kétdimenziós színes vetületeinek képe. A pontthalmazt a sebesség-hely koordináta-rendszerben (fázistérben), egy energiaérték környezetében, a gyorsan szétváló pályák leképezésével kaptuk. (Teljesen éles képhez egy rögzített energiaérték melletti „pillanatfelvétellel” jutnánk.) Az ábrán megjelenik a fraktálszerkezetre utaló strukturáltság, mely azonban eltér a 7.b ábrán látottaktól, mutatva a probléma újszerűségét

lultabb rendszereknél tártak föl olyan új tulajdonságokat, melyek végül az egész tudományos világgépünket interdiszciplinárisan formálta át.

Ezt követően a káoszelmélet is elkezdte járni a tudományágak szokásos útját. Egyre több fogalmat alkotott, egyre tágította a vizsgálata alá vont területek körét (pl. környezeti, műszaki, csillagászati problémák, biológiai rendszerek dinamikája, melyekre külön számunkban is számos példát találunk), egyre komolyabb matematikai apparátust alkalmazva. Aztán a tudománytörténet mintha kicsiben ismételné önmagát: az egyik legegyszerűbb rendszer kapcsán kezdtük újragondolni a káoszelmélet egyik lezártnak hitt fejezetét...

Ne feledkezzünk meg arról, hogy voltaképp mennyire egyszerű is a rendszerünk: mindössze három mágnes és egy szabadon lengő inga! A mozgását ráadásul, hasonlóan az összes mechanikai rendszerhez, az alapszinten is oktató *Newton-egyenlet alapján felírt mozgásegyenlet határozza meg*. Semmi más! Minden, köztük a nyereghalmaz, ennek az egyenletnek a következménye. Bár a mozgásegyenlet konkrét alakja egyszerű, a nemlinearitása miatt a megoldása (ami maga a mozgáspálya) már szinte felfoghatatlanul bonyolult és komplex. Olyannyira, hogy a bőséges számítógépes vizsgálatok ellenére ismét és ismét kénytelenek vagyunk újragondolni az ismereteinket. Tehát egy ilyen rendszer *nemcsak mozgásában komplex, hanem ismeretelméleti szempontból is az*.

Ne felejtsük el azt sem, hogy itt nem a technikai fejlődés adta lehetőségek miatt felfedezett új elemi részecske, vagy effektus miatt álltunk fel új hipotéziseket. A mág-

neses inga mozgása mindig is ilyen volt, évezredekkel ezelőtt is bárki bármennyit nézhette. „Csupán” a látottak mögötti struktúrákról tudunk többet. Ezek a struktúrák viszont nem pusztán elméleti hipotézisek, hanem *valódi létezők*, csak éppen nem feltétlenül a megszokott fizikai terünkben kell őket keresni. Ehhez szükséges a számítógép, mellyel végzett kutatás ugyanannyira valódi, izgalmas és meglepetésekkel teli, mint mondjuk egy ismeretlen bolygó felszínének feltárása. ❁

A kutatás az OTKA NK100296 pályázat támogatásával folyik.

## IRODALOM

- [1] Tél Tamás, Gruiz Márton, *Mi a káosz? (És mi nem az)*, Természet Világa, 2002. július, 133. évf. 7. sz., 296–298. oldal.
- [2] J. Gleick, *Káosz, egy új tudomány születése*, Gondolat Kiadó, Budapest, 1996.
- [3] F. Diacu, P. Holmes, *Égi találkozások. A káosz és a stabilitás eredete*, Akkord Könyvtársulat, Budapest, 2003.
- [4] P. H. Richter, H. R. Dullin, A. Wittek, *Kovalevszkaya Top*, Naturwissenschaften, 13, 33–96, 1977.
- [5] E.N. Lorenz, *Deterministic nonperiodic flows*, J. Atmos. Sci. 20, 130 (1963)
- [6] Tél Tamás, Gruiz Márton, *Kaotikus dinamika. Bevezetés a kaotikus dinamika világába a klasszikus mechanika jelenségein keresztül*, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2002.
- [7] T. Tél, M. Gruiz, *Chaotic Dynamics, An Introduction Based on Classical Mechanics*, Cambridge University Press, 2006.
- [8] H. Peitgen, H. Jurgens, and D. Saupe, *Chaos and Fractals: New Frontiers of Science*, New York: Springer-Verlag, 2004.
- [9] A. Motter, M. Gruiz, G. Károlyi, T. Tél, *Doubly transient chaos: the generic form of chaos in autonomous dissipative system*, Phys. Rev. Lett. 111, 194101, 2013.
- [10] Gruiz Márton, *A kaotikus mechanika kapcsolata Platónnal és a leveles téstával*, Természet Világa, 1998. szeptember, 129. évf. 9. sz., 389–393. oldal.

ZELEI AMBRUS-STÉPÁN GÁBOR

# Mikrokáosz az egyensúlyozásban – elmélet és kísérlet

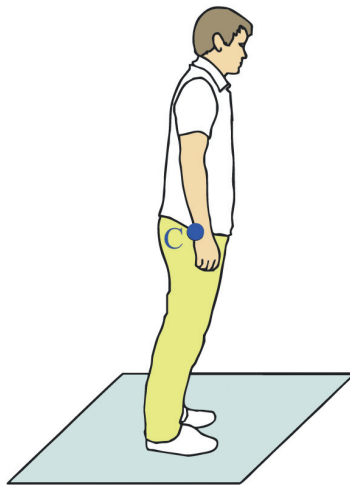
**I**nstabil rendszerek egyensúlyozása, stabilizálása a természetben és a mérnöki gyakorlatban is előfordul. Mindkét esetben fontos szerepet játszik az időkézés, amely az érzékelés és a beavatkozás között telik el. A mindennapi életben természetes dolognak tűnik, hogy egy helyben tudunk állni, pedig összetett feladatról van szó. A feladatot leegyszerűsítve az inverz inga egyensúlyozásához jutunk, ez a szabályozó algoritmusok vizsgálatára alkalmas egyik leegyszerűbb teszt. Cikkünkben az emberi egyensúlyozással kapcsolatos kaotikus viselkedést az inverz inga modelljén és kísérleteken keresztül mutatjuk be.

## Járás két lábon

A két lábon járás, más szóval bipedalizmus, igen kiváltságos dolog, a természetben az élőlényeknek csak kis százaléka képes erre a helyváltoztatási módra. A két hátsó láb használatának különböző szintjei vannak: állás, járás, futás, ugrás. Számos állat csak állni képes két lábon, vagy csak átmenetileg használja a két lábon járást, például a medve, vagy néhány majom, amikor a táplálékszerzés vagy a harc ezt kívánja. A főemlősök, a madarak és kengurufélék járásra és futásra is képesek kizárólag hátsó lábaikat használva. Érdekes, hogy vannak gyíkok, amelyek két lábon csak futni képesek, járnak nem – ezt veszélyhelyzetben használják. Az ugrógerék és egyes rágcsálók gyakran két lábon ugrálva közlekednek [1]. Az ember ezek közül mindre képes, tehát igen fejlett kétlábúnak tekinthető. Ezt támasztja alá az is, hogy a két lábon járásra utaló nyomok 4 millió évre vezethetők vissza az *Australopithecus* kapcsán [2].

A bipedalizmus különböző előnyöket kínál egy faj számára. A nézőpont magasabbra kerül, amelynek következménye a látómező megnövekedése. Előnyt jelent a magasan levő táplálék elérésében, továbbá felgyenesedett helyzetben a mozgásra nem használt végtagok felhasználhatók tárgyak manipulálására.

A két lábon járásnak azonban ára is van: veszítünk a gyorsaságból, ami a leggyorsabb két- és négylábú állatok összehasonlításából is látszik: a strucc legnagyobb

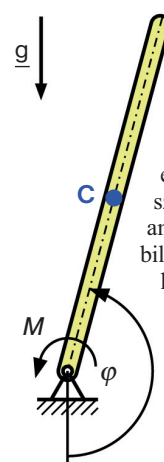


**1. ábra.** Az egyensúlyozás mechanikai modellje, az inverz inga [3]. *C* a súlypont helyét, *M* a bokánál kifejezhető nyomatékot,  $\varphi$  pedig az inga alulról mért szögét jelenti

sebessége 65 km/ó, míg a gepárdé meghaladja a 100 km/ó-t. Előny viszont, hogy nagyon fejlett szabályozás szükséges az egyensúlyozáshoz – ahogyan ezt a következőkben bemutatjuk.

## Emberi egyensúlyozás – inverz inga

Az emberi egyensúlyozás során kétféle stratégiát különböztetnek meg a szakirodalomban [4, 5]. Az egyik az ún. boka-stratégia, amelyben az emberi test egyetlen merev testként modellezhető, ami a boka körül tud elfordulni, és amire ott egy nyomaték fejthető ki (**1. ábra**). A másik az ún. csípő-stratégia, ahol egy kettős ingaként modellezhető az ember, mivel a bokánál és a csípőnél is van egy-egy csuklópont. Ahhoz, hogy vizsgálatunk a lehető legegyszerűbb legyen, a boka-stratégiával foglalkozunk, az oldalirányú mozgást pedig teljes mértékben figyelmen kívül hagyjuk. Csak az emberi test szimmetriásíkjában, az ún. szagittális síkban történő mozgásokat vizsgáljuk. Az inga függőlegeshez képest, alulról mért szögét  $\varphi$ , szögsebességét  $\omega$ , gyorsulását pedig  $\varepsilon$  jelöli.



A felfelé állított (inverz) ingán keresztül belátható, hogy álló helyzetünk instabil. Az ingát a felső egyensúlyi helyzetében kicsit megzavarva, a kitérést még inkább elősegítő gravitációs erőből származó nyomaték keletkezik, amelytől az inga még jobban kibillen, és így tovább. Ezt úgy is beláthatjuk, hogyha megvizsgáljuk az inga helyzeti energiáját, amelynek a felső egyensúlyi helyzetben ( $\varphi = \pi$ ) maximuma van:

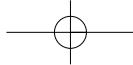
$$U = -mg \frac{l}{2} \cos \varphi$$

A fenti helyzeti energia a *C* súlypont rögzítési ponthoz képest mért magasságából számítható, és *l* a rúd hossza. Az instabil helyzet egyensúlyozását az agy végzi az érzékszerveink által biztosított jelek alapján az izmoknak küldött parancsokkal. Ha az agy kikapcsolna, azonnal elesnénk: ennek következménye, hogy az ember állva nem tud aludni.

## Instabil rendszerek egyensúlyozása

Az instabilitásnak lehetnek előnyei is. Ha odafigyelünk, észre vesszük, hogy a zöldre váltó jelzőlámpánál úgy indulunk el, hogy először hagyjuk kicsit előredőlni testünket, majd utána kezdjük el megtenni az első lépést. A járás tehát tulajdonképpen egy ismétlődő, irányított dőlés, a jelenség neve „botladozás”. A botlást a járásnál a test dőlése indítja el, és az elől lévő láb állítja meg. Ez a stratégia energiafelhasználás szempontjából igen hatékony, és lényeges, hogy működtetéséhez szükséges az egyensúlyi helyzet instabilitása.

Ha tehát az egyensúlyi helyzetünk instabil, könnyebben tudjuk magunkat onnan kimozdítani, azaz gyorsabban reagálhatunk nem várt eseményekre. Ugyanezt a jelenséget használták ki például a vadászpilóták tervezésénél is: a szárnyakat a megfelelő szögben helyezik el, ahogyan ezt a **2. ábra** mutatja. A régi, stabilan repü-



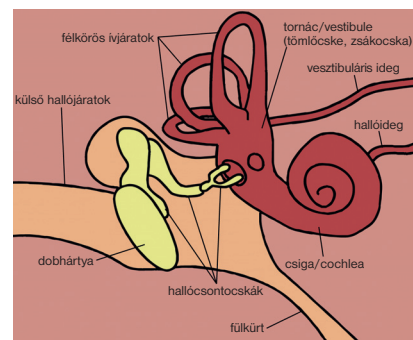
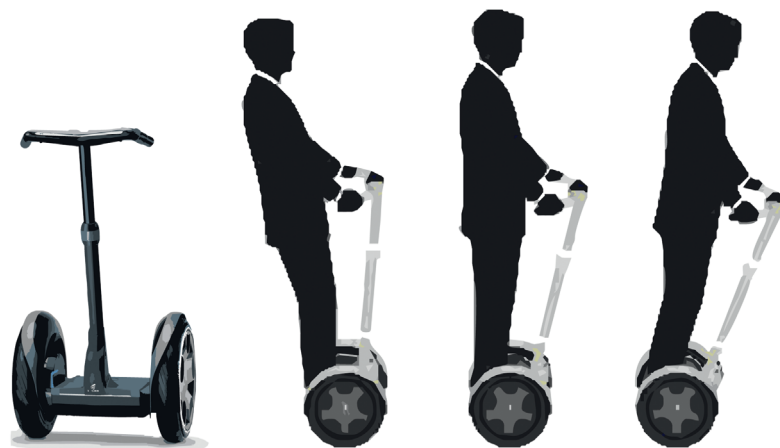
2. ábra. Stabil (fent) és instabil szárnyelrendezés (alul)

lő típusoknál a szárnyak enyhén felfelé állnak stabilitást biztosítva. Az új, jobban manőverezhető vadászgépeknél a rendszer instabil, szabályozás nélkül nem lenne képes repülni.

### Az egyensúlyozásban szerepet játszó érzékszervek és a késés

Az előzőekben kiderült, hogy álló helyzetünk instabil, az egyensúlyozáshoz pedig testünk állapotának érzékelésére van szükség. Az érzékszervek által nyújtott jelek először az agyba kerülnek. Ezeket a jeleket agyunk feldolgozza, majd döntést hoz arról, hogy testünk izmaival hogyan módosítsuk testhelyzetünket, szabályozástechnikai terminológiával élve, milyen beavatkozást hajtunk végre annak érdekében, hogy ne essünk el. Ez a folyamat időt vesz igénybe, ezt az eltelt időt tekintjük a szabályozás időkésésének.

3. ábra. A segway mint önmagát egyensúlyozni képes mesterséges rendszer, az emberi egyensúlyozáshoz nagyon hasonló folyamatokat visz végbe, beleértve az információgyűjtést és azok feldolgozását

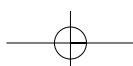


4. ábra. A belső fül felépítése

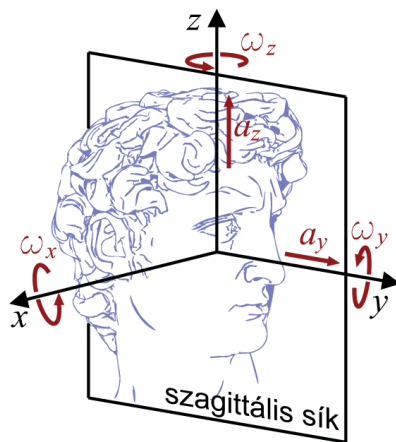
zékéles és beavatkozás közti késés is ugyanúgy jelen van, mint a természetben. Az egyensúlyi helyzet körüli imbolygás is megfigyelhető, csak általában kisebb, mivel a számítógépes szabályozásnál a késés is kisebb. A legjobb példa a 3. ábrán látható segway, ami egy újszerű egyéni közlekedési eszköz. Magára hagyva a segway is képes egyensúlyozni önmagát, de a billegés itt is megfigyelhető.

Ahhoz, hogy az emberi agyban végbe menő szabályozást jobban megértsük, érdemes megvizsgálni az egyensúlyozásban részt vevő érzékszerveket. A fül része a 4. ábrán látható belső fül, amely az egyensúlyozásban elengedhetetlen szerepet játszik. A belső fül egyensúlyozásért felelős szerve két fő részre osztható, az egyik a fej szögsebességének érzékelésére szolgál, míg a másik rész a gyorsulás és a fej pozíciójának érzékelését teszi lehetővé [6,7].

A fej térbeli szögsebességét a három különböző síkban fekvő félkörös ivjart segítségével érzékeljük. Ez a három sík hozzávetőlegesen merőleges egymásra, ami azért van, hogy a tér egymásra merőleges három tengelye körüli elfordulást tudjuk érzékelni. Az ivjartokat folyadék tölti meg, és fejünk elfordulásakor a folyadék tehetetlenségéből adódóan lemarad fejünkhöz képest, vagyis az ivjartokban áramlás jön létre. Ezt a megfelelő sejtek érzékelik, és továbbítják a jeleket az idegrendszer felé. A vízszintes félkörös ivjart (horizontal semicircular canal) nagyjából a vízszintes síkban helyezkedik el, és az 5. ábrán látható függőleges tengely körüli  $\omega_z$  szögsebesség érzékeléséért felelős. A másik két ivjart, az elülső és hátsó félkörös ivjart, a függőleges síkban helyezkedik el (anterior, posterior semicircular canal), így a vízszintes síkban lévő két tengely körüli  $\omega_x$  és  $\omega_y$  elfordulási sebességet képesek érzékelni. A fej forgásának érzékelése mellett a fej gyorsulását és orientációját is érzékeljük az ún. tömlőcske (utricle) és zsákocskák (sacculae) szervekkel, amelyek a tekintetünk irányába eső  $a_y$ , illetve a függőleges irányú  $a_z$  gyorsulást képesek mérni (5. ábra). Mivel a gravitációt állandó függőleges gyorsulásként érzékeljük, ez a két szerv együttesen



Mikrokóosz az egyensúlyozásban – elmélet és kísérlet



5. ábra. A fej mozgásának érzékelése:  $a_x$  és  $a_y$  és  $a_z$  tengely irányú gyorsulás, valamint  $\omega_x$ ,  $\omega_y$  és  $\omega_z$   $x$ ,  $y$  és  $z$  tengely körüli elfordulási sebesség

a fej függőlegeshez viszonyított elfordulási szögét is érzékeln tudja a szagittális síkban. Az egyensúlyt érzékelő szervek jelei közvetlenül a szemmozgást és a testtartást befolyásolják.

A belső fül szervein kívül természetesen a látás, illetve a környezettel való érintkezést érzékelő idegek, a tapintás is részt vesznek az egyensúlyozáshoz szükséges információgyűjtésben. Nagyon fontos például egy látott képnél a függőleges referenciavonallal (épület vagy fa) megléte, vagy a talpon lévő nyomáeloszlás érzékelése.

Összefoglalva tehát érzékszerveink pozíció-, sebesség- és gyorsulásadatokat adnak agyunk számára. Egy számítógéppel szabályozott rendszer működéséhez is ugyanezek szükségesek, és éppen megfelelőek egy ún. PDA szabályozó megvalósításához, amelyet jelen munkában vizsgálunk, és a későbbiekben részletesen bemutatunk.

Érzéketlenségi sáv

Az imboldogás kialakulásában kulcsfontosságú szerepet játszik az is, hogy az érzékszervek érzéketlenek a kis ingerekkel szemben – emiatt elvileg is lehetetlen billegés nélkül egyensúlyozni. Mivel az egyensúlyi helyzethez viszonyított kis szögértékeket nem érzékeljük, egy ideig mindenféle beavatkozás nélkül kezdünk el dőlni, majd az érzékelési küszöb elérése után kis késéssel beavatkozunk. Az érzékelési küszöb értékét nemcsak a függőlegeshez viszonyított szög, hanem a szögsebesség, szöggyorsulás esetében is figyelembe kell venni.

Szabályozó algoritmus

Az előzőekben számításba vettük, hogy milyen érzékszervek játszanak szerepet az

egyensúlyozásban. Azt azonban, hogy a begyűjtött információkat hogyan dolgozza fel agyunk, igen nehéz megmondani. Széles körben elfogadott feltételezés, hogy a műszaki gyakorlatból jól ismert arányos szabályozó elvéhez hasonlóan működhet agyunk is. Elsőként tekintünk át a legegyszerűbb, ún. PD szabályozó működését, amelynek elnevezése arra utal, hogy a hibajellel arányos (proportional), illetve a hibajel változási sebességével, azaz deriváltjával (derivative) arányos beavatkozójel jön létre.

Tételezzük fel, hogy egy testet, amelynek tömege van – ami lehet például egy robot karja is –, az  $x = 0$  pozícióban kívánunk tartani, amelyhez egy szervomotor biztosítja a szabályozóerőt. Ahogy az a 6a. ábrán is látszik, a szabályozóerő nagyságát egy számítógép számítja ki, amely számára visszacsatoljuk a test helyzetét megadó  $x$  koordinátát és  $v$  sebesség jelét. Az arányos szabályozó elnevezés abból fakad, hogy a  $Q$  szabályozóerő egy pozícióhibával (ami jelen esetben maga az  $x$  érték) és egy sebességgel arányos tagból áll:

$$Q(t) = -K_P x(t) - K_D v(t).$$

A szabályozó által kiszámított erővel a 6b. ábra alapján felírhatjuk Newton második törvényét (a testre csakis  $Q$  erő hat), ami megfelel a 6c. ábrán látható ideális rugóval és lengéscsillapítóval ellátott lengőrendszer mozgásegyenletének:

$$m a = -K_D v - K_P x.$$

Tehát a  $K_P$  szabályozó paraméter felel meg a rugóállandónak,  $K_D$  pedig a sebességgel arányos közegellenállási erő együtthatójának.

Mindkét rendszer időbeli mozgását a 6d. ábra szemlélteti: pozitív  $K_D$  és  $K_P$  szabályozóparaméterek esetén egy PD szabályozóval ellátott rendszer ideális esetben éppen úgy viselkedik, mint egy csillapított mechanikai rendszer, az  $x = 0$  egyensúlyi

helyzet stabil, a rezgési amplitúdó exponenciálisan csökken.

Az emberi egyensúlyozás leírására használt PDA szabályozó abban különbözik az előzőekben bemutatott PD szabályozótól, hogy a gyorsulást mint mért jelet is visszacsatoljuk. A gyorsulás visszacsatolására utal a PDA rövidítésben a utolsó betű (acceleration). A továbbiakban a PDA szabályozást alkalmazzuk, de már az inverz ingára, s ezért áttérünk az  $x$  helykoordinátáról a  $\varphi$  szögére. A  $Q$  szabályozó erő helyébe ekkor az  $M$  szabályozó forgatónyomaték lép, amelyet három különböző járulék összegeként írunk fel:

$$M(t) = Q_P + Q_D + Q_A,$$

ahol az egyes tagok a következőképpen állnak elő a szenzorok érzéketlenségi zónájának figyelembevételével [3]:

$$Q_P(t) = \begin{cases} 0 & \text{ha } |\varphi(t-\tau)| < \varphi_0 \\ -K_P(\varphi(t-\tau) - \pi) & \text{ha } |\varphi(t-\tau)| \geq \varphi_0 \end{cases}$$

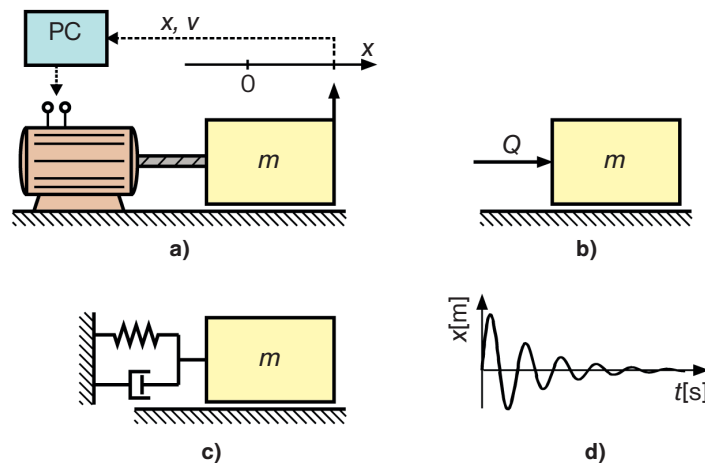
$$Q_D(t) = \begin{cases} 0 & \text{ha } |\omega(t-\tau)| < \omega_0 \\ -K_D \omega(t-\tau) & \text{ha } |\omega(t-\tau)| \geq \omega_0 \end{cases}$$

$$Q_A(t) = \begin{cases} 0 & \text{ha } |\varepsilon(t-\tau)| < \varepsilon_0 \\ -K_A \varepsilon(t-\tau) & \text{ha } |\varepsilon(t-\tau)| \geq \varepsilon_0 \end{cases} \quad 3$$

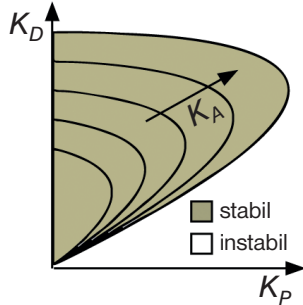
Az időkésést úgy vesszük figyelembe, hogy a mért jeleket  $\tau$  késleltetéssel írjuk be a szabályozóerőbe. Figyelembe vesszük továbbá az érzékszerveknél megfigyelhető érzéketlenségi sávot is. Ha például a függőlegeshez képest mért szöghiba kisebb, mint a  $\varphi_0$  küszöbérték, akkor a szöghiba alapján nem képződik beavatkozóerő. Ehhez hasonlóan a szögsebességre és a szöggyorsulásra is bevezethetünk egy  $\omega_0$  és egy  $\varepsilon_0$  érzékelési küszöbértéket.

Az időkésés jelenléte miatt az egyensúlyi helyzet már nem lesz stabil bármilyen pozitív  $K_P$ ,  $K_D$  és  $K_A$  szabályozási paramétereknél. Túlzottan nagy értékek esetén az

6. ábra. a) Számítógépes szabályozás elve; b) Szabadtest ábra; c) Csillapított lengőrendszer; d) Csillapított lengőrendszer időbeli mozgása



egyensúlyi helyzet körül növekvő amplitúdójú rezgés jön létre, vagyis az egyensúlyi helyzet instabillá válhat. A megfelelő választást a **7. ábrán** látható stabilitási térkép segíti [3].



7. ábra. A PDA szabályozó stabilitási térképe az időkésettetés figyelembevételével

**Kísérlet**

Az emberi egyensúlyozás közben megfigyelhető imbolygást egy kísérleti eszköz segítségével demonstráljuk. A **8a. ábrán** látható inga végén egy ventilátor található. A ventilátorral kifejtett  $F$  erő rögzítési pontra számított  $M$  nyomatékával lehet befolyásolni az inga alsó helyzetétől mért  $\varphi$  szögelfordulását (l. **keretes szöveg**). A  $\varphi$  szöget egy potenciométerrel mérjük, és ebből számoljuk az  $\omega$  szögsebesség jelét is.

A felső holtponti helyzetben ( $\varphi \neq 80^\circ$ ) a ventilátor forgásiránya gyakran változna, és ebben a tartományban a lapátok kialakí-

**A mozgásegyenlet**

A kísérlet során az eddigieken túlmenő fizikai hatásokat (csillapítás, légellenállás, súrlódási nyomaték) is figyelembe kell vennünk, így az inga mozgásegyenlete a következő [8, 9]:

$$\varepsilon + 2D\alpha\omega + k\omega|\omega| + C \operatorname{sgn}(\omega) + \alpha^2 \sin(\varphi) = M_0 + M.$$

Itt  $\alpha$  az inga saját-körfrekvenciája kis lengések esetén,  $D$  az ún. Lehr-féle relatív csillapítási tényező,  $k$  a légellenállást leíró tényező. A Coulomb-féle súrlódást a  $C$  szögsebességtől független súrlódási nyomatékkal írjuk le.  $M_0$  a ventilátor által előállított állandó nyomaték az elfordulási pontra számolva,  $M$  pedig az előző fejezetben bemutatott szabályozó nyomaték, melyet szintén a ventilátor állít elő.

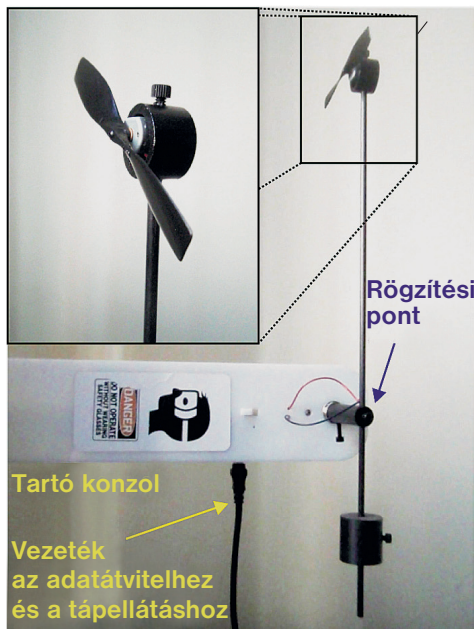
tása miatt nem egyforma nagyságú tolóerő ébredne ellentétes forgásirány esetén. Ezért egy állandó fordulatszámot állítottunk be a ventilátor számára, ami a függőlegeshez képest eltolja az egyensúlyi helyzetet a **8b. ábrának** megfelelően. A folytonos vonal a stabil ( $\varphi_s$ ), a szaggatott vonal pedig az instabil ( $\varphi_i$ ) egyensúlyi helyzeteket jelöli. Átfogalmazott feladatunk tehát, hogy egy állandó ventilátor-fordulatszámhoz tartozó,  $\varphi_i = 180^\circ$  instabil egyensúlyi helyzetben stabilizáljuk az ingát. A szabályozó algoritmusban ez úgy valósul meg, hogy a PDA szabályozó által kiszámított  $M$  nyomatékérték mellett egy állandó  $M_0$  jelet is kiküldünk a ventilátor számára.

Az érzékszervek érzéketlenségi sávjának hatását az első mérésnél a lehető legkisebbre vettük, ami az egy bitnek megfelelő érzékelt jelet jelenti a digitális átalakítón, vagyis kb.  $\varphi_0 = 0,002$  rad,  $\omega_0 = 0,1$  rad/s és  $\varepsilon_0 = 5$  rad/s<sup>2</sup> értékekkel számolhattunk a

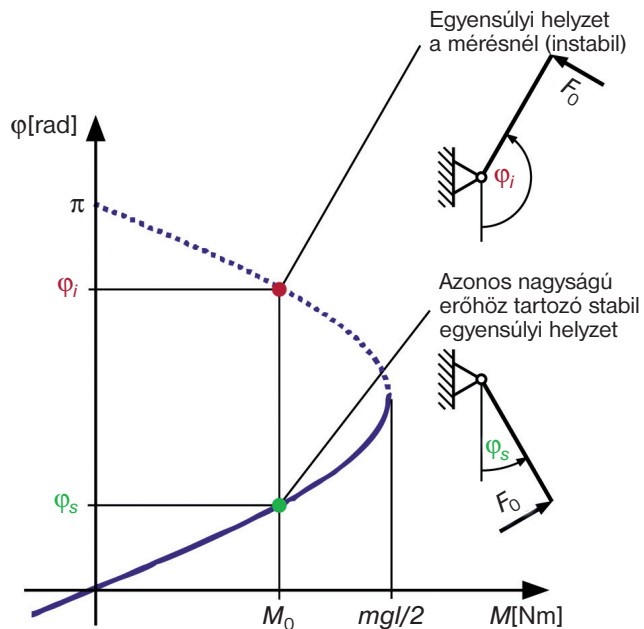
PDA szabályozóban. Ehhez járult még a digitális szabályozó mintavételezéséből adódó mintegy  $\tau = 0,02$  s időkésség. Az ingát a felső holtponti helyzetből indítottuk, ahonnan a szabályozó azonnal a kívánt  $\varphi_i = 2,44$  rad helyzetbe próbálta mozdítani. Az inga szög helyzetét folyamatosan rögzítettük az idő függvényében, ezt a **9. ábra** mutatja. Az ábrán kék vonallal jelölve látható, hogy kis kezdeti lengés után a  $\varphi_i = 2,44$  rad instabil egyensúlyi helyzetben marad az inga a szabályozó segítségével. A szabad szemmel alig megfigyelhető, apró, véletlenszerű kilengések az említett, egy bitnek megfelelő pozíciómérés pontatlanságából adódnak.

Ezután jelentősen megnöveltük a szög helyzetre és szögsebességre vonatkozó érzéketlenségi tartományt  $\varphi_0 = 0,1$  rad és  $\omega_0 = 5$  rad/s értékekre. Ennek megfelelően a fekete vonallal jelölt görbén már jelentős, kaotikusnak tűnő kilengések figyelhe-

8. ábra. a) Szabályozható ventilátoros inga; b) Stabil és instabil egyensúlyi helyzetek állandó fordulatszámú, állandó  $F_0$  erőt kifejtő ventilátor esetén

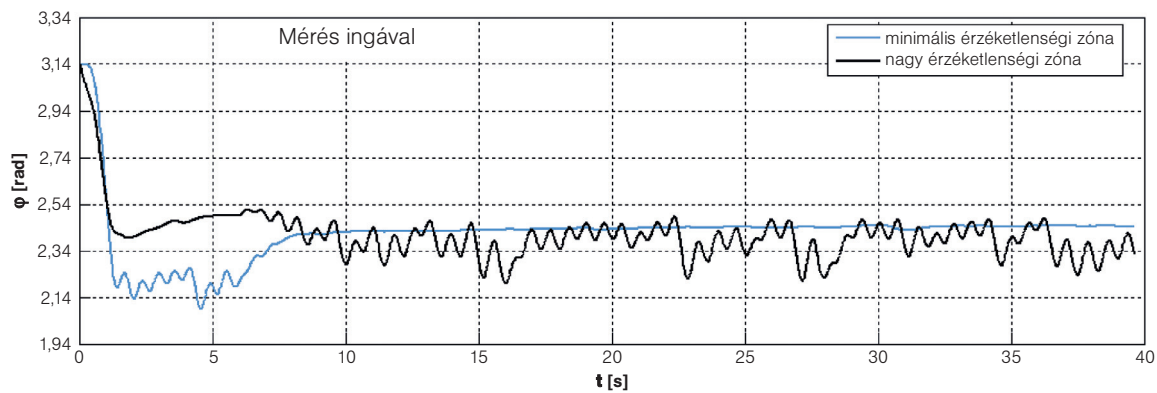


a)

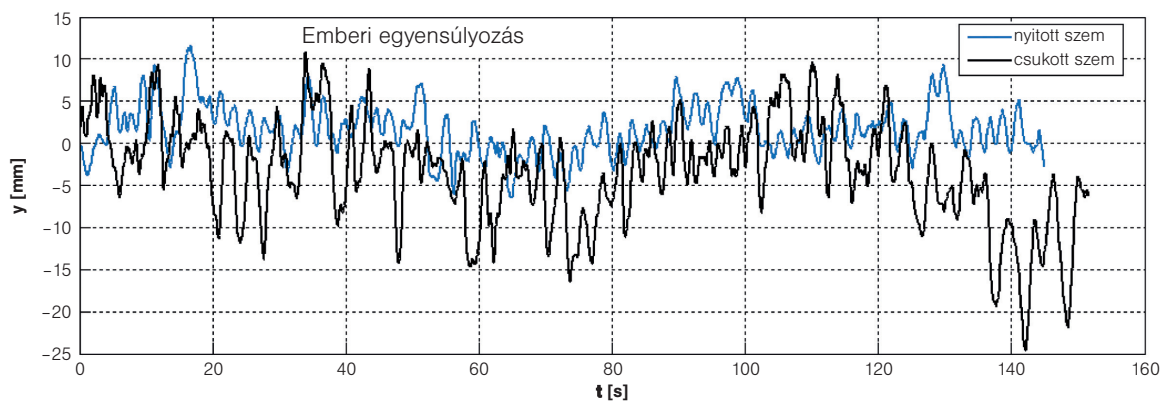


b)

## Mikrokáosz az egyensúlyozásban – elmélet és kísérlet



9. ábra. A szabályozott ingával mért, véletlenszerűen változó szöghelyzet időjele kis és nagy érzéketlenségi tartomány esetén



10. ábra. Az ember mozgásának véletlenszerű időjele nyitott és csukott szemmel. Az  $y$  koordináta a fejre rögzített érzékelő szagittális síkban történő elmozdulását jelenti

tők meg az inga  $\varphi_i$  egyensúlyi szöghelyzete körül. A kaotikus viselkedés bizonyítása matematikai módszerekkel lehetséges [10, 11, 12], az általános tulajdonságok leírása Gruiz Márton cikkében olvasható.

Amikor az eredményeket összevetjük az emberi egyensúlyozással egy helyben állás esetén, hasonló jelenségeket tapasztalunk. Az emberi reflexek késése tízszer nagyobb,  $\tau = 0,2$  s körüli érték, az érzéketlenségi tartomány látást is használva  $\varphi_0 = 0,01 - 0,03$  rad, míg csukott szemmel  $\varphi_0 = 0,02 - 0,06$  rad. Az ennek megfelelő kaotikus jeleket mutatják a 10. ábra mérési eredményei, amit a kísérleti alany fejére szerelt érzékelővel vettünk fel nyitott és csukott szemmel történő állás esetén. Az érzékelő a fej előre, illetve hátrafelé mozgását, tehát az 5. ábrán mutatott szagittális síkban történő elmozdulást volt képes rögzíteni. Az 5. ábráról az is leolvasható, hogy a szagittális síkban történő egyensúlyozáshoz az  $a_x$  és  $a_z$ ,  $y$  és  $z$  tengely irányú gyorsulásjelek, valamint az  $\omega_x$  szögsebességjel járul hozzá. A grafikonokról látszik, hogy a látásra is támaszkodva kb. 15 mm széles sávon belül, míg csukott szemmel jóval szélesebb, kb. 35 mm széles sávon belül ingadozott az érzékelő pozíciója. Az alany 180 cm-es magasságát figyelembe véve ez

$\pm 0,24^\circ$  és  $\pm 0,56^\circ$  szögbeli ingadozást jelent a függőleges helyzet körül. Ennek mértéke nyilvánvalóan egyéntől és fizikai állapottól, fáradtságtól függően változhat, de az imbolygás mindenképpen jelen van.

### Összefoglalás

Az emberi egyensúlyozás egy instabil egyensúlyi helyzet stabilizálása. Az egyensúlyozáshoz felhasznált ingerek véges feldolgozási ideje és érzékszerveink érzéketlenségi sávja miatt véletlenszerű imbolygás alakul ki az egyensúlyi helyzet körül, amely kísérlettel is reprodukálható. Ezeknek a kis amplitúdójú rezgéseknek a kaotikus jellegét matematikailag is bizonyíthatjuk [11, 12], méretük miatt a jelenség a mikrokáosz elnevezést kapta. Azt látjuk tehát, hogy a hétköznapi életben oly gyakori álló testhelyzetünk valójában az állandó kaotikus imbolygás révén válik stabilá.

Kutatásainkat az OTKA (101714 és 105433) támogatja.

### IRODALOM

- [1] <http://en.wikipedia.org/wiki/Bipedalism>  
 [2] Henry M. McHenry (2009): "Human Evolution",

in Michael Ruse & Joseph Travis (szerk.), *Evo-lution: The First Four Billion Years*, pp. 256–280, ISBN 978-0-674-03175-3.

- [3] Tamás Insperger, John Milton, Gábor Stépán (2013): *Acceleration feedback improves balancing against reflex delay*. J. R. Soc. Interface, 10.  
 [4] C. F. Runge, C. L. Shupert, F. B. Horak, F. E. Zajac (1999): *Ankle and hip postural strategies defined by joint torques*. Gait & Posture vol 10, 2, 161–170.  
 [5] D. A. Winter (1995): *Human balance and posture control during standing and walking*. Gait & Posture vol. 3: 193–214.  
 [6] Stépán Gábor (2004): *Mikrokáosz*. Természet Világa, 135, 60–64.  
 [7] Reinhard Pabst, Reinhard Von Putz (szerk.) (2007): *Sobotta – Az ember anatómiájának atlasza I–II*. Medicina Könyvkiadó, ISBN: 9789632261027.  
 [8] Habib Giuseppe, Miklós Ákos, Enikó Enikó, Stépán Gábor, Rega Giuseppe (2013): *Experimental validation of the act-and-wait control concept through the Aeropendulum*. In proc. *ICOVP – International Conference on Vibration Problems*, Portugália, Lisszabon, 2013. szeptember 9–12.  
 [9] Enikó E. T., Campa G. (2012): *Mechatronic Aeropendulum: Demonstration of Linear and Nonlinear Feedback Control Principles With MATLAB/Simulink Real-Time Windows Target*. *IEEE Transactions on Education*, 55(4), 538–545.  
 [10] Francis C. Moon (2004): *Chaotic and fractal dynamics – An Introduction for Applied Scientists and Engineers*. WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, ISBN-13: 978-0-471-54571-2.  
 [11] Haller György, Stépán Gábor (1996): *Micro-Chaos in Digital Control*. J. Nonlinear Sci., 6: 415–448.  
 [12] Csernák Gábor, Stépán Gábor (2009): *Micro-chaotic Behaviour in PD-controlled Systems*. In: *2<sup>nd</sup> IFAC conference on analysis and control of chaotic systems*. London, England, June 2009, pp. 1–5.

KOCSIS ATTILA

# A DNS-lánc mechanikai viselkedése

**A** DNS-molekula az élő szervezetek sejtalkotó elemeinek felépítéséhez szükséges információ tárolásáért, valamint az örökletes tulajdonságok megőrzéséért felelős. A természet elképesztő sokszínűségét mutatja, hogy a Föld minden egyes élő szervezete eltérő örökletes információkat hordoz, különböző a DNS-e. Azonban egy adott egyed minden sejtje ugyanazt a DNS-t tartalmazza.

A DNS alakjának változása a különböző biológiai folyamatok során, illetve a molekula fizikai tulajdonságainak feltérképezése mind komoly tudományos kihívást jelent, és nélkülözhetetlen a molekula életani szerepének alaposabb megértéséhez is. A baktériumokban általában egy (cirkuláris) DNS van, azonban már ez is bonyolult formát ölthet, mint ahogy azt az **1a. ábra** is mutatja.

Fejlettebb élőlényekben azonban, így az emberben is, lineáris DNS van, amely nagyon komplex térbeli struktúrába képes rendeződni. Ennek szemléltetésére kiválasztunk egyet abból a nagyjából 100 000 milliárd sejtéből, amelyek egy felnőtt emberi szervezetet alkotnak. Egy emberi sejt átmérője  $10^{-5}$  m: ez a piciny méret szabad szemmel nem látható, sőt alig elképzelhető, ezért nagyítsuk fel egymilliószorosára

minden tartalmával együtt. Ekkor a sejt egy 10 m átmérőjű gömbnek felel meg. Egy sejtnek rengeteg alkotóeleme van, de mi most csak a benne lévő DNS-t tüntetjük ki figyelmünkkel, amely egy csupán 2 mm átmérőjű, de 2000 km hosszú „fonál” a sejt központi magjába „beleyömöszölve”. Ezt a fonalat kellő türelemmel össze tudnánk gombolyítani egy 2 m átmérőjű labdává. Így viszont, ha a fonálnak a labda legbelső részében lévő kis szakaszára (az általa hordozott információra) lenne szükségünk, az egészet szét kellene bontanunk. A természet ezért ennél lazább, könnyebben kezelhető formába csomagolja ezt a fontos molekulát: kromoszómákat alkot (**1b. ábra**). Ha veszünk egy jobb nagyítót, és alaposabban megnézzük, hogyan is néz ki ez az egymilliószoros nagyításban is mindössze 2 mm átmérőjű DNS-molekula, akkor egy nagyon érdekes szerkezet tárul elénk.

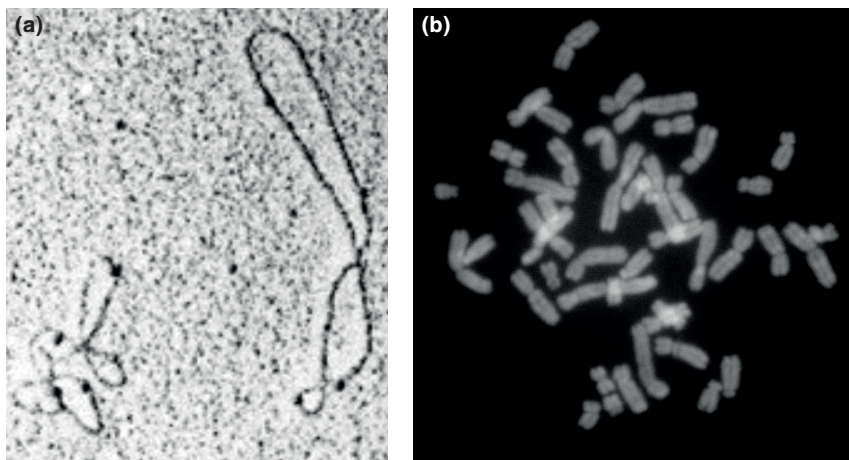
## A DNS felépítése

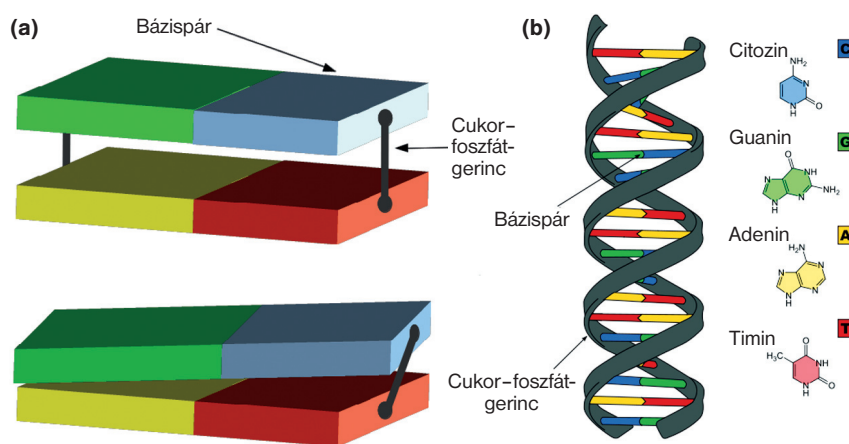
A DNS, mint minden más molekula, parányi atomokból épül fel. Atomonként vizsgálódva azonban elvesznénk a részletekben. Ezért az atomok által alkotott nagyobb, de egyenként elég merev, önálló építőelemek-

ből álló szerkezetnek tekintjük a molekulát. Az egyik ilyen építőelem egy „gerinc”, amelynek kémiai összetevői *cukor és foszfát*. Ehhez a gerinchez kapcsolódnak bizonyos közönségek a *bázisok*, mint merev „tég-lák”. Négyféle tég-lából építhetjük, ezek az *adenin, guanin, citozin és timin*. Az előbbi kettő nagyobb, az utóbbi kettő kisebb méretű elem. Az határozza meg a molekula biológiai és fizikai tulajdonságait, hogy milyen sorrendben követik egymást ezek a bázisok a gerinc mentén. Ez a gerincből és bázisokból álló lánc a molekulának csak az egyik felét adja. Van egy ellentétes irányba futó lánc is, amelyen ugyanaz a négyféle bázis van, mint az előzőn, de nem tetszőleges sorrendben: a két lánc összeépíthető kell, hogy legyen. Kémiaiilag az adenin csak a timinnel, a guanin pedig csak a citozinnal tud párt alkotni, előbbi bázispárt két, az utóbbit három hidrogénkötés kapcsolja össze. Két összeálló, ellentétes irányba futó lánc egy kettős láncot alkot. Ezt egyszerűen úgy tudjuk elképzelni, mint egy létrát, amelynek a szarvai a cukor-foszfátgerincek, a széles lépcsőfokok pedig a páronként egy nagy blokkba összekapcsolódott bázisok. Két ilyen fokot mutat a **2a. ábra** felső része. A DNS viszont nem ölt ilyen létraformát, a sejtet ugyanis víz tölti ki, a bázisok belső részei viszont vízutasztók: nem szívesen érintkeznek vízmolekulával. Egy létraszerű alakban azonban a szomszédos bázispárok között van körülbelül három atomnyi hely, ahová be tud férkőzni a vízmolekula. Ezt a rést úgy lehet a legoptimálisabban megszüntetni, ha elcsavarodnak a bázispárok egymáshoz képest a molekula tengelye mentén [1], ahogy azt a **2a. ábra** sematikusán mutatja. Így jön létre a DNS jól ismert kettős spirál szerkezete [2], amit a **2b. ábrán** láthatunk.

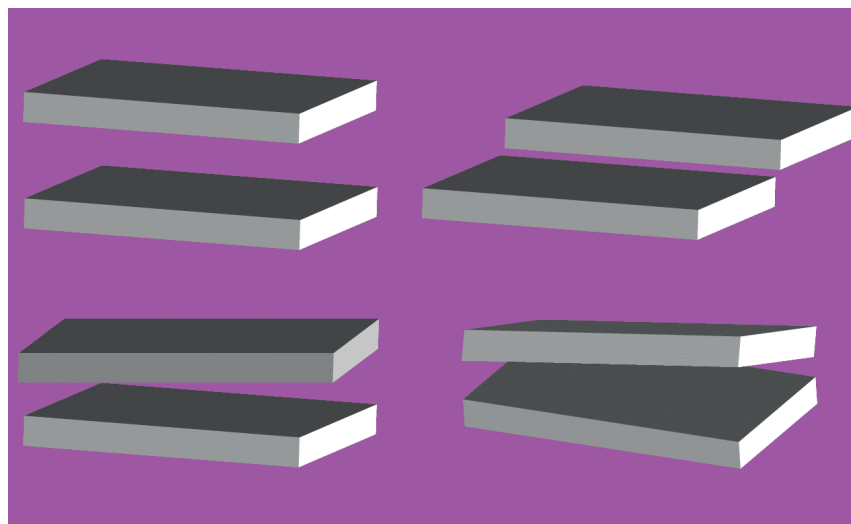
További mondanivalónk szempontjából elég ilyen részletességgel ismerni a DNS szerkezetét. Ezt az egymáshoz képest elcsavarodó, merev blokkokból és azokat összefűző két gerincből álló szerkezetet bázispár-alapú modellnek hívjuk. Két szomszédos blokk egymáshoz képest többféleképpen mozdulhat el. Ennek szemléltetésére fordítsuk a két tenyerünket egymás felé, hogy párhuzamosak legyenek. Nézzük

**1. ábra. (a) Baktériumból származó, különböző formákat öltő DNS-darabok. (b) Kromoszómákba rendeződött emberi DNS (Forrás: Wikimedia Commons)**





2. ábra. (a) A bázispárok és a cukor-foszfát-gerinc egyszerű modellje és az elcsavarodás hatása a bázispárok távolságára. (b) A DNS kettős spirál szerkezete és a bázisok kémiai összetételének sematikus rajza. (Utóbbi ábrarész eredetijének forrása: Wikimedia Commons)



3. ábra. Bázispárok lehetséges elmozdulásai egymáshoz képest: nyúlás és nyírási deformáció (fent), valamint csavarási és hajlítási deformációk (lent)

meg, hogyan tudjuk őket mozgatni! A két tenyerünket el tudjuk távolítani egymástól úgy, mintha megnyújtanánk egy közénk rögzített gumikötelet. Ezen kívül el tudjuk tolni őket egymáshoz képest a saját síkjukban, amit nyírási deformációnak hívunk. Forgatni is tudjuk a két tenyerünket egymáshoz képest úgy, hogy azok közben párhuzamosak maradnak: ez az elcsavarodás. Végül el tudjuk forgatni őket egymáshoz képest egy képzeletbeli, a tenyerekkel párhuzamos tengely körül: ez a hajlítási deformáció.

A bázispárok ezen egymáshoz képesti elmozdulásait vázolja a 3. ábra. Ezek a deformációs módok azonban nem tudnak mindenféle ellenállás nélkül végbemenni: a valóságban az elemek között sokféle kémiai és fizikai kölcsönhatás lép fel, amelyek ellenállást adnak a molekulának a külső hatá-

sokkal szemben ugyanúgy, mint ahogy egy gumikötél a szilárdsága folytán erőt fejt ki, ha nyújtjuk.

### A genetikus információ tárolása és felhasználása

A DNS-molekulának körülbelül 1%-a a szervezet létfenntartásához nélkülözhetetlen fehérjék előállításához szükséges genetikai információt kódolja. A cukor-foszfát-gerincre fűzött bázisok sorrendje határozza meg a fehérje építőelemeit, az aminosavakat. Ez a genetikus információ. A DNS ezen része egy „tervrajz”, a gén, amelyet egy átírásnak nevezett folyamat során különböző molekulák lemásolnak, majd a másolatot (az RNS-molekulát) a sejt „fehérjegyárába” továbbítják, ahol elkészül az adott

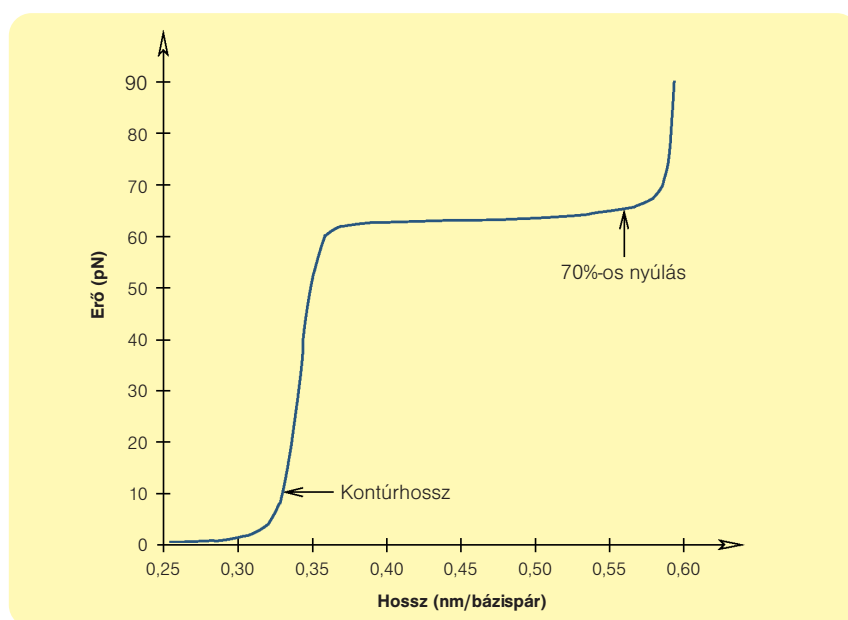
fehérje. Az átíráshoz a DNS megfelelő szakaszát alkotó két, ellentétesen futó lánc közül csak az egyikre van szükség. Ezért az átírás kezdetekor szét kell csavarni a molekulát ott, ahol a fehérje terve kezdődik, és el kell választani egymástól a két láncot valamekkora szakaszon. Ezután az egyik láncon lévő bázisok sorrendjéhez illeszkedő RNS kezd felépülni. A DNS már lemásolt, nyitott szakasza folyamatosan záródik be a hátsó részén, és nyílik szét elől, hogy a genetikus információ újabb része kerülhessen másolásra. A fehérje tervének végéhez érve, a DNS két láncja újból teljesen összekapcsolódik és az elkészült másolat (az RNS) a fehérjegyártás helyszínére továbbítható.

Mint látjuk, a DNS-molekulára az átírás során erők hatnak, ennek következtében megváltozik a molekula alakja, hogy betölthesse ezt a biológiai szerepét. Vannak a sejten belül olyan molekulák, amelyek segítik, de vannak olyanok is, amelyek gátolják az átírást. Mindkét hatás elérhető a DNS alakjának megfelelő megváltoztatásával. Sok más, sejten belül lejátszódó folyamatban is fontos szerepet játszanak a DNS fizikai tulajdonságai, vagyis az erőhatásra történő alakváltozása. Például a molekula javítása, másolása, vagy a sejtosztódás előtti kromoszómába rendeződés közben. Ezért a DNS mechanikai tulajdonságainak ismerete elkerülhetetlen a molekula viselkedésének pontosabb megértéséhez.

### A DNS fizikai jellemzőinek mérése

Fizikai értelemben a molekula olyan, mint egy parányi kis rugó: ha megváltoztatjuk a hosszát, akkor erőt fejt ki. Ha az ember meghúzza egy vékony acélszalagot és méri, hogy a kifejtett erő hatására mekkora megnyúlás keletkezik, akkor a szalag mechanikai viselkedését jellemezni tudja az erő és a megnyúlás hányadosával, a rugóállandóval. Ha egy bicikli fékbodvenjét vezető csőről eltávolítjuk a műanyag borítást, akkor egy spirálisan feltekert acélszalagot látunk. Ha ezt kezdjük el húzni, ez is megnyúlik, de közben ki is tekeredik. A spirális acélszalagnak jóval bonyolultabb a mechanikai viselkedése, mint egy egyenes acélszalagnak.

Hasonló kísérleteket a DNS-molekula egy kisebb darabján is el lehet végezni korszerűen felszerelt laboratóriumokban. Egyszerűbb organizmusok, baktériumok egy sejtjét fényszikével felvágják és a sejtben lévő DNS-ből kimetszenek egy néhány ezer, vagy néhány tízezer bázispár hosszúságú szakaszt. Ezután olyan precíziós műszerekkel, mint atomi erőmikroszkópok, mágneses csipeszek, vagy fénycsipeszek, a molekulát meg lehet húzni, és lehet mérni a megnyúlás és az erő kapcsolatát, vagy a molekula elcsavarodását [3, 4]. Ilyen kísérletek során igen meglepő jelenségekre derült



4. ábra. A DNS-molekula húzókérdésekből kapott tipikus erő-elmozdulás diagram sematikus ábrája ([7] alapján)

fény. Megfigyelték például azt, hogy – a spirális acélszalaggal szemben – a molekula húzásának hatására *túltekeredik*, majd egy bizonyos nagyságú húzóerő felett elkezd kitekeredni [5], illetve azt is, hogy ha egy DNS-darabot a végein megcsavarunk a kettős spirál tekeredésével megegyező irányba, akkor a molekula kezdetben megnyúlik [5], majd elkezd rövidülni, és megfelelően nagy csavarás hatására önmagára tekeredik fel [6].

A DNS húzókérdésekből egy kb. 30 000 bázispárból álló molekulára kifejtett húzóerőt és az ahhoz tartozó megnyúlást mérik és ábrázolják egy diagramon. Egy ilyen diagramot mutat sematikusán a 4. ábra; a megnyúlást a vízszintes, a húzóerőt pedig a függőleges tengelyen tüntették fel. Képzeljünk el, hogy egy asztallapra helyezett, összegabalyodott fonáldarabot a végein megfogunk, és addig húzunk, amíg ki nem egyenesedik és meg nem feszül picit. Ez történik a DNS-molekula húzásának kezdetekor is: a 4. ábrán látható kezdeti, közel vízszintes, illetve az azt követő görbe szakasz a (hőrezgések miatt „összegabalyodott”) molekula „kiegyenesedését” mutatja. A DNS ebben az állapotában még a 2b. ábrán látható kettős spirál szerkezetű, hossza az ún. *kontúrhossz*. A diagramon ezután egy közel egyenes szakasz látható, amely során a molekula úgy viselkedik, mint egy  $\sim 0,0001$  N/m-es rugóállandójú rugó, de a megnyúlás során elkezd túl-, majd kitekeredni. Ezt követi egy ellaposodó rész és egy plató, ami a *fázisátalakulás* jele. Ekkor a molekula hirtelen a kontúrhosszánál mintegy 70%-kal hosszabb, megnyúlt állapotba kerül szinte változatlan húzóerő alatt [7]. Ez a folya-

mat normál fiziológiai körülmények között (szobahőmérséklet, a sejtben jellemző kémhatás és sótartalom)  $\sim 65$  pN-os húzóerő alatt megy végbe, ha a molekula végei szabadon elfordulhatnak. Végül a 4. ábra utolsó része egy meredek egyenes, ami az átalakult szerkezetű molekula, mint másik mechanikai tulajdonságú rugó leírását adja. Egy pN (pikonewton) erő nagyságát nehéz elképzelni. Az sem segít sokat, ha eláruljuk, hogy ez  $10^{-12}$  N erőnek felel meg. Ilyen parányi erőkhöz nem szoktunk hozzá a mindennapokban, így megint élünk annak a lehetőségével, hogy képzeletben egymilliószorosára nagyítjuk az erőt és a molekulát is. Ilyen skálázás mellett 65 pN-os erő mindössze egy csapott teáskanál só súlyának ezredrésze lenne. Ekkora erő alatt figyelhetjük meg a 2 mm átmérőjű „fonáldarab” eme különös viselkedését, a fázisátalakulást. Mindmáig nyitott kérdés azonban, hogy mi áll ennek a folyamatnak a háttérében, és hogyan változik meg a molekula szerkezete a fázisátalakulás során.

Ha még apróbb szeletét vizsgáljuk a DNS-nek, például egy két bázispárból álló kis szegmenst, akkor azt tapasztaljuk, hogy egy ilyen résznek mind a „kiegyenesedett” alakja (amihez a kontúrhossz tartozik), mind pedig a mechanikai tulajdonságai („rugóállandói”) függenek attól, hogy milyen bázispárok alkotják azt. Tehát a DNS geometriai és mechanikai tulajdonságai függenek a molekula bázispár-összetételétől. Például egy olyan részt, amelyet (az egyik láncon nézve) adenin és timin bázisok alkotnak, könnyebb széttekerni, mint egy olyat, amelyiknél két adenin van egymás után. Ezért egy fehérje terve előtt úgy 15–20 bázispár

hosszon többnyire adenin és timin bázisok váltakozva követik egymást, megkönnyítve a DNS széttekercését és az átírás megkezdését. Ezen kívül azt is kimutatták, hogy ha egy két bázispárból álló kis szegmenst meghúzzunk, akkor azon kívül, hogy a bázispárok távolodnak egymástól, csavarási, hajlítási, és nyírási deformáció is fellép. A bázispárok deformációs módjai között erős egymásra hatás van.

A leírt kísérleti eredmények alapján állíthatjuk, hogy a molekula mechanikai viselkedése egy spirálisan feltekert acélszalagnál jóval bonyolultabb. Mindezek tükrében komoly kihívást jelent a DNS-molekula mechanikai modellezése. Ennek néhány lehetőségét mutatjuk be az alábbiakban.

### A molekula mechanikai modellezése

A laborkísérleti eredmények rávilágítanak a molekula mechanikai viselkedésének néhány érdekes aspektusára, egyelőre azonban nem alkalmasak arra, hogy ezeknek a jelenségeknek a fizikai magyarázatát megadják, illetve a molekula erőhatásokra megváltozott alakját leírják. Ez utóbbit megfigyelni sem lehet a DNS parányi mérete miatt. Ahhoz, hogy megértsük, mi történik a húzókérdés alatt a molekula szerkezetével, a mechanikai modellezés eszközével kell élnünk.

A mechanikai modellezés egyik véglete atomi szintű: ekkor a molekulát felépítő atomok közötti kölcsönhatást egyenként modellezzük, úgynevezett molekuláris dinamikai szimulációt végzünk. Ez azonban igen nagy számítási kapacitást igényel, így néhány bázispárnál hosszabb molekuladarabnál már kivitelezhetetlen. Ezenkívül nagyszámú ismeretlen paraméternek kell valami módon értéket adni és a kapott eredményekből nehéz kikövetkeztetni a lényegi viselkedés jellemzőit.

A másik véglet az ún. féreg-szerű láncmodell, ami egy viszonylag hajlékony, de nyúlni, csavarodni és nyíródni nem képes „fonál”. Minden egyszerűsége ellenére ez a modell jól visszaadja a húzókérdések során tapasztalt viselkedését (is) a molekulának, de csak körülbelül 10 pN húzóerőig, azaz a molekula „kiegyenesítéséig”, ennél nagyobb erők már meglehetősen pontatlan és nem képes a fázisátalakulás leírására sem. Vannak ugyan csavarásra és nyújtásra is rugalmasan reagáló féreg-szerű láncok is, de a fázisátalakulást ezek sem képesek leírni.

A két véglet között valahol félúton van a bázispár-alapú modell [8]. Ez a bázispárokat merev lapoknak tekintő, amelyek között rugalmas kapcsolatok vannak, így erőhatásra nyúlás, valamint nyírási, csavarási és hajlítási deformáció is létrejöhet. Eze-

## A DNS-lánc mechanikai viselkedése

ket a deformációkat mutattuk be sematikusán a 3. ábrán. Ennek a modellnek a segítségével lehetőség van különböző bázispár-összetételű molekulák vizsgálatára is, mégsem kell atomok tucatjait figyelembe venni bázispáronként, így könnyebben feldolgozható és értelmezhető eredményeket kapunk. A modell alkalmazhatóságának határt szab, hogy nem képes a bázisok közötti kötések felbomlásának leírására.

### Húzókísérlet szimulálása bázispár-alapú modellel

A laborkísérletekben több ezer, illetve több tízezer bázispár hosszúságú molekulákat vizsgálnak, amelyeknek igen változatos bázispár-összetételük lehet.

Gondoljunk bele, hogy már egy néhány bázispárból álló molekulát hányféleképpen építhetünk fel az adott négyféle bázisból! A cukor-foszfát-gerincen minden egyes helyre négyféle elemet választhatunk. Két egymást követő helyre ezért  $4 \times 4 = 16$ -féleképpen választhatunk bázisokat, öt egymást követő helyre már  $4^5 = 1024$ , tíz egymást követő helyre több mint egymillió, 15 egymást követő helyre több mint egymilliárd, míg 20 egymást követő helyre több mint egy billió lehetséges sorrendben lehet bázisokat elhelyezni. Látjuk, hogy a bázisok lehetséges sorrendjének száma exponenciálisan nő a molekula hosszával. Ezért nincs realitása annak, hogy több ezer bázispár hosszú molekulát modellezzünk az összes lehetséges bázispár-kombináció esetén, hiába függ a molekula mechanikai viselkedése az azt alkotó bázisoktól és azok sorrendjétől is.

Lehetőség van azonban arra, hogy rövidebb molekuladarabok viselkedését vizsgáljuk különböző bázispár-összetételek mellett úgy, hogy az eredmények általánosíthatók legyenek hosszabb molekulákra is. Ennek módszerei megtalálhatók a szakirodalomban [9]. Itt csak egy egyszerű felépítésű molekuláról ejtünk szót, amelynek egyik gerincén csupa guanin, másik gerincén pedig (ennek megfelelően) csupa citozin bázisok vannak. Ennek az úgynevezett poly-(G) DNS-nek a húzás hatására történő alakváltozását az 5. ábra mutatja. Jól látható, hogy a kiegyenesedett molekula (bal szélén) kis húzás hatására túltekeredik, majd valahol a 20% és a 30%-os nyúlás között (balról a 3. és 4. állapot) elkezd kitekeredni. Az ábrán lévő nyilak hossza a húzóerő nagyságával arányos, így könnyen észrevehető, hogy ~30%-os megnyúlás felett az erő nagysága már nem sokat változik, a molekula szinte változatlan erőnagyság alatt nyúlik tovább csakúgy, mint a kísérletekben megfigyelt fázisátalakulás közben. A modellel ezért a nagy nyúlásért elsősorban a bázispárok egymáshoz képesti elcsúszása, a nyírási deformáció felelős. Elképzelhető, hogy

az itt látható folyamatok játszódnak le a molekulában a fázisátalakulása során, azonban az is lehetséges, hogy a cukor-foszfát-gerincek és bázisok által alkotott láncok szeparálódnak bizonyos szakaszokon.

Noha itt csak a legalacsonyabb energiaszintekhez tartozó megnyúlt állapotait mutattuk be a molekulának, adott húzóerő alatt számos további, eltérő alakú és energiaszintű állapotok is létrejöhetnek, amelyeket itt nem mutatunk be részletesebben.

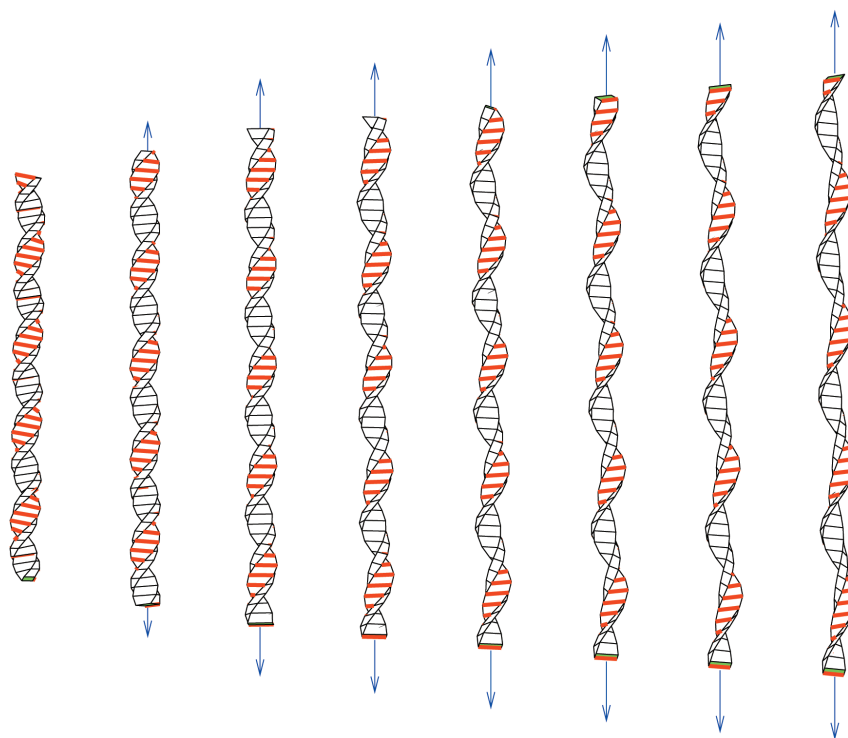
### Térbeli káosz

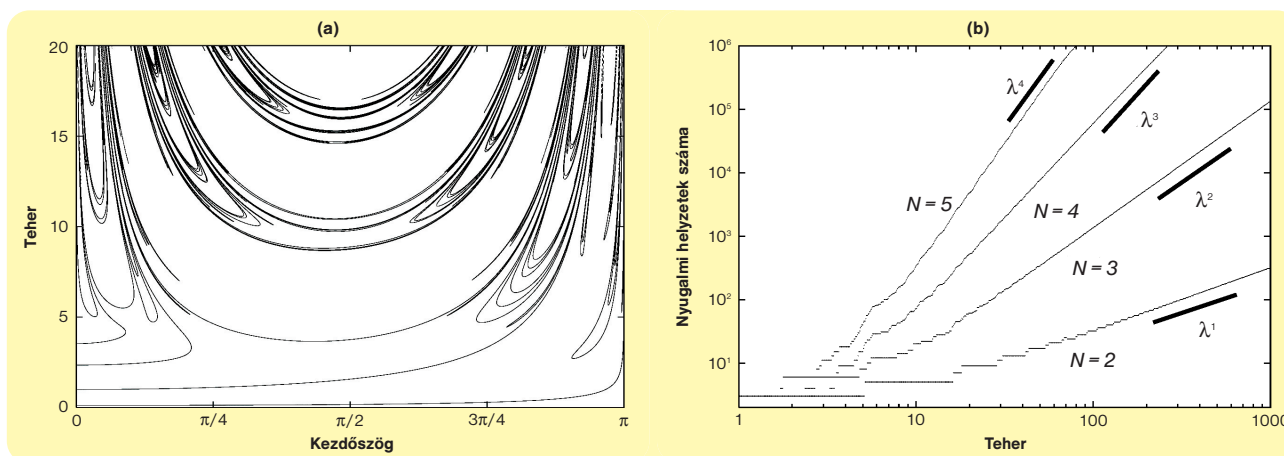
Vizsgálataink során a molekula nyugalmi helyzeteivel foglalkoztunk, azt vizsgáltuk, hogy milyen egyensúlyi helyzeteket képes felvenni a lánc adott húzóerő alatt, ebben pedig az időnek semmilyen szerep nem jutott: statikai feladatról volt szó. Ugyanakkor a molekula egyensúlyi helyzeteinek számítására olyan egyenletek szolgálnak, amelyek hasonló tulajdonságúak, mint egy időbeli mozgásegyenlet. Míg egy időbeli mozgásegyenlet meghatározza, hogy egy adott időpontból hogyan fejlődik tovább a rendszer, addig a DNS nyugalmi alakját leíró egyenletek azt adják meg, hogy egy adott pontból hogyan folytatódik a DNS-lánc alakja. Ahogy az időbeli mozgásegyenlet lehet kaotikus, úgy a DNS-molekula alakját le-

író egyenletek is lehetnek kaotikusak. A különbség csupán annyi, hogy az egyensúlyi egyenletek változója nem az idő, hanem egy térbeli változó: időlépés helyett a bázispárok közötti távolság szerepel bennük. Illetve van még egy fontos különbség, ami a molekula véges hosszúságából adódik: az idővel ellentétben a térbeli változó, a molekula hossza nem végtelen kiterjedésű. Időtől függő rendszerek kaotikus voltának eldöntéséhez viszont legtöbbször olyan aszimptotikus mennyiségeket használunk (mint a *Ljapunov*-exponens), amelyek az időváltozó végtelenbe tartásával számíthatók. Így nem járható az az út, hogy az egyensúlyi helyzetekre kapott egyenletekben a térbeli változóra időbeni változóként tekintünk, és a kaotikus dinamika klasszikus vizsgálatait alkalmazzuk annak eldöntésére, hogy a rendszer reguláris-e, vagy kaotikus. Erről részletesebben egy korábbi Természet Világa cikkben [10] lehet olvasni. Különszámunkban pedig lásd Gruiz Márton cikkét.

Egy statikai feladatnál a vizsgált szerkezet, pl. DNS-lánc, lehetséges nyugalmi állapotainak száma információt hordoz az alakot meghatározó egyenletek kaotikus voltáról. Azt kell vizsgálni, hogy hogyan függ a vonatkozó szerkezet (pl. molekulalánc) egyensúlyi helyzeteinek a száma a szerkezet hosszától, térbeli kiterjedésétől. Ha az

5. ábra. Poly-(G) DNS bázispár-alapú modellel számított megnyúlt állapotai húzás hatására. Bal oldalon a „kiegyenesedett” (kontúrhosszúságú) DNS-darab látható, attól jobbra a 10%, 20%, 30%, 40%, 50%, 60% és 70%-kal hosszabb, megnyúlt állapotok. A nyilak hossza a kifejlesztett húzóerővel arányos: nagyobb nyúlásnál ez már alig növekszik. Jól látható a kezdeti túl-, majd az azt követő kitekeredés is





7. ábra. (a) Rugalmas rúdlánc egyensúlyi helyzeteit rendszerező diagram: minden egyes ponthoz egy nyugalmi helyzetet egyértelműen meghatározó teherérték és kezdőszög tartozik. (b) Rugalmas rúdlánc nyugalmi helyzeteinek száma a  $\lambda$  teher függvényében különböző  $N$  elem számok esetén, log-log diagramon

egyensúlyi helyzetek száma exponenciálisan függ a rendszer térbeli kiterjedésétől, például a DNS-molekula bázispárjainak számától, akkor a feladatot *térben kaotikusnak* hívjuk [11, 12]. Ez a definíció arra is alkalmas, hogy nemcsak rúdszerű szerkezetek, hanem többdimenziós testek (lapok, vagy tömbök) térbeli viselkedését is jellemezni tudjuk. Ahhoz azonban, hogy egy rendszer egyensúlyi helyzeteinek száma ilyen drasztikus mértékben növekedjen, az kell, hogy nagy számban jelenjenek meg a szerkezetnek olyan stabilitásvesztési módjai, mint például az előző fejezetekben tárgyalt fázisátalakulást vezérlő jelenség.

Térben kaotikus viselkedést már egyszerűbb diszkrét mechanikai modellek is mutatnak. Ilyen például a rugalmas rúdlánc [13, 14], amely az itt bemutatott bázispár-alapú DNS-moddal szemben csak (síkbéli) hajlítási deformációra képes, nyúlásra, csavarásra, és nyírási deformációkra nem. Ez a szerkezet páronként rugalmasan összekapcsolt, egymáshoz képest síkban elfordulni képes merev elemekből áll. Egyik végén rögzített, másik végén terhelt, 4 merev elem-ből álló rugalmas rúdláncot mutat a 6. ábr-

ra. Ennek a szerkezetnek az egyensúlyi helyzeteit rendszerező diagram a 7a. ábrán látható. A diagram minden egyes pontjához leolvasható egy teherérték és az első elem dőlésszöge. Ezen értékpárok egyértelműen meghatározzák a szerkezet nyugalmi állapotát. A 7b. ábra a rugalmas rúdlánc egyensúlyi helyzeteinek számát mutatja az alkalmazott  $\lambda$  teher nagyságának függvényében különböző  $N$  elemszámokra log-log diagramon. Látható, hogy az eredményekhez jól illeszkednek azok az egyenesek, amelyek a megoldások számával  $\lambda^{N-1}$  összefüggést mutatnak, azaz a hajlított rugalmas rúdlánc nyugalmi helyzeteinek száma exponenciálisan függ a szerkezetet alkotó elemek  $N$  számától. Ezért ez a statikai feladat térben kaotikus.

### Összefoglalás

Láttuk, hogy a DNS nemcsak biológiai, hanem fizikai szempontból is kitüntetett figyelmet érdemel.

A genetikai információt meghatározó bázispár-felépítés a molekula mechanikai tu-

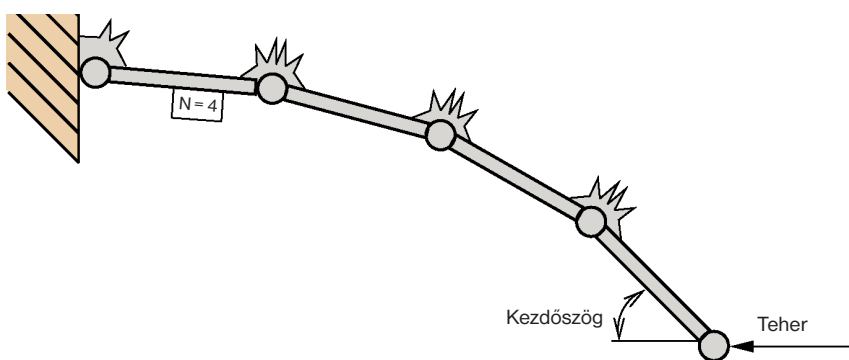
lajdonosságait is befolyásolja, illetve a DNS élettani funkcióinak ellátásában a molekula fizikai jellemzői, valamint térben kaotikus viselkedése is fontos szerepet játszhat. Ezért ennek a rejtélyes molekulának a kutatása során több tudományterület együttműködésére van szükség, és még várhatóan nagyon sok érdekes jelenség vár felfedezésre. ✨

**KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS.** A szerző köszönetét fejezi ki Bence Nidának, Bibó Andrásnak, Bibó Istvánnak, Kovács Flóriánnak és Károlyi Györgynek értékes javaslataikért és megjegyzéseikért. A munka az OTKA PD 100786 támogatásával készült.

### IRODALOM

- [1] CR Calladine et al.: *Understanding DNA*. Academic Press, London, 2004.
- [2] JD Watson, FHC Crick: *A Structure for Deoxyribose Nucleic Acid*. Nature 171 (1953) 737–738.
- [3] Galajda P: *Lézertechnika – Csipesz és szike fényből*. Élet és Tudomány 54 (1999) 1648–1650.
- [4] Kellermayer M: *Egymolekula biofizika*. Magyar Tudomány 9 (2012), 1055–1063.
- [5] J Gore et al.: *DNA overwinds when stretched*. Nature 442 (2006) 836–839.
- [6] S Forth et al.: *Abrupt Buckling Transition Observed during the Plectoneme Formation of Individual DNA Molecules*. PRL 100 (2008) 148301/1–4.
- [7] SB Smith et al.: *Overstretching B-DNA*. Science 271 (1996) 795–799.
- [8] BD Coleman et al.: *Theory of sequence-dependent DNA elasticity*. Journal of Chemical Physics 118 (2003) 7127–7140.
- [9] A Kocsis, D Swigon: *DNA stretching modeled at the base pair level*. International Journal of Non-linear Mechanics 47 (2012) 639–654.
- [10] Károlyi Gy: *Locsolócső és DNS: Létezik-e térbeli káosz?* Természet Világa 134 (2003) 440–443.
- [11] A Kocsis, Gy Károlyi: *Conservative spatial chaos of buckled elastic linkages*. Chaos 16 (2006) 033111/1–7.
- [12] Kocsis A: *Térbeli káosz diszkrét mechanikai rendszerekben*. PhD disszertáció, BME (2009).
- [13] G Domokos, P Holmes: *Euler's problem, Euler's method, and the standard map; or, the discrete charm of buckling*. Journal of Nonlinear Science 3 (1993) 109–151.
- [14] Domokos G: *Térbeli komplexitás és a DNS*. Közgyűlési előadások, MTA (2000) 151–178.

6. ábra. Egyik végén rögzített, másik végén nyomott rugalmas rúdlánc



SÜLI ÁRON

# Föld-típusú bolygók keletkezése

**A** bolygók keletkezésére vonatkozó első, ún. ösköd-hipotézis ötletét E. Swedenborg (1734) írta le, amit később I. Kant (1755) tovább finomított. A hipotézis végső formáját P-S. Laplace (1796) dolgozta ki, amely szerint a lassan forgó gázfelhők – nebulák vagy ködök – saját gravitációjuk hatására lassan összehúzódnak, és a köd perdület vektorára merőleges síkban kilapulnak. Az idő múlásával a formálódó korong gyűrűkre hasad, majd ezekben a gyűrűkben található anyag bolygókká tapad össze.

A XIX. századra ez a modell vált uralkodóvá, amit azonban a XX. század elején elvetettek, mert több kérdésre nem kínált kielégítő választ. Ezek közül legfontosabb a perdület eloszlásának problémája: miért rendelkeznek a bolygók a Naprendszer teljes perdületének 99%-ával?

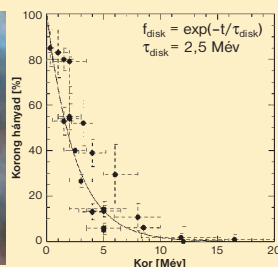
A Laplace-féle modell trónfosztása után számos kísérlet történt a Naprendszer kialakulását helyesen leíró elmélet kidolgozására. A bolygókeletkezés modern szemléletének alapjait Viktor Safronov [1] orosz csillagász dolgozta ki az 1960-as években. Szemlé-

letformáló tudományos könyvében megfogalmazta a bolygókeletkezés számos, mind a mai napig az intenzív kutatások fókuszában lévő kérdéseit. Safronov hipotézise, az ún. napkőd korong modell szerint a csillagok nagy tömegű és sűrű óriás molekula-felhőkből keletkeznek: a gravitáció hatására összehúzódó felhők a sűrűség fluktuációk mentén kisebb felhőkre darabolódnak, amelyek a további összehúzódás során csillagokká tömörülnek össze. A csillagkeletkezés rendkívül összetett folyamatának mellékterméke a csillagot körülölelő, elsősorban gázból álló korong (részletesebben l. **1. blokk**). A korong tulajdonságaitól függően alakulhat ki az adott csillag körül bolygórendszer. Még csak nagyon kevés ismerjük, hogy mik azok a tulajdonságok amelyek eldöntik, hogy lesz-e bolygórendszer vagy sem, de a Naprendszeren kívül felfedezett exobolygók növekvő száma arra utal, hogy a paraméterek széles tartományában keletkeznek bolygórendszerek.

A csillag körüli protoplanetáris korong kezdetben nagyon forró és a fejlődés későbbi szakaszában folyamatosan hűl, lehetővé téve a szilárd anyag kondenzációját. A hőmérséklettől függően apró

## 1. Protoplanetáris korong

A protoplanetáris korongok fiatal csillagok körül figyelhetők meg melyek ~99%-ban gázt (főleg hidrogén és hélium) és 1%-ban szilárd halmazállapotú részecskéket, port tartalmaznak. A korongok megfigyelésére több, egymást kiegészítő technika áll rendelkezésére: (1) fiatal csillag spektrumához képest az infravörös tartományban kibocsátott többletenergia, (2) a csillag spektrumában akkrécióra utaló vonalak (akkréció alatt általában azt értjük, hogy tömeg rakódik az égitestre), (3) közvetlen felvétel a korongról (**1. ábra bal oldala**).



**1. ábra.** Bal oldal: a Hubble-úrteleszkóp által közvetlenül lefényképezett protoplanetáris korongok (4 sárgás és 1 fekete folt) az Orion ködben. Jobb oldal: 22 fiatal, csillagok által alkotott halmazban a koronggal rendelkező csillagok hányada a halmaz életkorának függvényében [2]. A mért adatokra exponenciális függvény illeszthető (folytonos görbe)  $\tau_{\text{disk}} = 2,5$  millió éves (Mév) lecsengési idővel

Az észlelések szerint a korongok mérete néhány 10, és néhány 100 CsE között változik és az elmélettel összhangban szinte

kivétel nélkül kialakulnak a csillagok születésekor (1 csillagászati egység, melynek rövidítése CsE a Nap-Föld távolság átlagos értéke, kb. 150 millió km). A protoplanetáris korongok élettartama a megfigyelések szerint átlagosan 2–4 millió év, a koronggal rendelkező csillagok száma a csillag életkorával exponenciális ütemben csökken (**1. ábra jobb oldala**). A megfigyelt legidősebb korong kb. 25 millió éves.

Az **1. ábra** alapján az is nyilvánvaló, hogy a korongok nem statikus képződmények, hanem az időben lassan fejlődnek. Ennek elméleti magyarázata nem könnyű feladat. Egy geometriailag vékony korongban a középponttól adott  $r$  távolságban a részecskék jó közelítéssel Kepler-féle sebességgel keringenek és a tömegegységre vett perdület a távolsággal arányosan nő. A Kepler-féle  $v_K$  sebességet egy  $M_*$  tömegű csillag körüli körpályán történő mozgás feltétele adja: ekkor a  $v_K^2/r$  centripetális gyorsulást a  $GM_*/r^2$  gravitációs gyorsulás biztosítja, és így

$$v_K = \sqrt{\frac{GM_*}{r}}$$

Ennek alapján az egységnyi tömegrre eső  $v_K r$  perdület arányos  $r$  gyökével, s így nő a távolsággal. A korong anyagának a csillag felé történő szállításához szükséges, hogy a részecske perdületet veszítsen. Az akkréciós korongok elméletének centrális problémája annak a mechanizmusnak a megértése, amely felelős a perdület csökkenésért. A korongok 2–4 millió éves átlagos élettartama a korong külső részeit alkotó részecskék több tízezer periódusának felel meg, ezért a keresett effektus nagyon „finoman” fejt ki hatását.

por- és jégszemcsék jönnek létre a korongban, melyek folyamatosan ütköznek egymással, összetapadnak és így fokozatosan növekednek egészen a néhány km-es méretig. Ebben a mérettartományban már planetézimálokról beszélünk.

A Naprendszerben a víz hóhatárának jelenlegi helyzete kb. 5 CsE-nél húzódik, de ez a távolság a Naprendszer kialakulása során jelentősen változott. Egyes szimulációk szerint a korong hőmérséklete úgy változik, hogy a hóhatár először közeledik a csillaghoz, majd irányt vált és távolodni kezd. A Naprendszer esetén még a Föld jelenlegi pályáján belülre, azaz 1 CsE-nél is jobban megközelíthette fiatal Napunkat. Természetesen, a hóhatár által bejárt tartomány erősen függ a rendszer paramétereitől, így az bolygórendszerként eltérő. A hóhatár időbeli fejlődése a földi víz eredetének megértése és általában a bolygókeletkezés szempontjából is fontos szerepet játszik. Az utóbbi azért fontos, mert a hóhatáron túl a jég kondenzálódásával lehetőség van jóval nagyobb tömegű (2–5-szörös) testek kialakulására.

Ha a korong tömege kezdetben elegendően nagy volt, akkor a legnagyobb planetézimálok növekedési üteme hirtelen megszalad (angolul ezt a fázist runaway growth-nak nevezik) és néhány száz-ezer év alatt tömegük eléri a Hold ( $7,3 \times 10^{25}$  g), esetenként a Mars tömegét ( $6,4 \times 10^{26}$  g). Ezeket az objektumokat már bolygócsíráknak vagy protobolygóknak nevezzük. A bolygókeletkezés további szakaszában ezeknek a protobolygóknak az egymás között bekövetkező hatalmas energiájú ütközései dominálnak. Ha gázanyag még mindig elegendő mennyiségben van jelen a korongban, akkor ismét lényeges szerephez jut: ezúttal a Newton-féle gravitációs hatása az, amellyel számolni kell. Kiderül ugyanis, hogy ez a kölcsönhatás a protobolygók sugár irányú elmozdulását okozhatják, amelyet migrációnak nevezünk. A migráció általában a csillag felé tereli a bolygócsírákat. A bolygórendszer kialakulásának ezen utolsó szakaszának időskálája a több tízmillió évtől a néhány százmillió esetenként milliárd évig terjed.

A végeredmény általában az, hogy néhány kőzetbolygó, melyek tömege néhány földtömeg (a továbbiakban  $M_{\oplus}$  jelöli), a központi csillaguktól pár tized és 3 CsE között kering mérsékelt excentricitással, azaz közel kör alakú pályán, egymástól elegendően szeparáltan. Mivel ezeknek a bolygóknak a pályái nem közelítik

meg egymást, ezért a rendszer hosszú távon, milliárd évekig stabil.

A gázóriások kialakulása a Föld-típusú bolygók születésénél is összetettebb folyamat. A hipotézis szerint ezek kialakulása az ún. hóhatáron túl kezdődik, ahol a bolygócsírák elsősorban különböző jegekből állnak. Ahhoz, hogy gázóriások szülessenek, szükséges, hogy a protobolygó tömege elérje az  $5\text{--}10 M_{\oplus}$  tömeget, mert ez az a kritikus érték, mely már elegendő ahhoz, hogy a korongbeli hidrogént és héliumot befogja. A kezdeti lassú tömegnövekedés, mely a szimulációk szerint néhány millió évig is eltart, hirtelen felgyorsul, amint a formálódó óriás tömege meghaladja a kb.  $30 M_{\oplus}$ -et.

A kialakulóban lévő gázóriás gyorsan „beszipantja” a pályája mentén fellelhető összes gázt és végső tömegének zömét pár tíz ezer év alatt megszerzi! A Jupiter és a Szaturnusz feltehetően ezt a fejlődési utat járta be, míg az Uránusz és a Neptunusz a kutatások szerint túl későn érte el a gáz akkréciójához szükséges tömegküszöböt, és mire megkezdhetné volna a gáz nagytömegű befogását, addigra a korong gázkomponense „elpárolgott”. Láttuk, hogy a protoplanetáris korongok gázkomponensének átlagos élettartam 3 és 10 millió év között változik, tehát ez megszabja a gázóriások kialakulásának felső időkorlátját is.

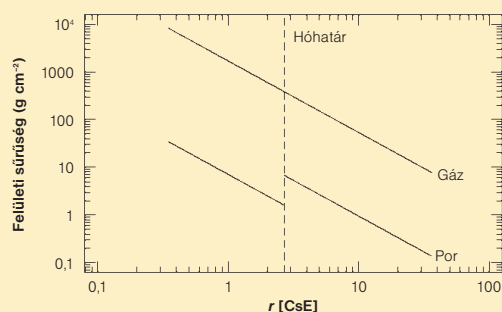
Naprendszerünk jelenlegi tömegeloszlása alapján megpróbálták rekonstruálni azt az ósködöt, amelyből a bolygók születtek. A kapott modell alapján a korong tömegére a Nap tömegének egy százada adódott (részletek a **2. blokkban**).

## Exobolygók

A Naprendszerünkön kívüli, vagyis a Naptól különböző csillagok körül keringő bolygókat nevezzük extraszoláris bolygóknak, vagy röviden exobolygóknak. Az exobolygók létezése az „Egyedül vagyunk az univerzumban?” témakör egyik alapvető kérdése. Az első exobolygó felfedezéséig a csillagászok általában hittek létezésükben, de mibenlétükről és a lehetséges bolygórendszer „felépítéséről” (a bolygópályák nagyságáról, lapultságáról és a fősíkka bezárt szögéről) csak a Naprendszerből kiindulva volt elkép-

## 2. A minimális tömegű Naprendszer korong

A birtokunkban lévő adatok ismeretében nem tudjuk meghatározni annak a korongnak a paramétereit, amelyből a Naprendszer létrejött. A korong felszíni tömegsűrűségét megadó függvény alakjára vonatkozóan csak nagyon durva közelítés adható, aminek alapján a tömegére lehetséges egy alsó, nagyságrendileg helyes becslést adni. Az eredményt a **2. ábra** mutatja, ahol a fel-



**2. ábra.** A minimális tömegű Naprendszer korong modelljében a korong gáz (felső folytonos vonal) és por (alsó szakadós vonal) komponensének felületi sűrűsége az  $r$  radiális távolság függvényében. A tengelyek logaritmikusak

ső folytonos vonal a korong gáz komponensének, az alsó vonal a por felületi sűrűségének sugár irányú (radiális) függését mutatja.

Az eredmény szerint a korongot alkotó anyag egységnyi felületre eső tömege, ún. felületi sűrűsége, (melyet  $\Sigma_{\text{gáz}}$ -al jelölünk) az  $r$  radiális távolsággal csökken. A gáz komponensére [3] alapján az alábbi kifejezés adódik:

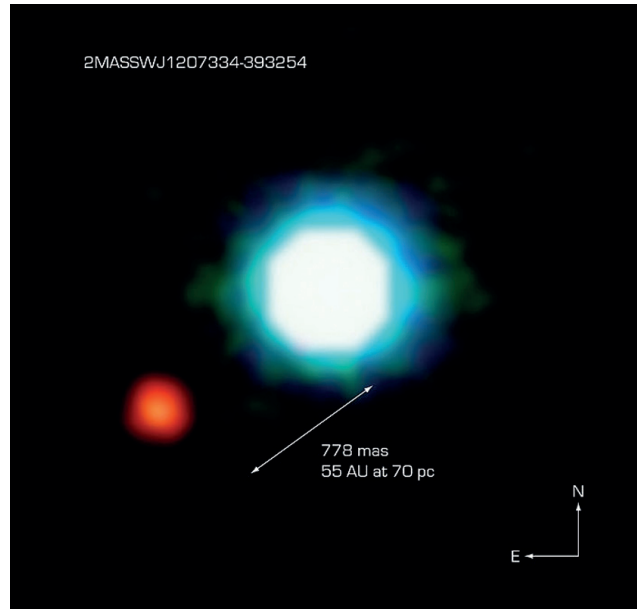
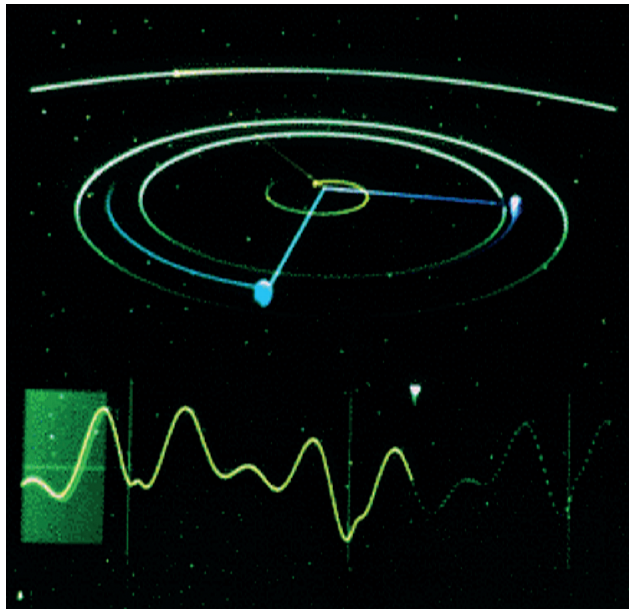
$$\Sigma_{\text{gáz}}(r) = 1700 r^{-3/2} \text{ [g cm}^{-2}\text{]}$$

A felületi sűrűség segítségével kiszámítható, hogy 30 CsE-ig a korong tömege  $0,01 M_{\odot}$ , azaz kb. 10 Jupiter tömeg ( $M_{\oplus}$  a Nap tömegét jelöli), amely nagyságrendileg egyezik a megfigyelt protoplanetáris korongok becsült tömegével. A szilárd, vagy por komponens a teljes tömeg kb. 1%-a, és arra az alábbi kifejezés adható:

$$\Sigma_{\text{por}}(r) = \begin{cases} 7,1 r^{-3/2}, & \text{ha } r \leq 2,7 \text{ CsE} \\ 30 r^{-3/2}, & \text{ha } r > 2,7 \text{ CsE} \end{cases} \text{ [g cm}^{-2}\text{]}$$

ahol feltételeztük, hogy a hóhatár 2,7 CsE-nél húzódik (ez az ugrás látható a **3. ábrán**). A por össztömegére kb. 30 Földtömeg adódik. A modell természetesen elnagyolt és csak mint első, durva közelítés ad némi fogalmat arról a korongról ami Földünk és a többi bolygó bölcsője volt.

Föld-típusú bolygók keletkezése



3. ábra. Bal oldal: fantázia rajz a PSR1257+12 rendszerről és a pulzarról érkező jelekről. Jobb oldal: a 2M1207 barna törpe (kék) és bolygója (2M1207 b, vörös) a VLT 2006 szeptemberi felvételén. Ez volt az első exobolygó, amelyet közvetlenül sikerült fényképen megörökíteni [6]

zelésük. Már a legelső felfedezések nagyon meglepőek voltak, a továbbiak csak fokozták a kutatók csodálkozását!

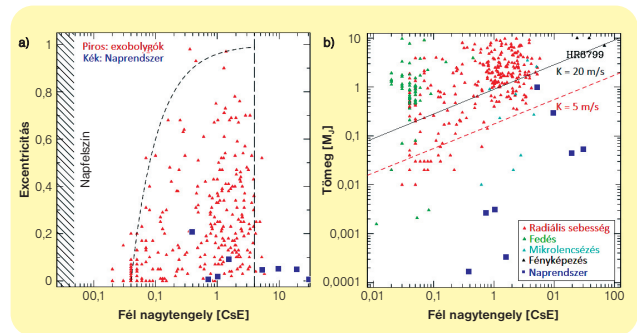
Az első exobolygó felfedezése – melynek létezését minden kétséget kizáróan sikerült bizonyítani – Aleksander Wolszczan lengyel csillagász nevéhez fűződik, aki 1992-ben az arecibói rádió-távcső adatainak elemzésével felfedezte a PSR 1257+12 pulzár körüli bolygót (3. ábra bal oldala) [4]. A pulzár egy szupernóva-robbanás végterméke, mely rendkívül gyorsan forog tengelye körül és erős a mágneses tere. A környezetéből befogott anyag a mágneses pólusoknál zuhan a csillag felé, miközben röntgensugarak formájában nagy mennyiségű energiát sugároz szét. Ha a forgástengely és a mágneses tér tengelye nem esik egybe, akkor a mágneses pólusokról érkező röntgensugarak a tengelyforgás miatt egy távoli megfigyelő számára periodikus pulzálásként észlelhető, hasonlóan ahhoz, ahogy a tengeri világítótorony fénykévéje végig-sodor a horizonton. Wolszczan a periódusidő változásainak analizéséből határozta meg a bolygók pályaadatát.

Az első, Naphoz hasonló csillag körül keringő bolygó felfedezését 1995. október 6-án, a Genfi Egyetem csillagásza, Michel Mayor és Didier Queloz jelentették be [5]. Ez volt az 51 Pegasi főszorozatbeli csillag, amely körül jelenleg 3 exobolygót ismerünk.

Exobolygót közvetlen módon észlelni először 2005-ben sikerült infravörös tartományban az ESO VLT távcsövével [6]. A 3. ábra jobb oldalán látható fényképen a 2M 1207 barna törpe és bolygója látható. Azóta már több csillag körül sikerült bolygót vagy bolygókat közvetlenül lefényképezni.

Az eddig felfedezett exobolygók eloszlása rendkívül meglepő és váratlanul érte a kutatókat. Figyelembe véve a kiválasztási effektusokat, a tapasztalt eloszlások gyökeresen különböznek attól, amit a Naprendszer illetve a bolygókeletkezési elmélet jóslatai alapján várni lehetett. Például számos gázóriás található a csillag-

hoz nagyon közeli, jóval a Merkúr pályáján belüli, jellemzően kör alakú pályákon. Az exobolygók ezen populációját hívják forró Jupitereknek és a 4. ábrán látható két grafikon bal alsó részét foglalják el.



4. ábra. a) az ismert exobolygók eloszlása a fél nagytengely – excentricitás síkon. A forró Jupitereknek nevezett populáció a fél nagytengely [0,01,0,1] CsE tartományában található, jellemzően kis excentricitású pályákon. A kék színű kockák a Naprendszer bolygóit jelöli. A vízszintes tengely logaritmikus. b) eloszlás a fél nagytengely – bolygótömeg síkon, a tömeg egysége a Jupiter tömege. A különböző színek az észlelési technikára utalnak. Mindkét tengely logaritmikus

Meglepő az excentricitások eloszlása is, hiszen 1 és 3 CsE között az átlag 0,27, a maximális érték pedig 0,9 fölé! A pályák körtől való eltérésének mértéke az excentricitás: a 0 excentricitá-

1. táblázat. A Naprendszer bolygóinak jelenlegi excentricitása. A sorrend a Naptól mért növekvő távolságot tükrözi

Merkúr	Vénusz	Föld	Mars	Jupiter	Szturnusz	Uránusz	Neptunusz
0,21	0,01	0,02	0,09	0,05	0,06	0,05	0,01

sú pálya körpálya, növekvő értékek egyre elnyúltabb, laposabb ellipsziseknek felelnek meg, míg az 1-es érték egy egyenes szakasznak. A Naprendszer bolygóinak jelenlegi excentricitását az **1. táblázat** foglalja össze. A táblázatban szereplő értékek kicsik, azaz a bolygók pályái közel kör alakúak, az egyetlen kivétel a Merkúr. Az excentricitás átlaga 0,06, de ha a Merkúrt nem vesszük figyelembe (a legkisebb tömegű bolygó), akkor az átlag csak 0,04, jóval kisebb mint 0,27! Az észlelt rendszerek paramétereinek magyarázata komoly kihívások elé állítják az elméletet.

A 4. ábrán az exobolygók eloszlását láthatjuk a fél nagytengely – excentricitás (4a. ábra) illetve fél nagytengely – tömeg síkon (4b. ábra). Mindkét ábrán kék színnel jelöltük a Naprendszer bolygóit. A 4a. ábrán a rövid szaggatott görbe vonal alatti bolygók pályájának csillagtól mért legkisebb távolsága 0,04 CsE-nél nagyobb. Ha a pálya ennél is jobban megközelíti a csillagot, akkor a számítások szerint az elnyúlt alakú pálya gyorsan körösödik. Látható, hogy csak nagyon kevés objektum helyezkedik el a szaggatott vonal felett. A függőleges hosszú szaggatott vonal annak a kiválasztási effektusnak a körülbelüli helyét mutatja, amely-nél hosszabb periódus idejű (nagyobb fél nagytengelyű) exobolygót csak keveset figyelhetünk meg. Figyelembe véve, hogy a megfigyelések hossza nem haladja meg a 15 évet, ezért ez a határ kb. a 4–5 CsE-nél található, ami kb. 8–11 éves keringési időnek felel meg.

Az észlelési technika fejlődésével kiderült, hogy jóval kisebb, akár néhány Föld tömegű bolygó is lehet a központi csillaghoz ~0,1CsE közelségben. Ezeket hívják szuper-Földeknek, és a forró Jupiterek alatt találhatók a 4b. ábrán. A különböző színű szimbólumok a különböző észlelési technikával felfedezett exobolygókat jelölik. Ezeknek a módszereknek a részletes leírását az érdeklődő megtalálja [7]-ben. A két egymással párhuzamos szaggatott vonal a radiális sebesség mérésen alapuló észlelési technika érzékenységét mutatja 20 és 5 m/s esetére. Lényegében ezek is kiválasztási effektusok helyét adják meg. Az exobolygók statisztikája 20 m/s felett, illetve a 4 CsE fél nagytengelyen belül hűnek tekinthető. Az eddigi adatok elemzése alapján a csillagok minimum 7%-ának van legalább 1 olyan bolygója, ami 5 CsE-nél kisebb fél nagytengellyel rendelkezik. Ezen belül a több bolygóval rendelkező csillagok aránya kb. 30 %.

### Porszemcséktől a planetezimálokig

A több ezer (Föld-típusú) vagy több 10 ezer kilométer átmérőjű (óriás) bolygók kialakulása a mikronos nagyságú porszemcséktől 12–13 nagyságrendet ölel fel! Ezt a hatalmas növekedést célszerű kisebb lépésekben vizsgálni, ahol az egyes fázisokat a különböző erők egymáshoz viszonyított nagysága szabja meg. Ennek alapján három fő szakaszra bontható a bolygók születése. Az első két fázis a planetezimálok és a Föld-típusú bolygók, illetve a gázóriások magjának kialakulása, az utolsó az gázóriások fejlődése:

1. *Planetezimálok keletkezése:* a korong porkomponensét alkotó mikrométeres szemcsék ütközése és egymáshoz tapadása során egyre nagyobb testek jönnek létre. A szemcsék a közegeállási erőn keresztül erősen csatoltak a korong gázkomponenséhez, azaz a por dinamikáját elsősorban a gázé határozza meg. A planetezimálok definíció szerint már elegendően nagyok ( $\geq 1$  km) ahhoz, hogy pályafejlődésüket kölcsönös gravitációs hatásuk szabja meg. Keletkezésük során tehát főszerpet játszik a közegeállási erő és az ütközés azon jellemzője, ami eldönti, hogy milyen arányban maradnak együtt az ütközést követően a szemcsék.
2. *Föld-típusú bolygók és óriásbolygó magok keletkezése:* az elméletnek ez a legjobban tisztázott szakasza, mert a kölcsönhatások közül a Newton-féle tömegvonzás dominál, a planetezimálok mozgása jó közelítéssel független a korong gázkompo-

nensétől. A nehézség abban rejlik, hogy pl. egy Föld nagyságú bolygó előállításához kb. 100 millió ~1–10 km sugarú planetezimál szükséges. Ennek a hatalmas számú testnek a szimulációja jóval meghaladja a jelen számítási kapacitást. A szimulációk jelentős egyszerűsítések mellett zajlanak. Az eredmények szerint ennek a szakasznak a végére kialakulnak a belső közetbolygók és a hóhatáron túl a gázóriások magjai.

3. *Gázóriások keletkezése és mag migráció:* ha a formálódó bolygók tömege megközelíti a 0,1–1 Földtömeget, akkor a koronggal való kölcsönhatás ismét fontossá válik, de ez most gravitációs jellegű. A kölcsönhatás eredményeként csökken az excentricitás és impulzuscsere történik a test és a korong között, úgy hogy általában a test perdülete csökken. Ez a folyamat a fél nagytengely csökkenését okozza, azaz a bolygó migrál. Ha a protobolygó tömege meghalad egy küszöbértéket, mely ~10  $M_{\oplus}$ , akkor képessé válik a korong gázkomponensének befogására. A befogott hidrogén- és héliumgázból álló atmoszférát a bolygó képes hosszú távon megtartani.

A fenti fázisok természetesen átfednek egymással, nincsen éles határvonal közöttük: kialakultak már a planetezimálok vagy akár a protobolygók, miközben még mindig jelentős mennyiségben lehet jelen porszemcse, melyek ütközése és egymáshoz tapadása még javában tart.

### A por üledése

Az első fázisban a közegeállási erő játssza a főszerepet. Ismerve az erő kifejezését, vizsgálhatjuk a pornak a korong fősíkja felé történő mozgását, más szóval üledését és a radiális mozgását is. Kezdjük először az üledés vizsgálatát feltételezve, hogy a korongban az áramlás lamináris! Vezessük be a közegeállási időskálát a gáz és a szilárd részecske közötti csatolás erősségének mérésére:

$$t_{\text{fric}} = \frac{mv}{|F_D|}$$

ahol  $m$  a részecske tömege,  $v$  a gázhoz viszonyított relatív sebessége és  $F_D$  a közegeállási erő, melynek tipikus értéke mikrométeres porszemcsék esetén a korong fősíkjában a csillagtól 1 CsE távolságban  $10^{-13}$  N. A közegeállási időskálára 3 másodperc adódik egy 300 m/s relatív sebességgel mozgó 1  $\mu\text{m}$  sugarú gömb alakú részecskére, melynek sűrűsége 3  $\text{g cm}^{-3}$ , és így tömege kb.  $10^{-12}$  gramm. A porszemcsék mozgása tehát nagyon erősen csatolódik a gázhoz.

Az üledés sebességének és karakterisztikus idejének kiszámításához tekintsük most csak a csillag részecskére ható gravitációs gyorsulásának vertikális komponensét. A korong fősíkjától magasságban kezdetben nyugalomban lévő részecske a rá ható gravitációs erő hatására gyorsulni kezd. A gáz hidrosztatikus egyensúlyban van, nincsen vertikális irányú sebességkomponense. Mivel a közegeállási időskála nagyon rövid, a porszem lényegében azonnal eléri azt a sebességet amelynél a közegeállási és a gravitációs erő kiegyenlíti egymást. A továbbiakban a porszemcse ezzel a sebességgel halad a fősík felé. A számítások 1 CsE távolságban az üledés sebességére  $v_{\text{ü}} = 0,06 \text{ cm s}^{-1}$ -ot adnak és ezzel az üledés karakterisztikus idejére  $t_{\text{ü}} = h/v_{\text{ü}} \sim 1,5 \times 10^5$  évet kapunk, ahol a  $h$  skálamagasság 3 millió km. A skálamagasság szemléletes jelentését a **3. blokkban** adjuk meg. Turbulencia hiányában tehát a por a korong több millió éves élettartamához képest gyorsan üledik.

Egészítsük ki az üledést azzal, hogy a különböző sebességgel haladó szemcsék ütköznek és összetapadnak. A tömegnövekedés fokozza az üledési sebességet, ami csökkenti a porkorong fősík irányú kilapulásához szükséges időt. Képzéljük el, hogy egy nagy részecske halad keresztül nagyszámú, nála sokkal kisebb részecskéket felhőjén a fősík felé. Ezek apró méretükből kifolyólag

### 3. A korong vertikális struktúrája és a gáz keringési sebessége

A csillag körüli korong egyensúlyi állapotának meghatározásához általános esetben nagyon bonyolult egyenleteket kell megoldani. Ezért a protoplanetáris korongok esetén két egyszerűsítő feltételezéssel élünk: 1)  $M_{\text{disk}} \ll M_{\star}$ , azaz a korong tömege sokkal kisebb, mint a csillagé; 2)  $h \ll r$ , azaz a korong függőleges kiterjedése elhanyagolható a radiálishoz képest, más szóval a korong geometriailag vékony. Ez a két feltételezés sokkal kezelhetőbbé teszi a problémát.

A csillag által a gázra kifejtett vonzóerő függőleges komponensével tart egyensúlyt a gáz nyomása. A gáz nyomása és sűrűsége közötti összefüggést felhasználva a korong sűrűségére a

$$\rho = \rho_0 \exp\left(-\frac{z^2}{h^2}\right)$$

összefüggést kapjuk, ahol  $\rho_0$  a korong fősíkbeli sűrűsége,  $h$  a skálamagassága. A skálamagasság az a fősíktól mért függőleges távolság, ahol a sűrűség a fősíkbeli érték  $e$ -ad részére csökken. A gáz keringési sebességét a Newton-egyenletről lehet meghatározni.

Ha speciális esetként centrális erőterbe helyezett, tengelyszimmetrikus és stacionárius áramlást tekintünk, akkor a Newton-egyenlet az alábbi egyszerűbb alakban írható:

$$\frac{v_{\phi, \text{gas}}^2}{r} = \frac{GM_{\star}}{r^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr}$$

ahol  $G$  a gravitációs konstans,  $M_{\star}$  a csillag tömege,  $P$  a gáz nyomása, és  $\rho$  a sűrűsége. A körmozgás feltétele most kiegészült a nyomáskülönbség okozata erő hozzáadásával, mert a kettő együtt biztosítja a centripetális gyorsulást. A gáznyomás a fősík mentén növekvő távolsággal csökken, ezért a nyomásgradiens (a jobb oldali második tag) negatív így a gáz keringési sebessége kisebb mint az ott érvényes  $v_K$  Kepler-féle sebesség. Az eredmény  $v_{\phi, \text{gas}} \cong 0,996 v_K$ , azaz 4 tized százalékkal kisebb mint a lokális Kepler-féle sebesség. Ha csak a gáz sebességére vagyunk kíváncsiak, akkor mondhatjuk, hogy az jó közelítéssel körsebességgel mozog. Azonban ez a kis különbség – mint majd látni fogjuk – nagyon fontos a planetézimálok keletkezése szempontjából.

csak igen lassan ülepednek, a nagy részecskéhez képest gyakorlatilag helyben „lebegnek”. Ha minden ütközés tökéletesen rugalmatlan, akkor a nagy részecske tömegnövekedése felírható.

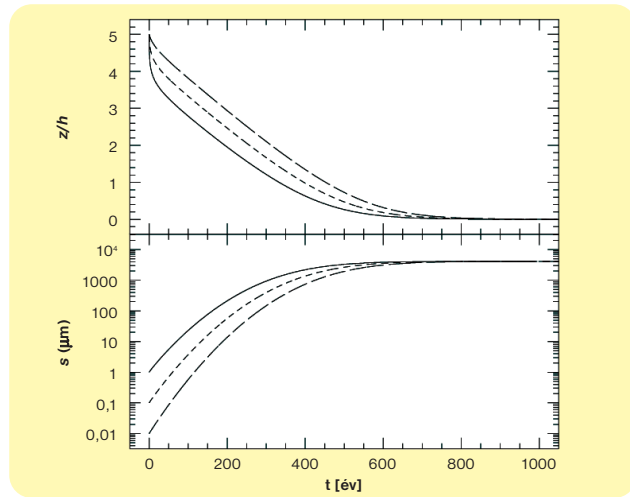
dés mm-es, cm-es méretig nagyon gyorsan történik és a por zöme rövid idő alatt a korong fősíkjában koncentrálnodik.

### A por sugárirányú mozgása

Ebben az állapotban mm-es és cm-es anyagdarabok keringenek beágyazva a gázba. Láttuk, hogy a gáz csillag körüli keringési sebessége a lokális Kepler-sebességnél kisebb, míg a szilárd anyag Kepler-sebességgel halad. Ennek következtében a porszemek folyamatosan „szembeszélben” haladnak, perdületet veszítenek és spiráloznak a csillag felé. A 6. ábra a dimenziótlan,  $\tau_{\text{fric}} = t_{\text{fric}} v_K / r$  közegellenállási időskála függvényében mutatja a porszemcsék sugárirányú sebességét.

A radiális sebesség maximális értékét  $\tau_{\text{fric}} = 1$  mellett veszi fel, az ehhez tartozó méretet a közegellenállási erő alapján lehet kiszámolni. Például 5 CsE távolságban a leggyorsabban befelé spirálozó testek mérete kb. 20 cm. Azt kapjuk eredményül, hogy 1 és 10 CsE között a néhány deciméter és pár méter közötti testek közelednek a csillag felé a legnagyobb sebességgel.

A 7. ábra azt a  $t_{\text{drift}}$  időtartamot ábrázolja a távolság függvényében, amely alatt a maximális radiális sebességgel haladó test eléri a csillagot. A korong fő bolygókeletkezési tartományában –

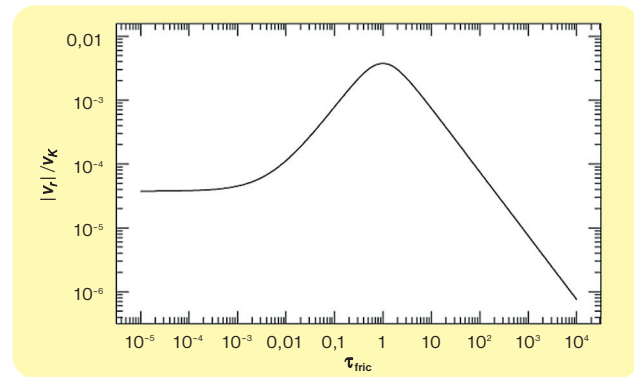


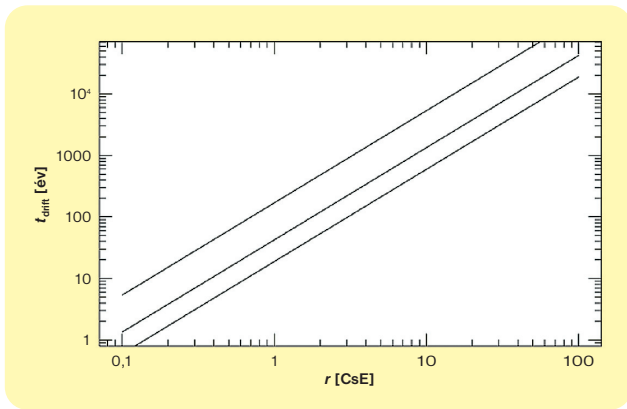
5. ábra. Az ülepedést és összetapadást leíró egyenletek megoldása 3 különböző kezdeti részecskemérettel. A folytonos vonal egy  $s = 0,01 \mu\text{m}$ , a rövid szaggatott egy  $s = 0,1 \mu\text{m}$ , míg a hosszú szaggatott egy  $s = 1 \mu\text{m}$  sugarú részecskére mutatja a megoldást. A felső grafikon a részecske magassága (skálamagasság egységeiben), az alsón sugara látható (logaritmikus skálán) az idő függvényében [8].

A megoldást három esetre mutatja a 5. ábra:  $z_0 = 5 h$  magasságból indítva egy  $s = 0,01 \mu\text{m}$ , egy  $s = 0,1 \mu\text{m}$  és egy  $s = 1 \mu\text{m}$  kezdeti sugarú porszemcse növekedése (alsó grafikon) és korong feletti magassága (felső grafikon) látható. A megoldást a csillagtól 1 CsE távolságban érvényes korong paraméterek mellett határoztuk meg. Az ütközés figyelembe vételével az ülepedés időskálája 2 nagyságrenddel, 1000 évre csökkent! Ez idő alatt a részecské mérete, függetlenül a kezdeti értéktől kb. 1 mm-re növekedett.

Bár a vázolt modell nagyon egyszerű, mégis alapvetően helyes eredményt ad, mert részletesebb számítások [9] kvantitatív is megegyező eredményre vezettek. Megállapítható, hogy a növeke-

6. ábra. A korongban 5 CsE távolságban a radiális sebesség a dimenziótlan közegellenállási időskála függvényében. A függőleges tengely egysége Kepler-sebesség [8]. A tengelyek logaritmikusak





7. ábra. A csillag eléréséhez szükséges minimális idő a távolság függvényében [8]. Mindkét tengely logaritmikus

0,1 és 10 CsE között – ez az időtartam néhány évtől a néhány 1000 évig terjed csak! Ez rendkívül fontos eredmény, ami egyben a jelenlegi bolygókeletkezési elmélet legkritikusabb pontja is. Két következtetést lehet levonni:

1. A planetezimálok keletkezése nagyon gyorsan történik, ugyanis ha a növekedési időtartam hosszabb, mint  $t_{drift}$ , akkor a bolygók alapanyagának zöme a csillag közvetlen közelébe érne, ahol a magas hőmérséklet miatt elpárologna. Alapanyag hiányában pedig a bolygókeletkezés leállna.
2. A porszemcsék sugárirányú áramlása a korong porkomponensének radiális újraelosztását okozza: helyenként feldúsulhat, máshol kiürülhet az anyag.

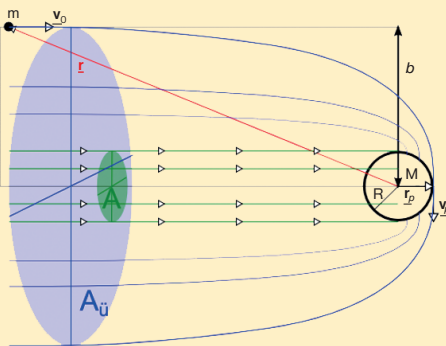
### Összefoglalás

A radiális sebesség nagysága függ a részecske méretétől, így különböző nagyságú testek relatív radiális sebességgel rendelkeznek, lehetővé téve ezek ütközését és összetapadását. Ha most ugyanazt a gondolatmenetet követjük, mint a vertikális ülepedésnél, akkor megbecsülhetjük a növekedés ütemét. Ha szerencsénk van és a növekedés gyorsabb, mint a befelé történő spirálozás, úgy elkerülhetővé válik a nagymértékű anyagvesztés. Ha feltételezzük, hogy az anyag ülepedése már előrehaladott állapotban van, akkor kiszámítható, hogy a növekedés üteme meghaladja a radiális vándorlását.

Önmagában tehát az intenzív centrális anyagáramlás nem akadály a növekedésnek, hiszen a részecske mérete gyorsan áthalad

### 4. Gravitációs fókuszálás, a runaway hatás

A testek növekedését az egymást követő ütközések és az azt kísérő összetapadás okozza. Ütközések akkor következhetnek be, ha a testek pályái metszik, vagy legalább annyira megközelítik egymást, hogy az elhaladó testek érintkezzenek. Ez a kép csak a geometriai keresztmetszeteket veszi figyelembe és nem számol a testek között fellépő vonzóerővel. Ha a kölcsönös gravitációs hatásukat is számba vesszük, kiderül, hogy az ütközések gyakorisága sokkal nagyobb is lehet, mert a nagyobb test úgy hajlítja el a kisebbek pályáit, hogy azok nekiütközzenek. Ezt a hatást hívjuk gravitációs fókuszálásnak és eredményeként a nagy test ütközési keresztmetszete 1 akár 2 nagyságrenddel is meghaladhatja a geometriaiat.



8. ábra. A gravitációs fókuszálás. A „végtelenből”  $v_0$  sebességgel érkező test pályája a nagy tömegű testhez viszonyítva. A zöld színű ellipszis a  $M$  tömegű test geometriai értelemben vett keresztmetszete, a kék színű pedig a gravitációs hatás által felfújt ütközési keresztmetszete (részletes magyarázat a szövegben)

A gravitációs fókuszálás nagyságának meghatározásához tekintünk a 8. ábrán vázolt esetet, amikor egy  $M$  tömegű és  $R$  sugarú test nyugalomban van, és tőle  $r = |\mathbf{r}| \gg R$  távolságban egy  $m < M$  tömegű test közeledik  $v_0$  sebességgel. A kisebb test pályája hiperbolikus alakú és jelölje a nagy testtől mért legkisebb távolságának helyét, a pericentrumát  $r_p$ , ahol sebessége  $v_p$ .

A perdület-megmaradás törvényét felhasználva kiszámíthatjuk a  $v_p$  sebesség nagyságát:

A kezdeti  $mv_0$  impulzus karja az ábrán jelölt  $b$  távolság, az ún. ütközési paraméter. A perdület ezért  $mv_0 b$ . A pericentrumban az  $mv_p$  impulzus karja  $r_p$ , a lendület így  $mv_p r_p$ . A két kifejezés azonosságából:

$$v_p = \frac{v_0 b}{r_p}$$

Az energia-megmaradás törvényét felírva kapunk egy egyenletet az  $r_p$  távolságra:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v_p^2 - G \frac{Mm}{r_p}$$

Egyszerűsítve  $m$ -mel és  $v_p$  kifejezését behelyettesítve,  $r_p$ -re azt kapjuk, hogy:

$$r_{p1,2} = \frac{-GM \pm \sqrt{G^2 M^2 + v_0^4 b^2}}{v_0^2}$$

Mivel a pericentrum távolság, pozitívnak kell lennie, ezért a fenti képletben a gyökös kifejezést a + -al vesszük figyelembe. Ütközés akkor következik be, ha  $r_p \leq R$ , tehát ha

$$r_p = \frac{-GM + \sqrt{G^2 M^2 + v_0^4 b^2}}{v_0^2} \leq R.$$

Ebből  $b$ -t kifejezve az ütközés feltételére:

$$b^2 \leq R^2 + R^2 \left( \frac{2GM}{R} \frac{1}{v_0^2} \right) = R^2 \left( 1 + \left( \frac{v_{sz}}{v_0} \right)^2 \right) = R^2 \Gamma$$

ahol  $v_{sz}^2 = 2GM/R$  a  $M$  tömegű testről a szökési sebesség. Azt kapjuk tehát, hogy a gravitáció által megnövelt ütközési keresztmetszet, amit a 8. ábrán  $A_U$ -vel jelöltünk, a geometriai keresztmetszet  $\Gamma$ -szorososa, ahol  $\Gamma = 1 + \left( \frac{v_{sz}}{v_0} \right)^2$ .

A nagyobb tömegű testeknek tehát valódi méretüknél jóval nagyobb az ütközési keresztmetszetük, és ez annál nagyobb, minél nagyobb a szökési sebesség, azaz a tömegük. A  $v_{sz}/v_0$  jellemző értéke 10–100 között változik, azaz  $\Gamma = 10^2$ – $10^4$ . Ez a fel-fokozott ütközési étvág okozza tömegük gyors növekedését, azaz a megszaladását, a runaway-t.

### 5. Stabil káosz a Naprendszerben

A numerikus számítások eredményei szerint [11] a belső bolygók mozgása kaotikus: a Merkúr, Vénusz, Föld és Mars esetében az előrejelzési idő mindössze 5 millió év! Ez az idő azt adja meg, hogy két, kezdetben közeli pálya mikor távolodik el egymástól jelentősen (l. Gruiz Márton írásának idevágó blokkját). Az 5 millió éves előrejelzési idő azt jelenti, hogy pl. 15 méteres hiba a Föld kezdeti pozíciójában a hiba exponenciális növekedése miatt 150 m-re nő 10 millió év alatt, de 150 millió km lesz 100 millió év múlva! A Földet tehát nem találhatjuk meg a pályája mentén. Az előrejelzés lehetetlen  $\pm 10$  millió éven túl. Mivel ezeket az eredményeket [11] közelítő egyenletek alapján kaptuk, természetes kérdés, hogy mennyire tükrözi a valóságot. Az eredményeket összehasonlítottuk a rendelkezésre álló pontos integrálásokkal (ezek közül az egyik  $\pm 3$ , a másik 100 millió évet ölelt

föl) és megállapították, hogy a közelítő rendszer alapján kapott eredmények helyesek.

A vizsgálatok alapján elmondható, hogy a külső óriásbolygók viselkedése reguláris, azaz a pályáik hosszú távon is közel periodikusan változnak megadott határok között. A belső bolygók esetében azonban több száz millió éves időskálán kaotikus változások lépnek fel. Az excentricitásban és a pályahajlásban jelentkező ingadozások azonban kismértékűek. Pl. a földpálya excentricitásában a kváziperiodikus ingadozásra a kaotikus viselkedés eredményként rakódó változás kisebb mint 0,01, azaz alig érzékelhető. Stabil káosznak azt a jelenséget nevezzük, amikor a mozgást egy megadott időintervallumon túl már nem lehet előre jelezni, de a mozgás ekkor is megadott korlátok között zajlik.

a kritikus tartományon (deciméter – méter), és befelé történő spirálizása lelassul, majd elhanyagolhatóvá válik.

Ami az *igazi* problémát jelenti, az az ütközések sebessége! A relatív radiális sebességek ugyanis olyan nagyok, hogy az ütközést nem növekedés kíséri, hanem sokkal inkább a testek eróziója, darabolódása. Az első látásra jelentéktelen, mindössze 4 ezrelékes sebességkülönbség a por és a gáz között igen nagy nehézségeket okoz és ennek a problémának az áthidalása jelenti a csillagászoknak az egyik legnagyobb fejtörést.

Ha a testek mérete meghaladja a méteres tartományt, akkor a planetézimál-populáció fejlődése a következő két fázison keresztül folytatódik. Az elsőben a populáció egy részének tömege hirtelen „megszalad” (runaway fázis, bővebben l. **4. blokk**). Ezt követi az ún. oligarchikus növekedési fázis, amikor a rendszer dinamikáját a korábbi fázisban „meghízott” protobolygók szabják meg (innen az oligarcha elnevezés). A fázis során az oligarchák összeütköznek a pályájuk mentén található maradék planetézimálok nagy részével, az ütközések eredményeként Hold és Mars nagy-

ságú protobolygók jönnek létre. A planetézimálok száma még mindig több nagyságrenddel meghaladja a protobolygókét. Ennek a két fázisnak az időtartama néhány  $10^5$ , maximálisan 1 millió év és a kialakult oligarchák száma pár 100 és pár 1000 között változik.

A bolygókeletkezés utolsó szakasza az oligarchák ütközése jegyében zajlik. A hatalmas energiájú becsapódások során számuk jellemzően 10 alá csökken. A fejlődésnek ez a része a leghosszabb, az ütközések közötti idő akár több millió év és a rendszer viselkedése teljesen kaotikus: ha csak kicsit is megváltoztatjuk a kezdőfeltételeket, a végeredmény nagyon eltérő lehet. Kaotikus viselkedés a már kialakult bolygórendszerben is lehetséges. Erre az egyetlen jól ismert példát Naprendszerünk adja (**5. blokk**).

A bolygókeletkezés utolsó szakaszát tükrözi a **9. ábra** [10]. A szerzők által vizsgált szimulációban kialakult bolygórendszer és a Naprendszer jellemzői fő vonalaikban megegyeznek. A legfontosabb eltérések: a szimulációban létrejött bolygók excentricitásai jelentősen meghaladják a Naprendszer bolygóinak excentricitását és a Mars pályája környezetében általában a Marsnál jóval nagyobb tömegű bolygó alakul ki.

A szimulációk során kialakult rendszerek statisztikai fő vonalaiban megegyezik a Naprendszerével, ezért azt gondoljuk, hogy az itt vázolt hipotézis helyes és a bolygókeletkezés fő szakaszait – kivéve a km-es planetézimálok kialakulását – kielégítően le tudjuk írni.

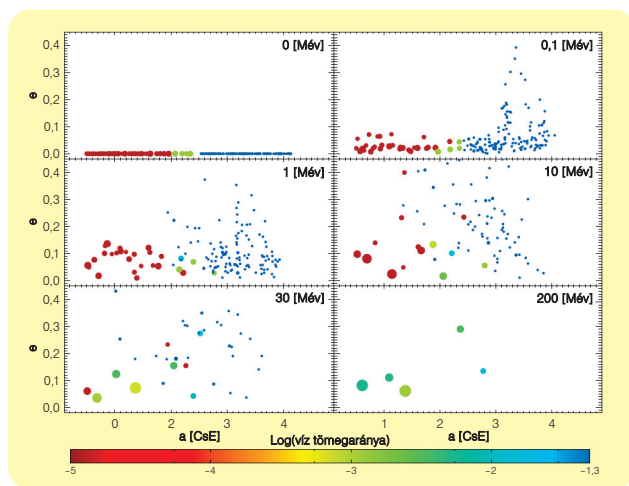
Érdeemes megjegyezni, hogy számos próbálkozás után végül ismét olyan elmélet lett széles körben elfogadott melyben a Laplace által felvázolt kép nagy vonalaiban visszaköszön: a csillagok összehúzódó felhőkből keletkeznek, a felhők kezdeti perdülte miatt szükségszerűen kialakul a csillag körül korong, amelyből létrejönnek a bolygók, az „égi vándorok”, mint amilyen a mi otthonunk, a Föld is. ❄

A szerző köszönetet mond az OTKA-nak a PD75508-as számú pályázatban nyújtott támogatásért.

#### IRODALOM

- [1] Safronov, V. S. (1972). „*Evolution of the Protoplanetary Cloud and Formation of the Earth and the Planets.*” Israel Program for Scientific Translations. ISBN 0-7065-1225-1.
- [2] Mamajek, E. E.; Usuda, Tomonori; Tamura, Motohide; Ishii, Miki (2009). AIP Conference Proceedings 1158: 3–10.
- [3] Hayashi, C. 1981, Progress of Theoretical Physics Supplement, 70, 35.
- [4] Wolszczan, A.; Frail, D. A. (1992). Nature 355 (6356): 145–147.
- [5] Mayor M., Queloz D. (1995). Nature 378 (6555): 355–359.
- [6] G. Chauvin; A.M. Lagrange; C. Dumas; B. Zuckerman; D. Mouillet; I. Song; J.-L. Beuzit; P. Lowrance (2004). Astronomy & Astrophysics 425 (2): L29–L32.
- [7] [http://en.wikipedia.org/wiki/Methods\\_of\\_detecting\\_extrasolar\\_planets](http://en.wikipedia.org/wiki/Methods_of_detecting_extrasolar_planets).
- [8] Armitage P. J., „*Astrophysics of Planet Formation*”, Cambridge University Press, 2010.
- [9] Dullemond, C. P. & Dominik, C. 2005, Astronomy & Astrophysics, 434, 971.
- [10] Raymond, S. N., Quinn, T., & Lunine, J. I. 2006, Icarus, 183, 265.
- [11] Laskar, J., Robutel, P.: 1993, Nature 361, 608.

**9. ábra.** A kőzetbolygók kialakulásának 200 millió éves története [10] szerzők szimulációjában 6 időpontban a fél nagytengely ( $a$ ) – excentricitás ( $e$ ) síkon. A kezdetben kb. 2000 protobolygóból a szimuláció végére 5 Föld-típusú bolygó jött létre, 0,5 és 3 CsE között. A testek mérete tömegükkel, színük pedig vízkészletük tömegével arányos. A szinkód az ábra alján látható: a -5-ös érték nagyon kevés vízzel rendelkező, rendkívül száraz bolygót jelöl (az egész tömegnek csak  $10^{-5}$ -ed része víz), a -2-es érték esetén pedig a tömeg 1%-t adja a víz. A Föld vízkészlete a Föld tömegének kb.  $10^{-4}$  része



KÁROLYI GYÖRGY

## Fraktálok kicsiben és nagyban

# Kaotikus véráramlás és planktonvirágzás

*A folyadékáramlásban sodródó anyagok vagy részecskék, például a kávéban keveredő tejszín vagy a pocsolya felszínén elterülő olajfolt bonyolult, szálas alakzatokat rajzolnak ki. Ennek oka az, hogy a folyadékban sodródó részecskék mozgása kaotikus. A kaotikus mozgás jellemzője, hogy a kezdetben egymáshoz közeli pontokból indított részecskék egymástól igen gyorsan eltávolodnak. Ha sok részecskét, például egy festékcseppet figyelünk, akkor annak pontjai gyorsan távolodnak egymástól, ennek következtében a festékcsepp erősen megnyúlik. A kaotikus viselkedés ilyen nyújtások és hajtogatások sorozata, ez alakítja ki a szálas fraktálalakzatokat. Felmerül a kérdés, hogy ezen szálas elrendeződésnek van-e hatása a folyadékban sodródó részecskékre, ha azok például kémiai vagy biológiailag aktívak. Az írásban két nagyon eltérő méretben lejátszódó jelenséget vizsgálunk meg és hasonlítunk össze: a véráramlásban sodródó vérlemezkék mozgása a kis méretben lezajló elkeveredést, az óceáni áramlásban zajló planktonvirágzás a nagyméretű áramlásban zajló sodródást mutatja be.*

### Kaotikus áramlás

A folyadékáramlásban sodródó részecskék legegyszerűbb modellje szerint a sodródó részecskék ugyanúgy mozognak, mint a folyadék részecskéi. Ez a modell akkor jó közelítés, ha a sodródó részecskék nagyon kicsik, elhanyagolható a tehetetlenségük és elhanyagolható mértékben változtatják meg a folyadék mozgását maguk körül. Ebben az egyszerű esetben a sodródó részecskék sebessége megegyezik a folyadék részecské helyén érvényes áramlási sebességével. Azt gondolhatnánk, hogy ekkor, ha a folyadék mozgása egyszerű (nem turbulens), a sodródó részecskék mozgása is egyszerű lesz. Meglepő módon ez nincs így. Még igen egyszerű, például időben periodikusan változó, lüktető áramlásban sodródó részecskék mozgása is tipikusan kaotikus, a sodródó részecskék szálas mintázatot rajzolnak ki, amelynek geometriáját a fraktálszerkezet jellemzi. Ennek okát a Természet Világa egy korábbi számából [1] ismerhetjük: a sodródó részecske felveszi a folyadék pillanatnyi sebességét, elkezd követni a folyadék áramvonalait, de az áramvonalak időben változnak, ezért a részecske letér róluk (részletesen l. **A Kaotikus sodródás egyenlete című blokkot**).

Ereinkben a vér áramlása nagyjából időben periodikus, ahogy a szívverésünk üteme diktálja. A fenti megfontolások alapján azt várjuk, hogy a vérben sodródó kisméretű részecskék mozgása kaotikus lehet. Ilyen kisméretű részecskék például a vérlemezkék (néhány mikrométer átmérőjűek, és több százezer van belőlük egy köbmilliméterben), ezek mozgása egy nagyobb át-

mérőjű érben, például artériában modellezhető úgy, mint a folyadék egy részecskéjének mozgása. Hasonlóan, egy óceáni áramlásban a plankton sodródása szempontjából elhanyagolható a méretük, tömegük. A plankton mozgása is várhatóan kaotikus. A következőkben egyszerűsített modellek segítségével azt vizsgáljuk meg, hogy mi lehet a szerepe a vérlemezkék és a plankton esetében a kaotikus mozgásnak.

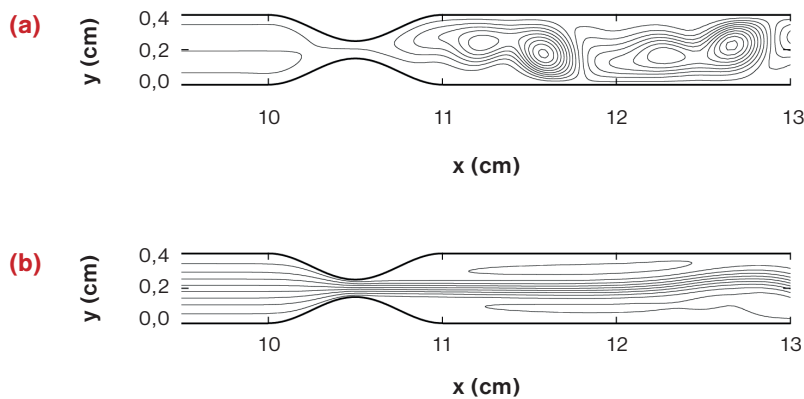
### Véráramlás

Az érrendszeri megbetegedések okozzák ma a világon a legtöbb halálesetet [2]. A keringési betegségek kialakulását általában három okkal szokás magyarázni: a véráramlásnak, a vér komplex összetevőinek vagy az érfalnak az abnormális megváltozásával. Az egyik jellemző érrendszeri megbetegedés az érszűkület, amely rendszerint az

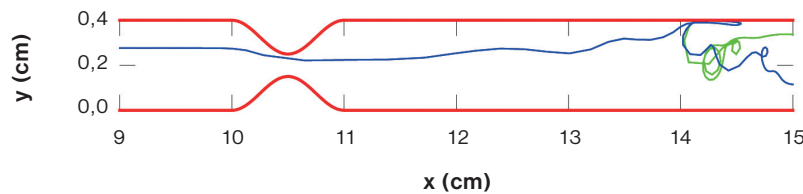
érelmeszesedés következménye. A verőerek falán, a vér komplex összetevőinek összjátéka miatt, zsírtartalmú anyagok rakódnak le, megváltoztatva ezzel az érfal rugalmasságát. Az érfalon keletkező megvastagodás aztán visszahat a véráramlásra is, súlyos esetben akár el is zárva annak útját. Az érszűkület helyén a folyadék áramlása megváltozik, a szűkületbe behatoló vérben megnőnek a sebességkülönbségek és így a nyíró, csúsztató feszültségek is, amelyek a szomszédos folyadékrétegek közti súrlódás következtében lépnek fel. Ezek a feszültségek a vérben sodródó vérlemezkék aktivizálódását eredményezik. A vérlemezkék szerepe elsődlegesen az érfal sérüléseinek eltömítésében van. Ha az áramlásban kialakuló nyírás miatt aktivizálódik, majd olyan területre jut, ahol az áramlás lelassul, mint egy érszűkület mögött, akkor a vérlemezke letapadhat az érfalra. Ennek következtében a vérlemezkék részt vehetnek az érszű-

### A kaotikus sodródás egyenlete

Ha a sodródó részecske valamely  $t$  időpontban az  $r$  helyen tartózkodik, akkor a folyadék sebessége ugyanitt  $v(r,t)$ . Ha feltételezzük, hogy a sodródó részecske  $dr/dt$  sebessége egybeesik a folyadék  $v(r,t)$  sebességével, akkor a sodródó részecske mozgását a  $dr/dt = v(r,t)$  egyenlet írja le. Ahhoz, hogy egy ismert  $v(r,t)$  áramlás esetében megkapjuk a sodródó részecske mozgását, meg kell oldanunk ezt a differenciálegyenletet, azaz elő kell állítanunk a részecske  $r(t)$  helyzetét a  $t$  idő függvényében. Érdemes hangsúlyozni, hogy az egyenlet megoldása nélkül, ha csak a  $v(r,t)$  áramlás időbeli változását figyeljük, nem lehet megmondani, hogy a sodródó részecske milyen mozgást végez, hol fog tartózkodni egy adott  $t$  időpontban, hiszen a sodródás során a részecske el fog térni a folyadék mozgását jellemző áramvonalaktól. A  $dr/dt = v(r,t)$  egyenletnek rendszerint kaotikus részecskepályák a megoldásai még egyszerű áramvonalakkal jellemezhető időben periodikus áramlásokban is [1].



1. ábra. Pillanatfelvételek a vér áramlásának áramvonalairól egy szűkület közelében. Az ábrák a szív (a) elernyedési, illetve (b) összehúzódási fázisában készültek. A vér balról jobbra áramlik



2. ábra. Két vérlemezke szimulált pályája az érszűkületben zajló áramlásban. A két vérlemezke egymáshoz nagyon közel indult, majd gyorsan elsodrótak egymás mellől

kület súlyosbodásában is: a vérlemezék aktivizálódnak az érszűkületbe bejutás közben az áramlásban kialakuló nyírófeszültségek miatt, majd letapadhatnak a szűkület hátsó részénél, ahol az áramlás lelassul.

E két fontos áramlási jellemző, a nyírófeszültség és a lassan mozgó véráramlási tartományok helye leolvasható a  $v(r,t)$  áramlási sebesség ismeretében. Ha azonban azt is figyelembe akarjuk venni, hogy a vérlemezke nem követi a folyadék áramlását, hanem a periodikus, pulzáló véráramlásban kaotikus mozgást végez, akkor felmerül a kérdés, hogy vajon biztosan ott fog-e kiülepedni, ahol az áramlás sebessége kicsi, vagy inkább ahol a sodródás során hosszú időt tölt, és hogy ott tölt-e egy vérlemezke hosszú időt, ahol lassú az áramlás. Az is kérdés, hogy vajon a folyadékáramlásból eredő nyírás okozza-e a vérlemezék aktivizálódását, vagy esetleg a kaotikus mozgásból eredő nyújtás okozhat-e hasonló hatást.

Az 1. ábrán a véráramlás egyszerű modelljét láthatjuk egy érszűkület környezetében [3,4]. Az ábra a kialakult áramlás áramvonalait mutatja két pillanatfelvételen, a szívverés elernyedésének pillanatában (1a. ábra), illetve az összehúzódás pillanatában, amikor a vér áramlása a leggyorsabb (1b. ábra). Az idő múlásával változik az áramlás képe, de időben periodikus lesz, ahogy a szívverés periodikus lökületére készíti az áramló vért. Ha egy vérlemezke mozgását akarjuk követni az áramlásban, akkor meg kell oldani a  $dr/dt = v(r,t)$  egyen-

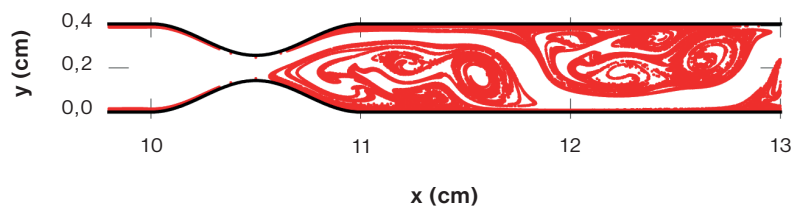
letet. A 2. ábra két vérlemezke sodródásának pályáját mutatja, amelyek kezdetben igen közel voltak egymáshoz. Azt látjuk, hogy a két vérlemezke nem követi az áramvonalakat, hiszen azok időben változnak, és a vérlemezék nem is maradnak egymás mellett, hanem gyorsan eltávolodnak egymástól. Ez a gyors eltávolodás tipikusan a kaotikus viselkedésre jellemző [5].

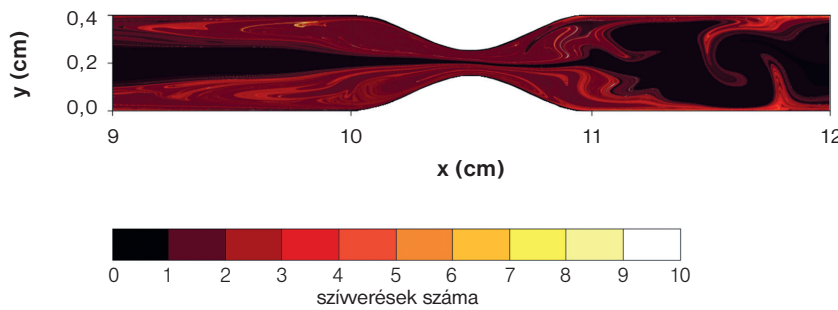
A vérben természetesen nem csak két vérlemezke sodródik. A 3. ábra pillanatfelvételt mutat arról, hogy hol gyülekeznek azok a vérlemezék, amelyek egy időben indultak az érszűkület előtti területről. Bizonyos vérlemezék a véráramlással együtt továbbhaladtak az érben, de elég sok vérlemezke hosszú ideig megmarad a szűkület közelében. Ezek egy része az érfal mellett gyűlik össze, ami nem meglepő, hiszen itt kicsi a

vér sebessége. Azonban az ér belsejében is találunk hosszasan elidőző vérlemezket, ezek rajzolják ki a 3. ábrán látható szálas mintázatot. Ezen a szálas fraktáلالakzaton tehát a hosszú ideig a szűkületben tartózkodó vérlemezék gyülekeznek. Azok a sodródó vérlemezék, amelyek hosszú időt töltenek a szűkület közelében, csapdába esve az 1. ábrán látható, időben változó, lökületű örvények között kaotikus mozgást végeznek, egymástól is távolodnak a szálak mentén. A 3. ábrán mutatott mintázat időben változik: az öt kirajzoló részecskék mozgása kaotikus, maga a mintázat azonban időben periodikus. A részecskék kaotikus mozgására jellemző távolodás „nyújtja” a sodródó vérlemezket is, amelyek ennek következtében aktívá válhatnak. Tehát a szálas alakzaton sok aktív vérlemezke felbukkanása várható, és ezek sok időt töltenek a szűkület közelében, emiatt várható a letapadásuk is. Ez a kép, az áramlás részleteinek függvényében, nagyban különbözhet attól, amit az áramlás sebességterének, az abból számítható nyírófeszültségek és kis sebességű tartományok vizsgálata alapján várnánk, ahogy azt az 1. és 3. ábrák összehasonlítása is példázza. Látható, hogy a szűkületben aktivizálódó vérlemezék a szűkület utáni részben tartózkodnak sokáig, tehát a szűkület az áramlás irányába nézve a szűkület hátsó oldalán fog növekedni. Ezt valóságos véráramlásban, mesterségesen előidézett trombózis esetén is meg tudták figyelni [6]. Tehát nem az történik, amit naivan várhatnánk, hogy az érfal szűkülete a beáramlás felőli oldalon feltorlódozó részecskék hatására növekszik, hanem éppen a kaotikus sodródás miatt csapdába eső részecskék súlyosbítják az érszűkületet kiválva az akadály áramlás szerinti hátsó oldalán.

A 4. ábra részletes képet ad arról, hogy mely területekről indulnak azok a vérlemezék, amelyek sok időt töltenek majd el az érszűkület környékén. A szinkronizált ábrák mutatja, hogy mennyi időbe telik az adott pontból indított vérlemezkének elhagyni a szűkület környezetét. A sötétebb vörös területekről gyorsan kimossa az áramlás a sodródó részecskéket, a világosabb helyek-

3. ábra. Pillanatfelvétel a hosszú időre csapdába eső vérlemezék helyzetéről (pirossal jelölve) az érszűkület környékén (az érfalat a fekete vonalak jelölik). A vérlemezék egy része az érfal mentén halad lassan, de jelentős részük az ér belsejében esik csapdába az örvényes áramlás következtében. Ez utóbbiak viselkedése kaotikus. A pillanatfelvétel a szív elernyedési fázisában készült az 1a. ábrának megfelelő pillanatban





4. ábra. Az egyes pontokból induló vérlemezkék érszűkületen való átjutáshoz szükséges ideje szinkódolással. A sötétebb területekről induló vérlemezkék gyorsan átjutnak az érszűkületen, a világosabb területekről induló vérlemezkék akár tíz szívverésnyi időt is eltöltenek az érszűkület környékén. A világosabb területekről induló részecskék rajzolják ki hosszú idő után a 3. ábrán látható mintázatot

ről indított vérlemezkék azonban igen hosszú, akár tíz szívverésnyi időt (a sárga kezdőpontokból indítva) is a szűkület környékén töltenek. Látható, hogy azok a vérlemezkék, amelyek sokáig bolyonganak majd a szűkületben fellépő örvények környezetében, jellegzetes, szálas mintázatot rajzolnak ki. Ez a mintázat is fraktálszerkezetet mutat. Vegyük észre, hogy annak ellenére képesek a vérlemezkék igen hosszú időt eltölteni a szűkület környékén, hogy a szív összehúzóási fázisában egy erős áramlás látszólag elsodor mindent, ahogy azt az 1(b) ábra mutatja. Az erős szűkület miatt ekkor is megmarad azonban némi visszaráramlás az érfal környékén, ami biztosítja, hogy a vérlemezkék fenn tudják tartani a kaotikus viselkedésüket.

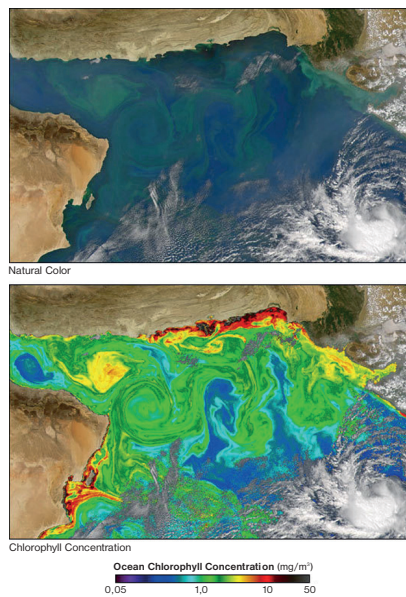
### A plankton sodródása

Habár a plankton egy része képes önállóan úszni, ennek sebessége elhanyagolható a tavi vagy óceáni áramlások jellemző sebességéhez képest. Emiatt a plankton is olyan részecskének tekinthető, amely a folyadék részecskéivel azonos módon sodródik, tehát mozgása jó közelítéssel leírható a  $d\mathbf{r}/dt = \mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$  egyenlet segítségével. Emiatt mozgása a legtöbb esetben kaotikusnak bizonyul.

A szén-dioxid globális körforgásának egyik legfontosabb lépcsőfokát jelenti a plankton egyik fajtájának, a fitoplanktonnak a fotoszintézise. A fitoplankton klorofilltartalma révén, fény felhasználásával képes megkötni a víz szén-dioxidját. Természetesen élete során nemcsak fényre és szén-dioxidra van szüksége, hanem egyéb tápanyagokra is. Ha ezek a tápanyagok megfelelő mennyiségben állnak rendelkezésre, akkor a fitoplankton-koncentráció jelentősen megnövekedhet, ezt nevezik planktonvirágzásnak. Ilyen planktonvirágzást mutat az 5. ábra az Arab-tengernek a Hormuzi-szoros közelébe eső részén. Azt látjuk, hogy mind a valódi, mind a klorofill-

koncentrációt mesterséges színekkel kiemelő kép szálas mintázatot mutat. Ennek a mintázatnak a kialakulása, csakúgy, mint a vér érszűkületben való áthaladása esetében, a sodródó részecskék kaotikus mozgásának köszönhető. A véráramlással kapcsolatban láttuk, hogy az érszűkület zavaró hatása miatt az áramlásban keletkező örvények csapdába tudják ejteni a vérlemezkéket, vagy más, a vérben sodródó részecskéket. Hasonlóan, a Hormuzi-szoroson átáramló tengervíz mozgása során is örvények

5. ábra. Planktonvirágzás az Arab-tengeren 2004. október 6-án. A felső kép a valódi színek mutatja, a planktonkoncentráció a világosabb kékes területen magas. Az alsó kép mesterséges színezéssel, melegebb színekkel mutatja a klorofill-koncentráció magasabb értékeit, kiemelve a magasabb planktonkoncentráció jelenlétét. Forrás: Amerikai Nemzeti Repülési és Űrhajózási Hivatal (NASA), <http://visible-earth.nasa.gov/view.php?id=14080> (letöltés ideje: 2013. június 13.)



keletkeznek, amelyek időről időre befogják a magas plankton-koncentrációjú víztömegeket, miközben az áramlásban sodródó plankton mozgása kaotikus jellegűt ölt. A létrejövő nyújtások és hajtogatások sorozata alakítja ki most is a szálas fraktálmintázatot.

Most is feltehető a kérdés, hogy a sodródás miatt kialakuló szálas mintázatnak van-e szerepe a planktonfajok elszaporodásában. A kérdés jelentőségét a plankton-paradoxon [7] adja. Eszerint egy jól kevert környezetben, ahol mindenhol egyenletesen oszlanak el az egyes planktonfajok és a planktonfajok szaporodása szempontjából fontos tényezők, csak annyi planktonfaj tud egyszerre együtt élni, amennyi tényező szükséges a szaporodásukhoz. A már említett fény és szén-dioxiddal együtt ezeknek az úgynevezett korlátozó tényezőknek a száma tíz körül van. Ez azt jelentené, hogy egy jól elkevert óceánban hosszú távon csak nagyjából tíz planktonfaj élhetne egyszerre. A valós helyzet természetesen távolról sem ez, a planktonfajok száma sok száz lehet egy viszonylag kis területen is, tehát léteznie kell olyan mechanizmusnak, ami biztosítja a több száz planktonfaj együttélését. Ilyen lehetséges mechanizmus maga a folyadékáramlás: ahogy már eddig is láttuk, a folyadékban való sodródás szálas mintázatokat hoz létre, nem tökéletes, nem egyenletes a keveredés. Azt lehet tehát mondani, hogy a planktonfajok együttélését az áramlással sodródó plankton és tápanyagok kaotikus mozgása okozhatja [8].

A kaosz nem a teljes összevisszaságot jelenti. Ha így lenne, akkor éppen azt várnánk, hogy az elkeveredés egyenletes lenne. Ezzel szemben szálas, egyenetlen eloszlást látunk. Ez a kaotikus mozgásra jellemző nyújtások és hajtogatások sorozatának a következménye. Az egymáshoz kezdetben közel levő, a folyadékáramlásban sodródó részecskék gyorsan távolodnak egymástól, ez okozza a nyújtást, az örvények segítségével jön létre a hajtogatás. Emiatt a planktonfajok a keveredés során mindig újabb és újabb területeket „fedeznek fel”, újabb és újabb friss, tápanyagban gazdag terület gyűrdik be a plankton által lefedett fraktálszálok közé. A kaotikus sodródás közben kialakuló szálas fraktálmintázatnak nagyon nagy a felülete, emiatt igen sok plankton kerül a magas koncentrációt tartalmazó szálas szélre, ami elősegíti hozzáférésüket a tápanyagokhoz.

A szálas mintázatok tehát elősegítik a planktonfajok együttélését. Ha valamelyik planktonfaj a kihalás felé közeledne, egyre vékonyabb rétegekben fedi le a fraktálszállakat, emiatt egyre nagyobb lesz a szálas felülete. Minél kevesebb van valamelyik faj egyedeiből, a kaotikus sodródás annál nagyobb előnyt jelent nekik a tápanyaghoz jutás, és így a szaporodás során. A kaotikus sodródás tehát segít a planktonpara-

## Kaotikus véráramlás és planktonvirágzás

doxon feloldásában, képes lehet biztosítani a biodiverzitást az áramló közegekben [8].

### Összefoglalás

A kaotikus sodródás szálas mintázatokat hoz létre. A szálak mentén, a fraktálstruktúra miatt nagyobb felületen tudnak érintkezni a kémiai vagy biológiailag aktív anyagok. Ez képes felgyorsítani az aktív folyamatokat, ezért a kialakuló szálas mintázatot a reakció vagy az aktív folyamat „fraktálcsontvázának” is lehet nevezni [9]. A hagyományos kémiai reakcióegyenletek szerint a reakció során keletkező anyagmennyiség a résztvevő anyagok koncentrációinak szorzatától függ. A szálas fraktálmintázatokon zajló reakció esetében ez a szabály felborul: a keletkező anyag mennyisége arányos lesz a koncentráció negatív hatványával:  $P = c^{-b}$ , ahol  $c$  a koncentráció,  $b > 0$  a szálas mintázat fraktáldimenziójától függő szám. Minél nagyobb a  $c$  koncentráció, annál kisebb a  $P$  termelékenység, és fordítva, minél kisebb a koncentráció, annál nagyobb a keletkező anyagmennyiség. Ez teljesen ellentétes a kémiai reakciókról alkotott szokásos, jól kevert anyagokat feltételező elképzeléssel, ahol nagyobb kon-

centráció a reakció gyorsabb lefutását eredményezi. A szokatlan viselkedés oka az, hogy az áramlásban a kisebb koncentráció finomabb szálas mintázatot alkot nagyobb felülettel a kémiai reagensek közt, és ez képes jelentősen felgyorsítani a reakciót. A szálas mintázat, így végső soron a kaotikus sodródás, katalizálja a kémiai aktivitást. Ezt a viselkedést tapasztalhatjuk az erekben sodródó vérelemek vagy az óceánban sodródó plankton esetében is.

A véráramlás és az óceáni folyamatok mérete jelentősen eltér. A néhány milliméteres erek és a több száz kilométeres óceáni áramlatok mégis sok mindenben hasonlítanak, hasonló szálas mintázatokat hoznak létre a bennük sodródó részecskék kaotikus mozgásuk révén. Kis- és nagyméretű áramlásokban is hasonló mintázatok jelennek meg. Ez a fraktálok egyik ismert tulajdonságával magyarázható, mégpedig a méretfüggetlenségükkel [10]. Ha egy fraktál egy kis részletét kinagyítjuk, az eredetihez hasonló mintázatot kapunk. Emiatt nem is meglepő, hogy hasonló jelenségek tapasztalhatók kis és nagy méretben is. Legyen ez a kávéban keveredő tejszín, az érszűkületben sodródó vérelemek vagy a Hormuzi-szorosban zajló planktonvirágzás: a kaosz és a fraktálok mindegyikben jelentős szerepet játszanak. ❀

A bemutatott saját kutatásokat az OTKA NK 100296 és K 100894 számú pályázata támogatta. A szerző köszönetet mond Tél Tamásnak és Bibó Andrásnak a kéziratához nyújtott hasznos megjegyzéseikért.

### IRODALOM

- [1] Tél T.: *Kaosz egy csésze kávéban: fraktál sodródási mintázatok áramlásokban*. Természet Világa 127 (1996) 386–390.
- [2] Hollósy F.: *Lábaink lappangó veszedelme*. Természet Világa 140 (2009) 457–460.
- [3] Schelin, A. B.; Károlyi Gy.; de Moura, A. P. S.; Booth, N. A.; Grebogi, C.: *Chaotic advection in blood flow*. Physical Review E 80 (2009) 016213.
- [4] Schelin, A. B.; Károlyi Gy.; de Moura, A. P. S.; Booth, N. A.; Grebogi, C.: *Fractal structures in stenoses and aneurysms in blood vessels*. Philosophical Transactions of the Royal Society A 268 (2010) 5605–5617.
- [5] Tél T.; Gruiz M.: *Kaotikus dinamika*. Nemzeti Tankönyvkiadó, 2002.
- [6] Feldman, C. L.; Stone, P. H.: *Intravascular hemodynamic factors responsible for progression of coronary atherosclerosis and development of vulnerable plaque*. Current Opinion in Cardiology 15 (2000) 430–440.
- [7] Scheuring I.: *Kaosz az élőközösségekben: Nemlineáris jelenségek kompetitív rendszerekben és táplálékhalózatokban*. Természet Világa 133 (2002) 342–346.
- [8] Károlyi Gy.; Péntek Á.; Scheuring I.; Tél T.; Toroczkai Z.: *Chaotic flow: the physics of species coexistence*. Proceedings of the National Academy of Sciences 97 (2000) 13661–13665.
- [9] Károlyi Gy.; Péntek Á.; Toroczkai Z.; Tél T.; Grebogi, C.: *Chemical or biological activity in open chaotic flows*. Physical Review E 59 (1999) 5468–5481.
- [10] Tél T.: *Törtdimenziós rendszerek: a fraktálok*. Természet Világa 115 (1984) 106–109.

## E számunk szerzői

DR. BARANYA SÁNDOR adjunktus, BME Vízépítési és Vízgazdálkodási Tanszék, Budapest;  
 BODA SZILÁRD doktorandusz, Babeş-Bolyai Tudományegyetem, Fizika Kar, Kolozsvár, Románia;  
 DR. BOZA GERGELY biológus, ELTE Növényrendszertani, Ökológiai és Elméleti Biológia Tanszék, Budapest;  
 DR. CSÉPE VALÉRIA akadémikus, az MTA főtítárhelyettese, MTA TTK Kognitív Idegtudományi és Pszichológiai Intézet, Budapest;  
 DR. ERCSEY-RAVASZ MÁRIA fizikus, Babeş-Bolyai Tudományegyetem, Fizika Kar, Magyar Fizika Intézet, Kolozsvár, Románia;  
 DR. GRUIZ MÁRTON matematika–fizika szakos középiskolai tanár, ELTE Elméleti Fizikai Tanszék, Budapest;  
 DR. GULYÁS ATTILA tudományos tanácsadó, MTA Kísérleti Orvostudományi Kutatóintézet, Agykéreg Kutató Csoport, Budapest;  
 HASZPRA TÍMEA tudományos segédmunkatárs, doktorandusz, MTA–ELTE, Elméleti Fizikai Tanszéki Kutatócsoport, Budapest;  
 HOMONNAI VIKTÓRIA tudományos segédmunkatárs, doktorandusz, ELTE TTK, Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék, Budapest;  
 DR. HORÁNYI ANDRÁS meteorológus, Országos Meteorológiai Szolgálat, Budapest (jelenleg az Európai Középtávú Előrejelző Központ alkalmazásában);  
 DR. HORVÁTH ÁKOS meteorológus, Országos Meteorológiai Szolgálat Balatoni Viharjelző Observatóriuma, Siófok;  
 DR. JÁNOSI IMRE habil. docens, az MTA doktora, ELTE TTK, Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék, Budapest;  
 DR. JÓZSA JÁNOS az MTA levelező tagja, a BME Vízépítési és Vízgazdálkodási Tanszék és az MTA–BME Vízgazdálkodási Kutatócsoport vezetője, Budapest;  
 DR. KÁPTALAN ERNA fizikatanár, Báthory István Elméleti Líceum, Kolozsvár, Románia;  
 DR. KÁROLYI GYÖRGY egyetemi tanár, az MTA doktora, BME Nukleáris Technikai Intézet, Budapest;  
 DR. KOCSIS ATTILA adjunktus, BME Tartószerkezetek Mechanikája Tanszék, Budapest;  
 DR. KONDOR IMRE egyetemi tanár, a fizikai tudomány doktora, ELTE, Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék, Budapest;

DR. KRÁMER TAMÁS egyetemi docens, BME Vízépítési és Vízgazdálkodási Tanszék, Budapest;  
 MÁRFY JÁNOS tudományos segédmunkatárs, doktorandusz, MTA–ELTE Elméleti Fizikai Tanszéki Kutatócsoport, Budapest;  
 DR. MURAKÖZY BALÁZS közgazdász, Lendület-csoportvezető, MTA Közgazdaság- és Regionális Tudományi Kutatóközpont, Budapest;  
 DR. NÉDA ZOLTÁN egyetemi tanár, az MTA külső tagja, Babeş-Bolyai Tudományegyetem, Fizika Kar, Kolozsvár, Románia;  
 DR. RÁCZ ZOLTÁN akadémikus, MTA–ELTE Elméleti Fizikai Tanszéki Kutatócsoport, Budapest;  
 DR. SCHEURING ISTVÁN a biológiai tudományok doktora, biofizikus, ELTE–MTA Elméleti Biológiai és Evolúciós Ökológiai Kutatócsoport, Budapest;  
 DR. STÉPÁN GÁBOR akadémikus, egyetemi tanár, BME Műszaki Mechanikai Tanszék, Budapest;  
 DR. SÜLI ÁRON csillagász, ELTE Csillagászati Tanszék, Budapest;  
 DR. SZABÓ GYÖRGY tudományos tanácsadó, MTA TTK, Műszaki Fizikai és Anyagtudományi Intézet, Komplex Rendszerek Osztály, Budapest;  
 SZÉPSZÓ GABRIELLA meteorológus, Országos Meteorológiai Szolgálat, Klíma- és Éghajlati Osztály, Budapest;  
 DR. SZOLNOKI ATTILA tudományos tanácsadó, MTA TTK, Műszaki Fizikai és Anyagtudományi Intézet, Komplex Rendszerek Osztály, Budapest;  
 SZÜCS MIHÁLY meteorológus, Országos Meteorológiai Szolgálat, Módszerfejlesztési Osztály, Budapest;  
 DR. TÉL TAMÁS egyetemi tanár, ELTE Elméleti Fizikai Tanszék és MTA–ELTE Elméleti Fizikai Tanszéki Kutatócsoport, Budapest;  
 DR. TOROCZKAI ZOLTÁN fizikus, Notre Dame Egyetem, Fizika Kar, Notre Dame, IN, Egyesült Államok;  
 DR. VINCZE MIKLÓS fizikus, Brandenburgi Műszaki Egyetem, Cottbus, Németország;  
 DR. VUKOV JEROMOS tudományos munkatárs, MTA TTK, Műszaki Fizikai és Anyagtudományi Intézet, Komplex Rendszerek Osztály, Budapest;  
 DR. ZELEI AMBRUS segédmunkatárs, MTA–BME Gépek és Járművek Dinamikája Kutatócsoport, Budapest;  
 ZSUGYEL MÁRTON tudományos segédmunkatárs, doktorandusz, MTA–BME Vízgazdálkodási Kutatócsoport, Budapest.

ZSUGYEL MÁRTON-BARANYA SÁNDOR-JÓZSA JÁNOS

# Örvénydinamika és kaotikus elkeveredés folyami áramlásokban

*Folyók találkozásánál, vagy az áramlás útjába épített művek (pl. hídpillérek, sarkantyúk) környezetében a vízáramlásban bonyolult dinamikai jelenségek figyelhetők meg. Ilyenek például a helyenként periodikusan, helyenként aperiodikusan keletkező örvények vagy a hullámossá váló és hullámszerűen mozgó frontfelületek két érintkező víztömeg között. Ezek a struktúrák jelentősen befolyásolják a vízben úszó szennyezőanyagok, hordalék vagy táplálék térbeli eloszlását. Cikkünkben a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Vízépítési és Vízgazdálkodási Tanszékének három olyan kutatási munkáját ismertetjük, amelyek ezeknek a megfigyelt, ám nehezen leírható jelenségeknek az alaposabb megismerésére irányulnak.*

**K**atasztrófhelyzetekhez kapcsolódóan, például a kolontári vörösiszap-tározó gátjának 2010 októberében bekövetkezett átszakadásakor, különösen fontossá válik a folyóban lezajló elkeveredési folyamatok minél pontosabb ismerete. A

baleset során mintegy 1,5 millió m<sup>3</sup> lúgos anyag került a Torna patakba és annak hullámterébe. A levonuló vörösiszap-hullámban tíz ember veszítette életét, és hatalmas volt az anyagi kár is. A kiömlő vörösiszap 96 km-es szakaszon okozott közvetlen szeny-

**1. ábra.** Légi felvétel a Rába és a Mosoni-Duna összefolyásáról, 2010. október 7-én. A Rába gipszes, szürke árnyalatú vize találkozik és keveredik a Mosoni-Duna ettől erősen eltérő árnyalatú vizével (a piros ellipszisen belül figyelhető meg a halványabb gipsz megjelenése az alsóbb rétegekből való feláramlás következtében) (Hacszai Zoltánné Maya felvétele –2010)



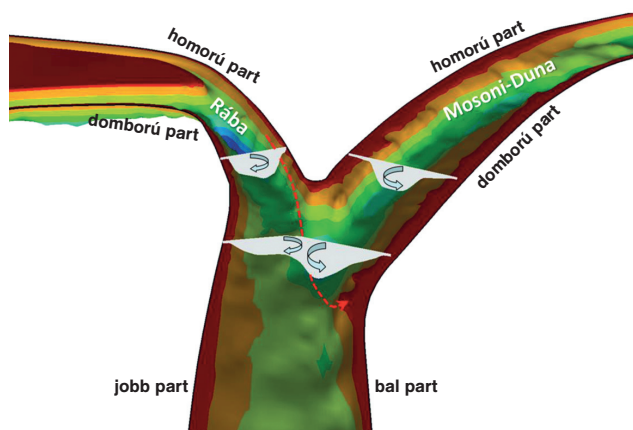
nyezést. Az iszaphullámot a vízfolyásokon ideiglenes kereszt- és terelőgátakkal, fenékküszöbökkel próbálták visszatartani, illetve többnyire gipszporral semlegesíteni, mérséklendő a környezeti katasztrófát. Az érintett szakaszon több összefolyás is található, ahol az egymással találkozó vízfolyások vize bonyolult módon, de összességében hatékonyan keveredik egymással. A folyórendszer e pontjai tehát különösen fontos szerepet játszanak a szennyanyag koncentrációjának csökkentésében, hiszen a szennyezett víz tiszta vízzel való találkozása lokálisan és hosszú távon is hígulást eredményez, bár ezzel elkerülhetetlenül nagyobb területre terjed ki.

### Térbeli elkeveredési folyamatok folyók találkozásánál

Célirányos tudományos vizsgálatainkhoz mintaterületként a Győr belterületén elhelyezkedő Mosoni-Duna és Rába folyók találkozási szakaszát választottuk ki mint társadalmi, gazdasági és környezeti szempontból egyaránt fontos helyszínt. Az **1. ábrán** látható légi felvétel a Torna patakából a Marcalon keresztül a Rába folyóba bejutó gipszet mint a vörösiszap semlegesítésére bejuttatott lebegő anyagot tartalmazó víz Mosoni-Dunával való elkeveredését mutatja be. A képen jól megfigyelhető a két folyó határfelületén a különböző folyási sebességek létrehozta ún. nyírózóna instabilitásából eredő örvénysor. Egy másik érdekes áramlási jelenség is láthatóvá válik, nevezetesen a Rába alsóbb vízrétegeinek csavarodó feláramlása, amit a piros ellipszissel kiemelt területen a halványabb gipszfoltok jeleznek. Az elkeveredés tehát jól láthatóan több egyedi áramlási jelenség eredményeképpen jön létre. Az áramlás komplexitása folytán az elkeveredési viszonyok helyszíni kimérése és a bonyolult áramlási struktúrák teljes körű, számszerű jellemzése egyáltalán nem kézenfekvő feladat. Kézelfogható képet az áramlási és elkeveredési viszonyokról különböző, egyidejű helyszíni sebességmérési módszerek és azokat kiegészítő számítógépes és laboratóriumi ún. kisminta-modellek kombinálásával kaphatunk. Írásunk első felében egy ilyen vizsgálat legfontosabb elemeit ismertetjük.

Az **1. ábrán** piros ellipszissel jelzett feláramlási zóna a találkozó folyók helyszínrajzi vonalvezetéséből adódó, erősen háromdimenzióssá váló áramlási kép eredményeként jelenik meg. Az íves folyószakaszokra, folyókanyarulatokra jellemző jelenség az ún. csavaráramlás, ami a vízrészecskék spirális pályán történő moz-

**2. ábra.** Két ellentétes ívű folyó, a Rába és a Mosoni-Duna összefolyásánál kialakuló csavaráramlás sematikus, háromdimenziós képe (a piros szaggatott nyíl egy, a Rábából érkező gipszrészecske pályáját jelzi megmagyarázva annak leáramlását, majd keresztirányú keveredéssel átjutva a Mosoni-Dunába az ott jelentkező feláramlást)



### 1. Acoustic Doppler Current Profiler (ADCP) és a GPS-szel felszerelt bója

A műszer a Doppler-hatást, a vízzel együtt mozgó, apró, szilárd részecskékről visszaverődő hang frekvenciaváltozását (gondoljunk például a szirénázva közeledő majd távolodó mentőautó hangváltozására, illetve, ha mi magunk ilyen álló autó mellett haladunk el) használja ki a víz sebességének meghatározásához. Ahhoz, hogy térbeli sebességvektorokat kapjunk, a tér nem egy síkba eső, három különböző irányába kell akusztikus jelet kibocsátani, amelynek frekvenciája a lebegve sodródó hordalékszemszékről visszaverődve, azoknak a hangnyaláb irányába eső sebességével arányos mértékben változik meg. Ezt az információt feldolgozva a hagyományos, pl. forgószárnyas sebességmérési módszerekhez képest sokkal gyorsabban kaphatunk sokkal részletesebb képet a folyó áramlási sebességmérőjéről.



**A ábra.** Az ADCP műszer „bevetésre” várva a Dunán, illetve a laborban

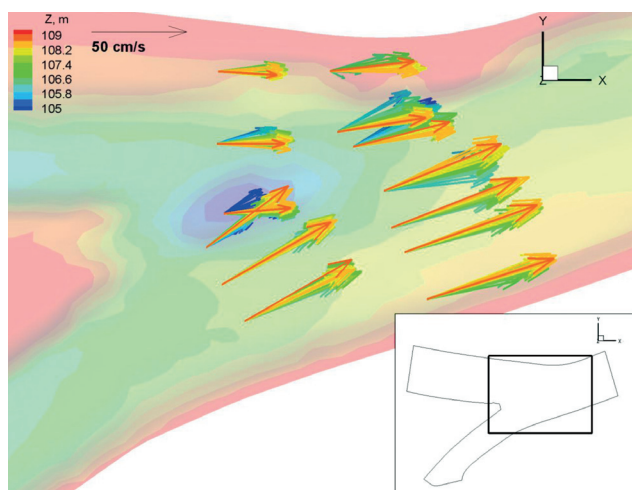


**B ábra.** Terepi méréseinkben használt GPS-es úszó bója

A sarkantyúk elkeveredésre gyakorolt hatásának vizsgálatához GPS-szel felszerelt, a felszínen úszó szárnyas bójakat használtunk. A vízre bocsátott eszköz hat másodpercenként rögzíti az aktuális helyzetét. Az összegyűjtött információt mobiltelefonnal vagy direkt kábeles összeköttetéssel lehet letölteni számítógépre. A bójában található akkumulátor élettartama körülbelül 10–12 óra.

gását jelenti úgy, hogy a vízfelszín közelében mindig a külső, homorú part felé irányul az áramlás, míg a mederfenék közelében a belső, domború part felé törekszik a víz. Ennek a mozgásnak – ami nem más, mint a gravitációs és centrifugális erők együttes hatása – eredményeként a domború partot építi a folyó, míg a homorú part folyamatosan mélyül, és meredek partoldal jön létre. Két ellenkező ívű folyó találkozásánál ez a két spirális pálya az összefolyás után fogaskerékszerűen egymásba kapcsolódik, és ekkor jön létre a **2. ábrán** bemutatott kétcellás csavaráramlás.

Ennek egyik, medermorfológiai szempontból lényeges eredménye a középvonalban kialakuló kimélyülés (mintha itt lenne a homorú partja mindkét folyónak) és a domború partok feliszapolódása. Ez a csavaráramlási struktúra helyszíni, korszerű sebes-



3. ábra. 3 perces, rögzített pontú ADCP sebességmérésekből számított sebességvektorok, a magassági elhelyezkedést szivárványskálával színezéssel érzékeltetve (a Balti-tenger szintje feletti magassággal). A jobb alsó ábra az összefolyásból az ábrázoláshoz kiragadott területet jelzi

ségmérési módszerekkel napjainkban már megbízhatóan kimérhető. A 3. ábra az összefolyás alatt néhány függőlegesen elvégzett 3 perces, rögzített pontú sebességmérésnek az eredményét mutatja, amelyhez egy akusztikus Doppler-elven működő áramlásmérőt (ADCP) használtunk fel (lásd az 1. blokkot) [1]. Az ábra a 3 percre vonatkozó időátlagolt áramlási sebességvektorokat mutatja be, irányukkal az egyes mélységekben jellemző áramlási irányt mutatva, hosszuk pedig a sebesség nagyságát jelzi. A függőlegesen belüli magassági elhelyezkedést szivárványskálával színezéssel érzékeltettük, ahol a piros vektorok a vízfelszín közeli, a kék vektorok a mederfenék közeli rétegeket jellemzik. Láthatjuk, hogy a vízfelszín közeli vektorok a folyó középvonala felé mutatnak, a mederfenék közeli vektorok pedig a partok felé, ami éppen a kétcellás csavaráramlásnak az eredménye, hiszen a folyó áramlási sebességéhez hozzáadódik a cellás áramlás sebessége. A térbeli áramlási struktúra szükségszerű következményeképpen a folyó közepén függőlegesen lefelé mutató áramlás alakul ki, a partok felé haladva pedig feláramlás jön létre. Az 1. ábra légi felvételén megjelenő gipsz természetesen a Rábából származik, és az alsóbb vízrétegekben zajló keresztirányú elkeveredéssel jut a Mosoni-Duna oldalára, ahol pedig a csavaráramlás felfelé mutató ága szállítja a felszínre, és teszi ezzel jól láthatóvá (piros szagatott nyíl a 2. ábrán).

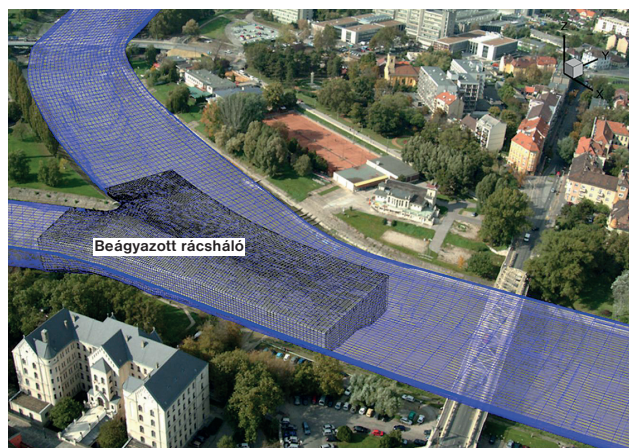
### Számítógépes modellek eredményei a megfigyelések tükrében

Látható, hogy megfelelő mérési technikával tehát igazolható az elméleti úton levezethető térbeli áramlási struktúra jelenléte. Nagyobb kihívás elé állítja azonban a kutatókat a találkozó folyók határfelületén létrejövő, az 1. ábrán jól kirajzolódó, térben és időben is változó, döntően vízszintes síkban kialakuló örvényszerű struktúra kimérése és számszerűsítése. Ehhez a vizsgálathoz célszerű számítógépes modellek felé fordulunk. A numerikus hidrodinamikai modellek a víz mozgását leíró fizikai egyenletek közelítő megoldásán keresztül, alkalmas számítási rácshálón, diszkrét időlépésekben állítják elő a vizsgálati tartományra jellemző áramlási jellemzők eloszlását. A legteljesebb képet a háromdimenziós áramlási modellek adják, amelyekhez a folyószakaszt mind vízszintes, mind függőleges irányban véges számú számítási cellákra osztjuk fel, és ezekben a cellákban kapjuk meg a keresett jellemzőket. Ezek általában a vízáramlás sebességvektorának térbeli összetevői, a nyomás és a vízmozgás turbulenciafokát kifejező fizikai meny-

Zsugyel Márton–Baranya Sándor–Józsa János:

nyiségek. Az áramlási modelleket aztán kiegészíthetjük olyan egyenletekkel, amelyek – szintén közelítő – megoldásával a folyó által szállított szennyezőanyag vagy hordalék mozgását és töménységváltozását is számszerűsíteni tudjuk.

A Mosoni-Duna és a Rába összefolyási szakaszára egy már számos más helyen is sikerrel használt, mind az áramlási jellemzők, mind a hordaléktranszport-folyamatok számítására alkalmas háromdimenziós modellel vizsgáltuk a vörös iszap semlegesítésére használt gipsz elkeveredését. A modellben az ún. beágyazott rácsháló (nested grid) módszer alkalmazásával lehetővé válik, hogy a számítási tartomány egy-egy részterületét az eredeti, teljes tartományra kiterjedő, közepes rácsháló-felbontáshoz képest jóval finomabb felbontással képezzük le [2]. Ennek a modellezési technikának fontos szerepe lehet olyan helyzetekben, amikor egy nagyobb kiterjedésű területen csak lokálisan várunk térben és időben hirtelen változó áramlási viszonyokat, pl. egy híd mederpillérénél, vagy mint esetünkben, két folyó találkozásánál és annak közvetlen alvízi hatásterületén. Mivel a modellszámítás pontossága nő a hálófínomítással, de egyúttal a számítási igénye – vagyis a modellfuttatás ideje – is növekszik a rácsháló-felbontás finomításával, belátható, hogy a finomítás pusztán lokális, beágyazott alkalmazásával kis költségnöveléssel tudjuk a modell pontosságát fokozni. A 4. ábrán láthatjuk, hogy a kék, közepesnek mondható felbontású rácshálójával képeztük le a teljes számítási tartományt,

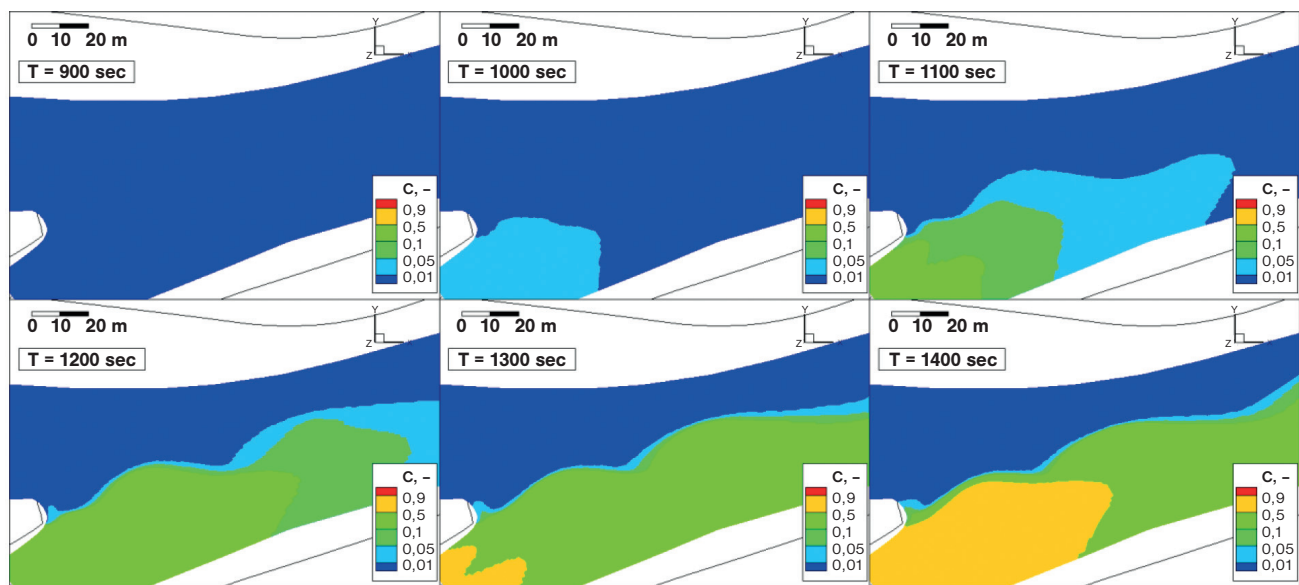


4. ábra. A numerikus modellezés összetett térbeli rácshálóját: kékkel jelölve a közepesnek mondható felbontású, átfogó rácsháló, feketével az összefolyás közvetlen környezetére, az örvénysorok kialakulási helyén beágyazott, mintegy tízszer finomabb felbontású háló

míg az összefolyás közvetlen környezetére, ahol az örvénysorok kialakulását várjuk, a feketével jelölt, mintegy tízszer finomabb térbeli felbontású rácshálót ágyaztuk be.

A vizsgált terület határait megadtuk a numerikus modell ún. *peremfeltételeit*, vagyis a felvízi végén a szimulált időszakra jellemző vízhozamot a Mosoni-Dunára és a Rábára is, valamint az alvízi végén a vízszintet. A gipszet finom szemcséjű lebegtetett hordaléknak feltételeztük, amiből a szimuláció kezdetekor mindenhol nulla töménységet adtunk meg (mint a modell *kezdeti feltétele*), majd a Rábába – ott már teljes átkeveredést feltételezve – folyamatosan és egyenletesen egységnyi töménységet adagoltunk be. A modellezés során csökkenő értéke ennek a töménységnek a hígulási mértékét mutatja. A két folyó találkozása előtt mintegy 1 km távolságban lévő befolyási szelvénytől 15 perc alatt érkezett le a gipszcsóva az összefolyáshoz. Az 5. ábra felülnézetből mutatja be a csóva terjedését 100 másodperces lépésközökkel, amikor a gipsz eléri a torkolatot (csak a beágyazott rácsháló eredményeit jelenítjük meg a könnyebb értelmezhetőség kedvéért). Az ábra-

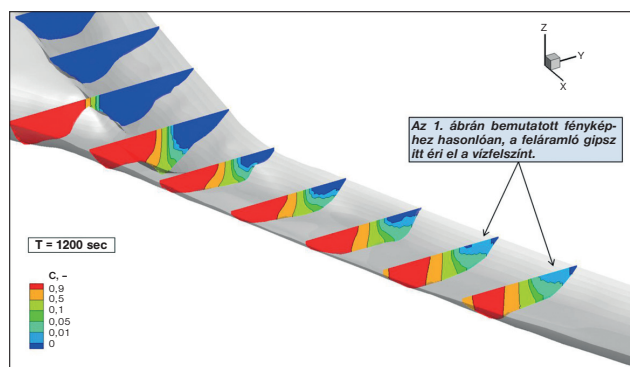
## Örvénydinamika és kaotikus elkeveredés folyami áramlásokban



5. ábra. A gipszcsóva szimulált terjedése felülnézetből, 100 másodperces lépésközökben, ahol  $c$  a relatív töménység, amelynek a Rába modellezett szakaszának felvízi végén konstans 1 az értéke. A színskála a töménység nagyságát mutatja, aminek egynél alacsonyabb értékei jól jelzik a hígulás mértékét

sorozaton láthatjuk a kezdetben gipszmentes, „tisza” vizet, majd a Rábából  $T = 1000$  s körül megérkezik a vörös iszapot semlegesítő, kezdetben alacsony koncentrációjú anyag. Jól kirajzolódik a két folyó találkozásánál keletkező örvények hatása az elkeveredésre, ami a gipszhullám érkezésével egyre magasabb töménységértékeket jelez. Láthatjuk, hogy teljes átkeveredés ezen a szakaszon még nem következik be, mert a bal parthoz közeli sáv az ábrázolt mintegy 100 méter hosszban végig gipszmentes marad.

A csóva érkezése után mintegy 20 perccel kialakult gipsztöménység már állandósultnak tekinthető térbeli eloszlását mutatja a folyók néhány jellegzetes keresztmetszelyében a 6. ábra. Eddig-



6. ábra. A csóva érkezése után mintegy 20 perccel kialakult gipsztöménység (pontosabban a vizgált szakaszra annak felső peremén belépő töménység hígulási mértéke) már állandósultnak tekinthető térbeli eloszlása a folyók néhány jellegzetes keresztmetszelyében. A  $c$  paraméter tehát itt is a relatív töménységet jelöli, amelynek a Rába modellezett szakaszának felvízi végén konstans 1 az értéke

re a Rábában már teljesen átkeveredett a hordalék, míg a Mosoni-Duna vize az összefolyás felett továbbra is gipszmentes maradt. Az összefolyás után alvízi irányba haladva ugyan egyre kisebb a töménység keresztirányú egyenlőtlensége (monoton csökkenő), de

megjelenik az előzőekben tárgyalt csavaráramlás elkeverő hatása is: a keresztirányú átkeveredés folytán a meder közelében a Mosoni-Duna felére átjutó gipsz bekerül az ottani csavaráramlás felé felé mozgó szakaszába, ami a part felőli oldalon a vízfelszín felé szállítja azt, és így néhány száz méterrel az összefolyás alatt a vízfelszínen is megjelenik a gipszcsóva. Tehát a korábban légi felvételen bemutatott jelenséget a numerikus modellel lényegileg sikeresen reprodukáltuk.

### Folyószakaszok sarkantyúkkal

A folyók találkozásánál bemutatott bonyolult elkeveredés jellemzi a sarkantyúk környezetét is. Jelentős hajóforgalmat lebonyolító folyókon gyakran előfordul, hogy egy-egy szakaszon a megváltozott esésviszonyok miatt mesterséges építményekkel, szabályozási művekkel biztosítják a hajózási feltételek fenntarthatóságát. Kanyarokban, illetve csökkenő esésű szakaszokon a folyó lelassul, emiatt növekszik a hordaléklerakódás. Ez a folyószakasz fokozatos feltöltődéséhez, következésképpen a mélység olyan mértékű csökkenéséhez vezethet, hogy az a hajózást erősen korlátozná, akár el is lehetetlenítené. A sebességet a partról a folyóba benyúló keresztművekkel, ún. sarkantyúkkal növelik meg. Mivel ezáltal a folyó víztükrének szélessége lecsökken, változatlan vízhozam mellett az átfolyási sebesség megnövekszik, ami medererózióhoz, ezáltal mélyüléshez, vagyis a hajózási feltételek – jó tervezés esetén fenntartható – javulásához vezet.

A jelenséget leegyszerűsítve, a sarkantyúk tehát akadályt képeznek az áramlásban, ennek következménye az áramlási mező lényeges megváltozása. Környezetükben, különösen a sarkantyúk orránál leválások, örvények keletkeznek, míg mögöttük egy, a főáramláshoz fogaskerékszerűen illeszkedően köröző visszaáramlási zóna jelenik meg, amit a köznyelv limánynak nevez. A 7. ábrán egy folyó felszínén, hasonlóan bonyolult áramlási térben úszó szennyeződés szálas, fonalas szerkezetű eloszlását látjuk, amelyet az anyagterjedés hagyományos, diffúzió alapú megközelítésével vizsgálva nem volnánk képesek leírni. Helyesebb, ha a diffúzió helyett inkább a kaotikus sodródást tartjuk az elkeveredést irányító folyamatnak, és az ehhez kapcsolódó alapokat felhasználva pró-



Józsa Ildikó felvétele, 2011

7. ábra. Szálas mintázat a természetben, egy a Loch Nessbe befolyó patakban

bájljuk megérteni, mi történik a szennyezésekkel a sarkantyúk környékén. Ehhez egy olyan, a folyamatok leírásában általában ritkábban használt, mégis annak természetéhez végső soron jobban illeszkedő vizsgálati módszert választottunk, amely a szennyezőanyag egyes részecskéire fókuszál. Néhány évvel ezelőtt hasonló szemléletet követve sikerült tavi környezetben az efféle elkeveredési folyamatokat újszerűen, addig nem ismert részleteit is feltáróan leírni [3].

A továbbiakban pusztán az alapvetően a vízfelszínen sodródó szennyezések viselkedésének a feltárásánál maradván, ha ismerjük a felszíni sebességvektor-mezőt ( $\mathbf{v}(t, \mathbf{r})$ ), azaz minden  $t$  időpillanatban meg tudjuk mondani, hogy bármely  $\mathbf{r}$  helyvektorú pontban mekkora a  $\mathbf{v}$  pillanatnyi sebesség, akkor elvileg követni tudjuk az adott helyről induló egyes folyadék-részecskék vagy azokkal együttmozgó szennyezőanyag-részecskéket. (A részletek iránt érdeklődőknek ajánljuk Károlyi György keretes írását.) Ebben a megvilágításban a hosszú időn keresztül egymás közelében maradó részecskék rossz keveredésre, az egymástól gyorsan eltávolodó részecskék jó keveredésre utalnak. A továbbiakban számunkra a vonzó és taszító sokaságok magyarázatát adó **2. blokk** ismeretére és az ottani **C. ábrán** színessel jelölt két részecskepálya alapján levonható következtetésekre lesz szükségünk. Egyrészt látjuk, hogy a vonzó sokaság környezetében elhelyezkedő *részecskék sorsa mennyire függ a kezdeti feltételektől*, hiszen a hiperbolikus pont a bemutatott két, kezdetben közeli részecskét különböző taszító sokaságok irányában választotta szét. Másrészt jól látszik az is,

Zsugyel Márton–Baranya Sándor–Józsa János:

hogy a vonzó sokaság két különböző oldalán elhelyezkedő részecskék szenvedik el a *legnagyobb eltávolodást* is. A vonzó sokaság azonos oldalán elhelyezkedő két részecske ugyanannak a taszító sokaságnak a közelében maradna, ezért azok kisebb valószínűséggel távolodnának el egymástól annyira, mint az ábrán bemutatott piros és zöld részecskék.

### Káosz a Dunában!

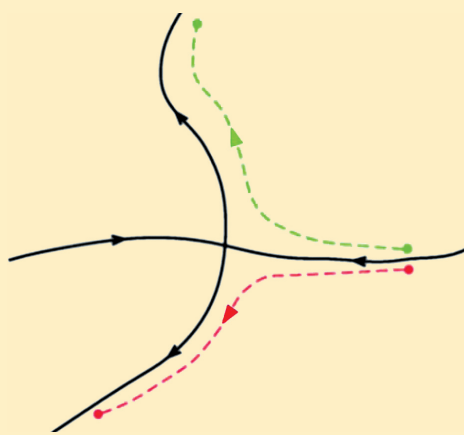
Kérdés, hogy terepi mérésekkel igazolható-e a sarkantyú környéki sodródás kaotikus jellege. Találunk-e olyan jellemzőt, amelynek alapján számszerűsíthető az elkeveredés – elsősorban ellentmondásosan hangzó – előrejelezhetetlensége?

Mindehhez méréseinket a Duna alsógödi szakaszán végeztük, ahol egymás közelében két tipikus sarkantyú is található. Az elévített két mérésorozat esetében különböző vízjárású adottságokkal találkoztunk. Egyik esetben kisvízi állapot uralkodott, amikor alacsony vízállás, lassabb vízmozgás, így kisebb vízhozam jellemezte a folyót, míg a másik esetben a folyóban egy közepes árhullám vonult le, amelynek során a sarkantyú koronaszintjénél magasabb vízállást figyelhettünk meg. A kialakuló felszíni áramlási mező tekintetében a két állapot közötti fontos különbség, hogy a sarkantyú mögötti, vízszintesen köröző visszaáramlási zóna (limány) kiterjedése nagyvízi körülmények között, a sarkantyún való vízbukás hatására jelentősen lecsökken.

A „részecskékövető” mérést olyan, a víz felszínén úszó olyan „intelligens” szárnyas bójjakkal (lásd az **1. blokkot**) végeztük, amelyekre volt GPS-vevő, így azok saját pozíciójukat időről időre, esetünkben hat másodpercenként rögzítették. Minden mérés kezdetén a sarkantyú felett egy csoportban, egymáshoz nagyon közel, legfeljebb 1 méteres távolságból engedjük útra a bójjakat. Addig követtük őket, amíg jelentősen eltávolodtak egymástól. Ez az esetek többségében 15–30 perc alatt megtörtént, függően attól, hogy csapadézártok-e a limányban (visszaáramlási zónában) bójjak. A **8. ábrán** a két mérésorozat egy-egy jellemző képét mutatjuk be. Látható, hogy nagyvízi körülmények között (*8a. ábra*) a bójjak nem jutottak be a visszaáramlási zónába, ennek ellenére végül jelentős távolságok alakultak ki a kezdetben közeli bójjak között. Kisvízi esetben (*8b. ábra*) ez az eltávolodás még jelentősebb az első limányban „leamaradó” két bójjának köszönhetően. Mindez valós körülmények között tapasztalt szép példája a kezdeti feltételekre való érzékenységeknek, más szóval, hogy az egészen kicsi kezdeti bójjatávolságok a sodródás során mennyire különböző távolságot mutatnak. A Dunán levonuló felszíni szennyeződések, uszadékok

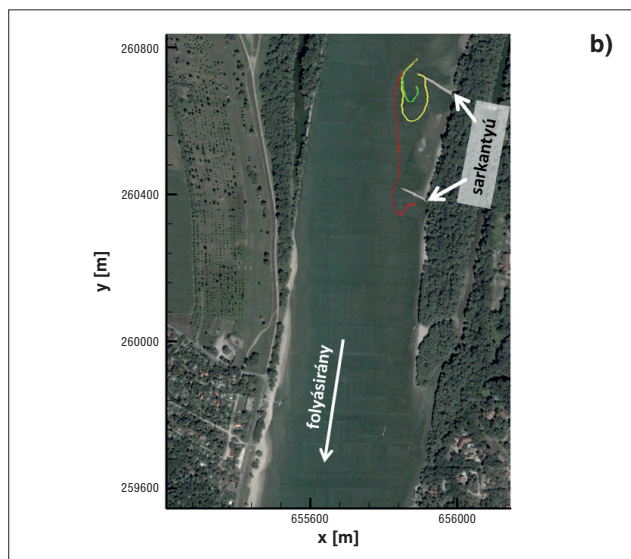
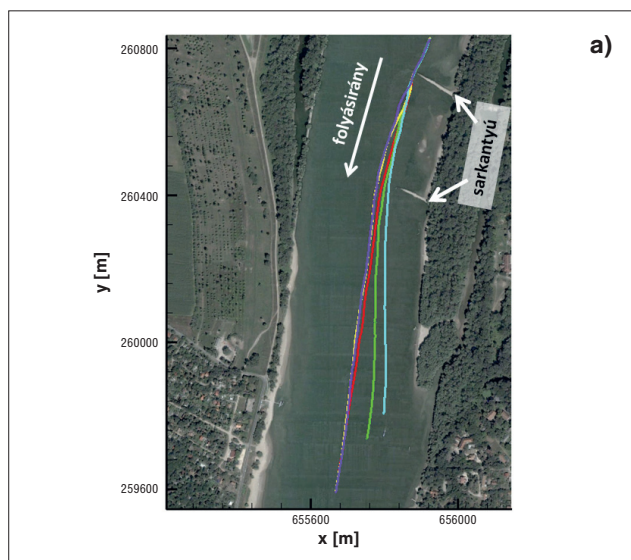
## 2. Vonzó és taszító sokaságok

A **C. ábrán** láthatjuk azokat az alapvető struktúrákat, amelyek a folyadék-részecskék követésével kirajzolódnak számunkra az elkeveredést irányító fő alkotóelemekként. Az ábrán fekete vonalak mutatják az ún. sokaságokat, melyek valójában anyagi vonalak, tehát folyadék-részecskékből állnak, és az áramlással együtt mozognak. A két sokaság metszéspontjában az ún. hiperbolikus pont található, amely vonzza, illetve taszítja a sokaságokat alkotó részecskéket. Ezért a hiperbolikus pont felé tartó folyadék-részecskék a vonzó (stabil) sokaságon, a hiperbolikus ponttól távolodó részecskék a taszító (instabil) sokaságon helyezkednek el. A sokaságok jellemzőinek részletes megismeréséhez a Természet Világa egyik korábbi cikkét [A] ajánljuk az olvasók figyelmébe.



**C. ábra.** A részecskéközponthú leírás alapvető építőelemei a hiperbolikus pontba futó vonzó sokaság, illetve az abból kiinduló taszító sokaság. A piros és zöld vonalak a vonzó sokaság mellől, egymáshoz nagyon közel, ám a sokaság átellenes oldaláról induló két kiválasztott részecskepályát jelölnek, utalva a kezdeti feltételre való érzékenységre. (A kép forrása: <http://mmae.iit.edu/shadden/LCS-tutorial/motivation.html>)

Örvénydinamika és kaotikus elkeveredés folyami áramlásokban



8. ábra. Bóják mért pályái (színes vonalak) a Dunán, Göd környékén  
 a) Három, egymás közelében indított bója pályája kisvízi körülmények között, b) öt bója pályája nagyvíz esetén (a sarkantyúkat ebben az esetben víz fedte)

hasonlóképpen hosszabb időre felhalmozódhatnak a sarkantyúk közötti térben, ahonnan aztán különböző eséllyel mosódnak ki, ezért a sarkantyúk hatásának ismerete különösen fontos a vízfolyás vízminőségének modellezhetősége szempontjából.

Ahhoz, hogy megismerjük a folyamatokat irányító valódi struktúrákat, a rendelkezésünkre álló néhány intelligens bója csupán korlátozott információt nyújt, hiszen a sokaságok feltérképezéséhez a teljes felszíni áramlási mező részletes ismerete szükséges (térben és időben is!). Ehhez nagyságrendekkel több folyadék-részecskét szükséges követni, amit azonban már laboratóriumban lehet és célszerű is megvalósítani.

Mi rejlik a háttérben?

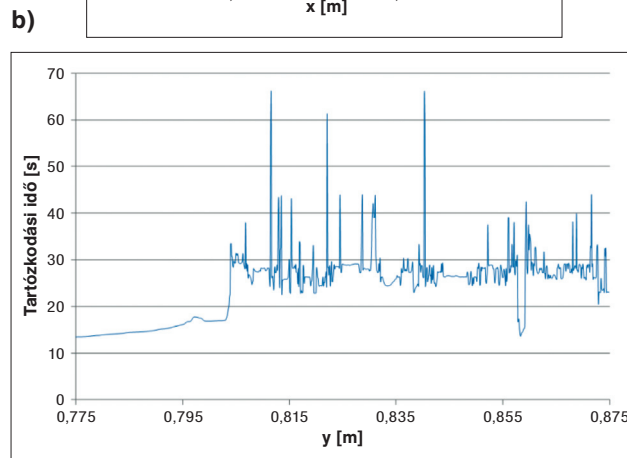
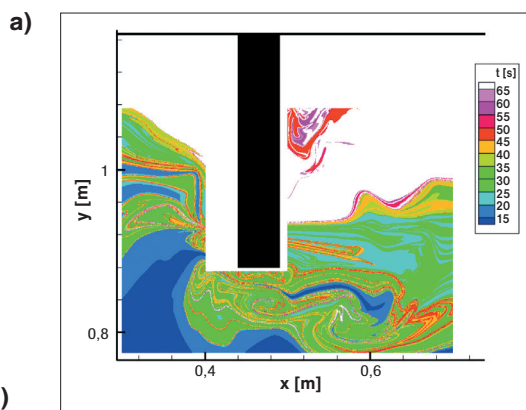
Az egyetem hidraulikai laboratóriumában felépítettünk egy modelleszatornát, amelyben az egyszerűség kedvéért egyetlen sarkan-

tyút helyeztünk el a folyásirányra merőlegesen. A felszíni sebesség-meghatározásához több száz, a vízzel alig kisebb sűrűségű műanyag korongról egy nagy sebességű kamerával másodpercenként 30 fényképfelvételt készítettünk. A Particle Tracking Velocimetry eljárás (PTV, magyarul: részecskekövető sebességmérés) ezeket a felvételeket dolgozza fel oly módon, hogy a felszínen az egyes jelzőrészecskéket azonosítva a szomszédos képkockákon, meghatározza azok 1/30-ad másodpercre vonatkozó átlagsebesség-vektorát, és azok összességével magát a sebességvektor-mezőt.

A terepi mérések eredményeihez képest a PTV használatával minőségi előrelépést tettünk. Numerikusan ugyanis a folyadékkal együtt sodródó pontszerű részecskék millióinak – akár egymáshoz viszonyított – mozgását vagyunk képesek számszerűen követni a mért sebességmezőben. Ennek segítségével olyan kaotikus folyamatokat jellemző paraméterek térbeli eloszlását határoztuk meg, amelyek előállítására a terepi mérések alapján esélyünk sem volt. Ezen jellemzők elvezettek bennünket az elkeveredés szempontjából rendkívül fontos sokaságok feltérképezéséhez.

Az egyik ilyen vizsgált paraméter a tartózkodási idő. Ehhez minden részecskepályát addig követtünk, amíg el nem ért a sarkantyú alatt egy adott határszélvényt a csatornában. Azt az időt, amennyi az indítás és az elérés között eltelt, a részecske kiindulópontjához rendeltük hozzá. Ennek segítségével azt kerestük, hogy hol találhatóak a csatornában azok a területek, ahonnan az induló részecskék gyorsan elhagyják a vizsgálati területet, illetve honnan indulva tart jóval tovább a kimosódásuk. A 9a. ábrán jól látható, hogy a tartózkodási idő eloszlása szálas, fonalas szerkezetet mutat. Megfigyelhető, hogy olyan részecskék közvetlen szomszédságá-

9. ábra. a) Tartózkodási idő térbeli eloszlása a sarkantyú körül (a víz a csatornában balról jobbra folyik, a sarkantyú helyzetét a fekete téglalap jelzi); b) Tartózkodási idő értékeinek y irányú metszete az x = 0,47 m koordinátánál



### 3. Véges méretű Ljapunov-exponens

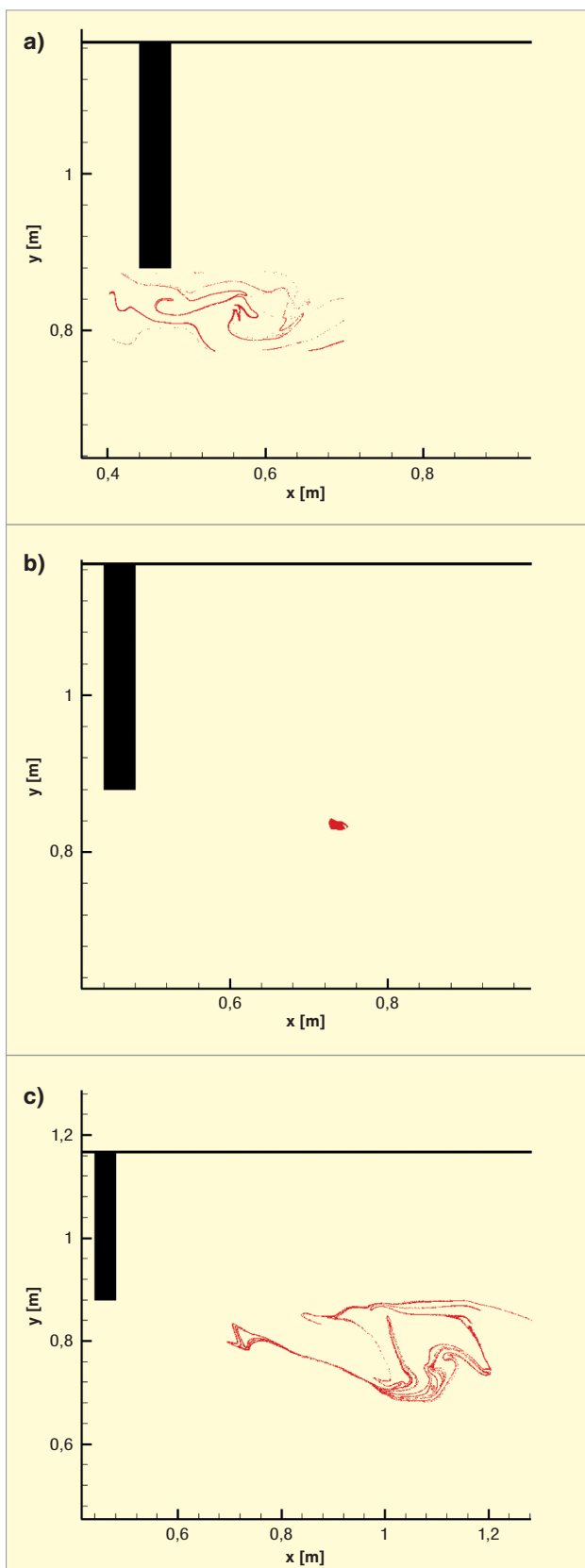
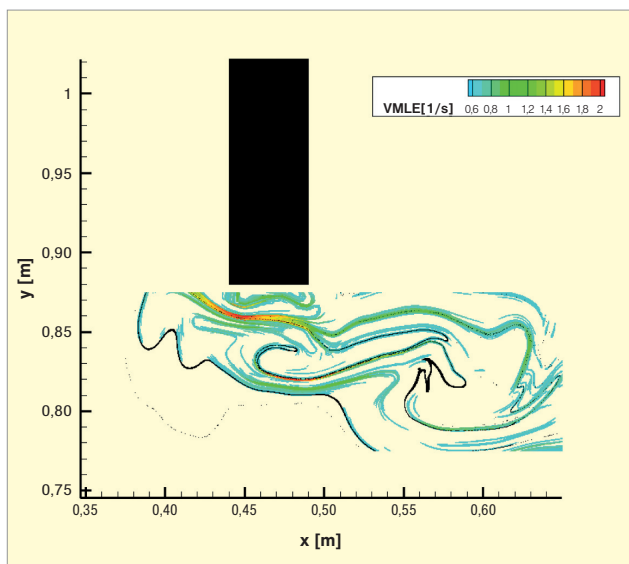
Korábban már volt szó a Ljapunov-exponensről (lásd Gruiz Márton keretes írását). Az ott leírt általános Ljapunov-exponens mellett más, bizonyos helyzetekben jobban használható (könnyebben számítható), az exponenciális távolodást mégis jól jellemző mérőszámokat is használnak. Válasszunk például egy  $\delta_h$  határtávolságot, amely a  $\delta_0$  kezdeti távolsághoz képest elegendően nagy! Indítsunk el helyileg egy „+” jel négy végpontjában (szomszéd részecskék), illetve középpontjában felvett (központi) vízrészecskéket, és várjunk addig, amíg a központi vízrészecskénk és a tőle legjobban eltávolodó szomszéd közötti távolság meghaladja a választott határtávolságot! Ekkor az ehhez szükséges  $\tau$  idő segítségével a kezdőponthoz rendelhető az az alábbi egyszerű képlettel számított  $\lambda$  mennyiség, amit véges méretű Ljapunov-exponensnek (VMLE) nevezünk.

ban, amelyek rövid idő alatt érték el a határszelvényt, lehetnek hosszú ideig a csatornában maradó részecskék is. Megjelenik tehát ebben az esetben is a nagy érzékenység a kezdeti feltételekre. A **9b. ábrán** egy áramlásra merőleges szelvényben mutatjuk be a tartózkodási idő eloszlását. Ez a kép hasonlít egy kaotikus folyamat tipikus élettartam-eloszlásához, ahol fraktálszerűen, a kiugró csúcsok környezetében alacsonyabb gerincek jelennek meg, azokon belül pedig újabb magasabb csúcsok találhatók.

A tartózkodási idő ismerete az elkeveredést meghatározó struktúrák szempontjából azért fontos, mert a vonatkozó keretes részben ismertetett vonzó (stabil) sokaságon, illetve annak környékén elhelyezkedő részecskékre hosszú tartózkodási idők jellemzőek. A következőkben vizsgáljuk meg, vajon ezekhez a területekhez kötődnek-e az egymáshoz viszonyított leggyorsabb részecskeeltávolodások.

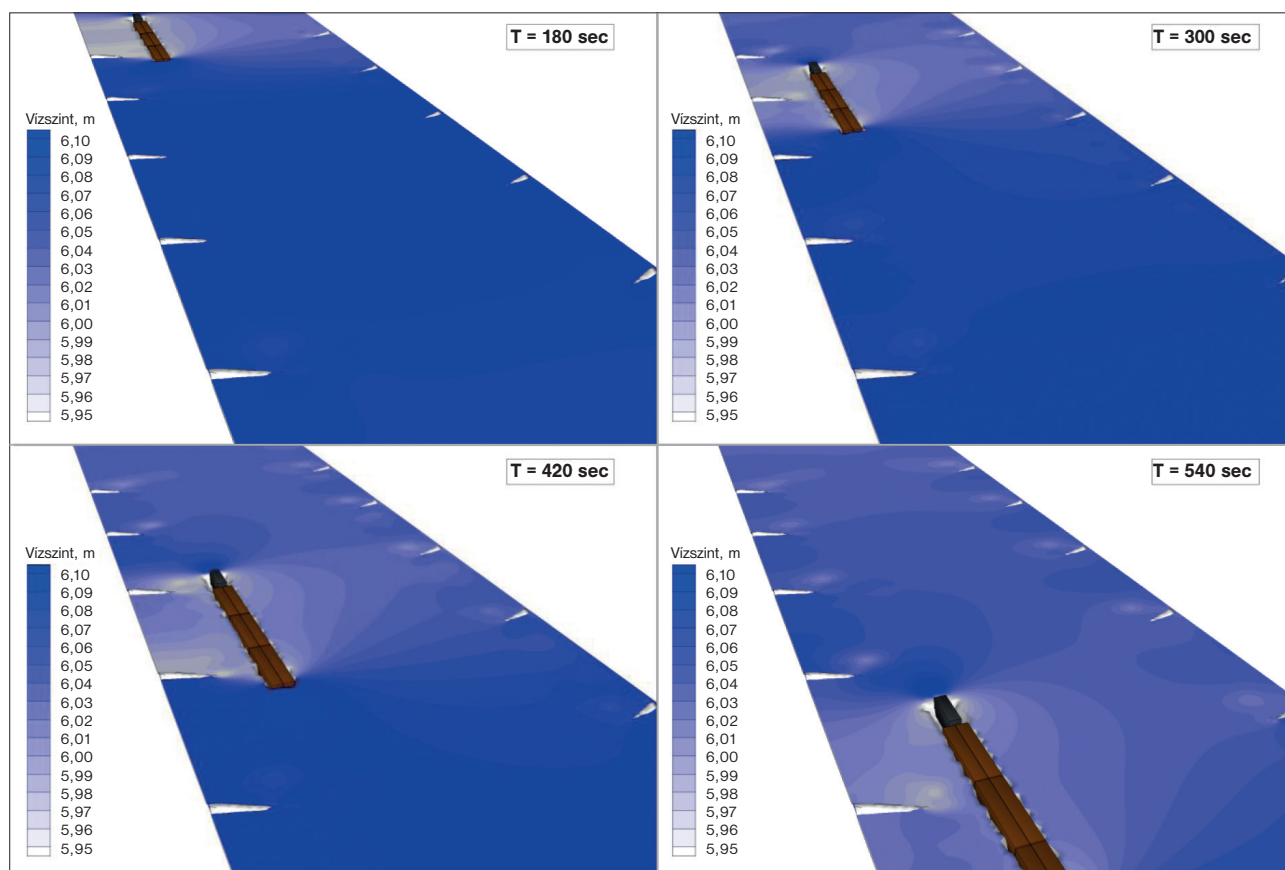
Ehhez a feladathoz az egyes részecskéket szomszédjaival együtt kell megfigyelnünk. Azt az időtartamot keressük, amely alatt a leggyorsabban távolodó szomszéd elég messze kerül a központi ré-

10. ábra. A sarkantyú orrának környékén azokat a helyeket, amelyekhez nagy véges méretű Ljapunov-exponens (VMLE) érték tartozik, színes pontokkal jelöltük, a legnagyobb tartózkodási idejű pontokat pedig feketével. A színskála a VMLE nagyságát mutatja (a víz a csatornában balról jobbra folyik)



11. ábra. a) Vonzó sokaság környezetében elhelyezkedő folyadék-részecskék a kezdeti időpontban; b) A hiperbolikus pont helyzetét mutató részecske-összegyülekezés; c) A részecskék újra fraktálszerű alakzatban, a taszító sokaságon

## Örvénydinamika és kaotikus elkeveredés folyami áramlásokban



12. ábra. A 3×2 bárkából álló tolt kötelék sarkantyúmező melletti elhaladásának modellezett hatása a folyó vízszintjeire (a képeken a főáramlás irányába nézünk)

szecskétől. Esetünkben ez a határérték a kezdőtávolság negyvenszerese volt. Az eltelt idő segítségével képezzük a *véges méretű Lyapunov-exponens* (VMLE) értéket (lásd a 3. blokkot). Minél hamarabb következik be a kritikus távolság elérése, annál nagyobb a kapott VMLE értéke. Ezek a nagy értékek utalnak a hatékony keveredési területekre, így a vonzó sokaság elhelyezkedésére.

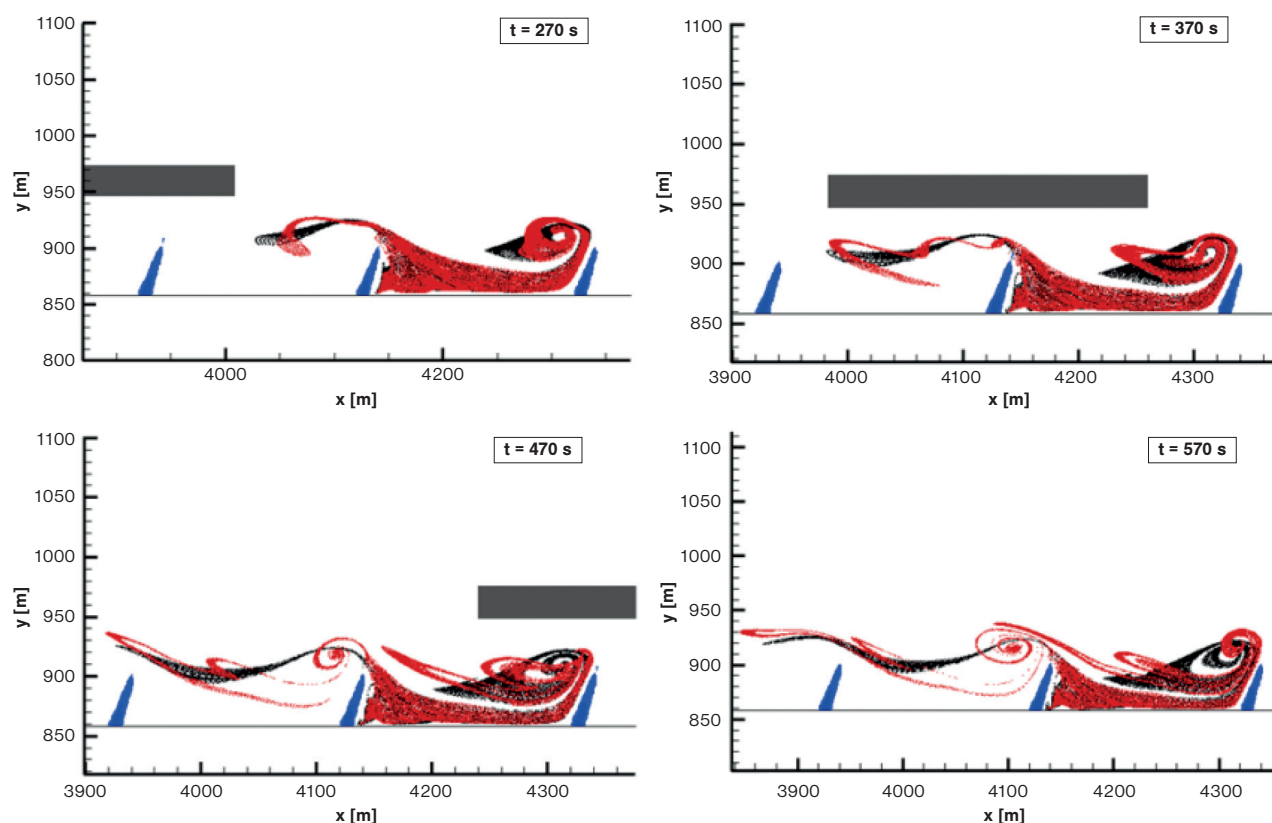
A 10. ábrán színessel már csak a legnagyobb VMLE értékű helyeket ábrázoltuk, és emellé feketével megjelöltük a leghosszabb tartózkodási időkhöz tartozó helyeket is. A két eloszlás közötti hasonlóság szembeütő. A VMLE eloszlásában is megjelenik a kacsos, szálas szerkezet, kijelölve azokat a vonalakat, amelyek mentén induló folyadékreszecskek – amik a valóságban akár szennyezők is lehetnek – a legjobban keverednek környezetükkel. A legnagyobb VMLE értékek tehát a stabil sokasághoz tartoznak.

Egy ábrason keresztül kísérjük figyelemmel a kutatásunk során feltárt stabil sokaságon elhelyezkedő részecskék dinamikáját! A C. ábrán részletesen bemutattuk két részecske sorsát, ha azok egymáshoz közel, de a vonzó sokaság két különböző oldalán helyezkednek el. Mivel a tartózkodási idő és a VMLE segítségével sikerült meghatározni a vonzó sokaság elhelyezkedését, célszerűen követhetjük a környéken található részecskék sorsát. A 11. ábra első képén a kiindulási helyzet látható. Egy szálas, fonalas struktúra, amely dinamikailag a vonzó sokaságnak felel meg. A második képen azt az állapotot ábrázoltuk, amikor az eredetileg a sokaság közelében induló részecskék megközelítik a hiperbolikus pontot, és ennek eredményeként a kezdetben fraktálszerű, vonalas struktúrából egy szinte pontszerű alakzat formálódott. Végül láthatjuk, ahogy a részecskék immár a taszító sokaságot ki-

rajzolva újra egy fraktálszerű alakzatot alkotva hagyják el a megfigyelt területet.

### Hajómozgás hatása az örvényekre

Az örvénydinamikai jelenségek könnyebb megértése miatt maradjunk továbbra is egy leegyszerűsített geometriájú csatornában, de lépünk tovább a pusztán a folyószabályozási művek okozta hatásról egy másik gyakorlati problémára: vizsgáljuk meg a hajók elhaladása okozta, ideiglenesen megváltozó áramlási viszonyokat az előbbieken bemutatott numerikus részecskékövetési eljárással. A jelenség tanulmányozásához egy kétdimenziós, vagy más néven mélységátlagolt számítógépes áramlási modell eredményeit használjuk fel, amelyben az egyszerűség kedvéért egy egyenes, egyenletes mélységű, folyószabályozási művekkel tűzdelt folyómedret építettünk fel, ami mindazonáltal fő méreteiben (szélesség, mélység, művek hossza) a Dunához hasonlít. A vizsgálatához egy olyan numerikus eszközt választottunk, amely képes modellezni az elvonuló hajók keltette áramlásokat, vagyis a folyó-hajó kölcsönhatást. Megjegyzendő, hogy a modell csak az ún. elsődleges hullámok hatását írja le, ami a viszonylag nagy kiterjedésű és időléptékű jelenséget jelenti. A másodlagos vagy rövid periódusidejű, nagy frekvenciájú hullámokkal tehát itt nem foglalkozunk. Bemutató példaként egy 3×2 bárkából álló tolt kötelék elhaladását modelleztük, aminek a vízszintekre való hatását mutatja be a 12. ábra perspektivikus megjelenítésben készült képsora. A tolatmány a szimulációban a bal parthoz közel alvízi irányból érkezik (a képeken a főáramlás irányába nézünk). Jól megfi-



13. ábra. Elhaladó tolatmány hatása a megjelölt (piros) vízcseccék sodródására, összehasonlítva a tolatmány nélküli esettel (fekete). (Az aktuális időpont az ábrák jobb felső sarkában látható.)

gyelhetők a hajótest körül kialakuló lokális, időleges vízszintváltozások. A hajó elejénél és végénél alakulnak ki az ún. orr- és farhullámok, amelyek vízszintnövekedést okoznak ezeken a helyeken. Ezzel szemben a hajó oldalai mentén leszívás keletkezik, vízszintcsökkenést eredményezve. Felhívjuk a figyelmet a sarkantyúk orránál kialakuló világos foltokra, amelyek a helyi sebességnövekedés okozta vízszintsüllyedést jelzik. Az utóbbi jelenség a hajótól független, a sarkantyúk okozta ismert folyami hidraulikai jelenség. Megjegyezzük továbbá, hogy az alkalmazott áramlási modell nem képes az előző dunai, illetve laboratóriumi példában a sarkantyúk orránál kifejlődő kis léptékű örvénydinamikát reprodukálni, pusztán a limány elsődleges struktúráját adja vissza.

A hajó elhaladása a vízfelszín mellett értelem szerűen megváltoztatja az áramképet is. Ez a hatás a sarkantyúk közötti zónákban lerakódott finom hordalék felkeveredését, vagy az esetlegesen ott csapdázdó szennyezőanyag kiöblítését okozhatja. A hajó által okozott vízmozgást és annak elkeveredésre gyakorolt hatását kiválóan illusztrálja az előzőekben bemutatott részecskekövetési eljárás. A következőkben két sarkantyú közötti térbe helyezünk el mintegy 16 ezer részecskét és számítjuk azok mozgását.

Tegyük fel, hogy a folyó áramlása a teljes vizsgált időszakban zavartalan. Ebben az esetben két sarkantyú közötti, paralelogramma alakú területen eredetileg egyenletesen elhelyezkedő, „megjelölt” vízcseccék legnagyobb része nem hagyja el a sarkantyúk közötti területet, kivéve azok, amelyek kezdőpozíciójukkal már a visszaforgáson kívül esnek. Ezek vékony részecskefonalat alkotva sodródnak a főáramlás irányába, végig hullámozva a többi sarkantyú fejénél, de nem kikerülve a főáramlás széléből.

Drámaian megváltozik a helyzet, ha az áramképet változni engedjük a tolatmány elvonulásának erejéig. A 13. ábra képkockáin az elhaladás egy-egy jellegzetes fázisában mutatjuk be a részecskekövetés eredményeit, összehasonlítva a hajó nélküli (fe-

kete részecskék) és a hajós esetet (piros részecskék). A képeken a főáramlás jobbról balra tart.

A legkorábbi fázist mutató első képen (13a. ábra) az látható, ahogy a hajó közeledik a részecskecsóva felé, a követett részecskék – mivel az áramlási mező kissé eltér a hajómentes esettől – az alvízi sarkantyú kikerülése után másképpen sodródnak. Ahogy aztán a hajó továbbhalad (13b. ábra), egy hullámminta alakul ki a piros részecskék pályájában. Megfigyelhetjük, hogy a részecskék által bejárt útvonal kezd jelentősen eltávolodni a permanens, hajó által nem zavart esettől. Különösen igaz ez a sarkantyúk közötti visszarámlási zónába kerülő részecskékre, amelyek itt már látványosan elmaradnak a fősodorból utazó jelzőanyagtól. Újabb 100 s elteltével (13c. ábra) a piros részecskék aztán kirajzolják azt az örvényt, amit a felvízi sarkantyúnál a kiindulási tartományban is megfigyelhettünk. Kiemelendő, hogy ebbe az örvénybe azonban a hajó nélküli esetben követett fekete részecskék nem jutottak be, hanem azt kikerülve sodródtak tovább. Azok a részecskék, amelyek bekerülnek egy ilyen örvénybe – a kiindulási tartomány jellegzetessége alapján –, hosszú ideig nem hagyják el azt. A tolatmány elvonulása tehát mintegy csapdaként visszatartotta a részecskék egy részének együttes sodródását, elősegítve ezzel a részecskefelhő szétszakadását, hosszabb távon tekintve hatékonyabb elkeveredését. Fontos megfigyelés, hogy a sodródás későbbi fázisában, amikor a hajó permanens áramlást megzavaró hatása már elcsendesült, jellegükben a piros részecskék is követik a fekete részecskék által bejárt utat, aminek eredményeként további alvízi sarkantyúk orra mögötti örvényekbe már nem kerülnek be. Ezt illusztrálja az utolsó bemutatott képkocka (13d. ábra), ahol is látható, hogy a piros részecskék alkotta kacsok a sodródás során elszenvedett nyújtásoknak és hajtogatásoknak köszönhetően sokkal „szellősebb” szerkezetűek, mint a fekete részecskehalmazokban.

## Örvénydinamika és kaotikus elkeveredés folyami áramlásokban

A valóságban persze nem tudunk ilyen „steril” feltételeket teremteni, ám a valóságot egyszerűsítetten leképző modellekből nyert új ismeretek elősegítik a jelenségek lényegének és kiváltó okainak jobb megértését. Az innen merített ötletek aztán a terepi mérések hatékonyabb tervezését és a mért eredmények valósághoz közelebbi vívő értelmezését szolgálják.

### Összefoglalás

A bemutatott eredmények alátámasztják azt az elképzelést, amely a folyami áramlásokat számos helyen jellemző örvénydinamikára valamint az abból eredő kaotikus elkeveredésre irányuló kutatásokat elindította. A jelenségek helyszíni detektálása és a hagyományos szemlélettől elszakadni képes értelmezése a munkához jó kiindulási alapként szolgált, de számszerűsítésre és általános következtetések levonására nem adott módot. A folyamatok részletes feltáráshoz és jobb megértéséhez finom térbeli felbontású numerikus áramlásmodellezési és anyagközpontú, részecskekövető elkeveredés-vizsgálatok bizonyultak alkalmas eszközöknek. Munkánk során olyan elemzési módszereket használtunk, amelyek önmagukban ugyan algoritmikusan nagyon egyszerűek, mégis gyakorlati alkalmazásuk a nagy számítási igényük miatt a legutóbbi időig nem voltak lehetségesek. A folyóvizekben végbemenő elkeveredés ilyen vizsgálata hozzájárul ahhoz, hogy olyan jelenségeket – például a felszínen sodródó szennyezések eloszlásában kialakuló fonalas struktúrákat – tudjunk megmagyarázni, amelyekkel a természetben gyakran találkozunk, azonban leírásukra a hagyományos, diffúzió-szemléletű megközelítési módok nem alkalmasak. Megmutattuk tehát, hogy a részecskék sodródása folyamokban kaotikus. A káosznak ugyanez a fajtája jellemzi a következő

cikkben tárgyalt keveredést a tavakban, de a vértetek és a plankton sodródását (ahogy Károlyi György írása bemutatja) és a vulkáni hamu vagy egyéb szennyezések légköri terjedését is (mint azt Haszpra Tímea írásából megtudhatjuk).

Eredményeink a jövőben hozzájárulhatnak folyóvízi szennyezések levonulásának eddigieknél pontosabb előrejelzéséhez főleg olyan, örvények dominálta részeken, mint a folyók találkozása vagy a sarkantyúkkal szabályozott szakaszok. Utóbbiakra több oldalról is bemutattuk, hogy hogyan befolyásolják az elkeveredés ütemét. Egyrészt a sarkantyúk mögötti visszaáramlási zónának köszönhetően a szennyezések csapdázódását és ezen keresztül az anyag feldúsulását, másrészt a környezetükben kialakuló, térben és időben egyaránt változó, örvénylő áramlási zónák hatására létrejövő kaotikus sodródás a szennyezés nagyon gyors, bár egyenlőtlen szétszóródását, végső soron hatékony hígulását okozhatja.

Kutatásunk során igyekszünk annak a „valódiabb rendnek” a megismerését szem előtt tartani, amelyről Ottlik Géza így ír az *Iskola a határon* című regényében: „...mert valamilyen rend mindig ráerőszakolja magát a rendezetlen dolgokra, s talán éppen a lényege sikkasztja el: a rendezetlen dolgok még ismeretlen, valódiabb rendjét.”

### IRODALOM

- [1] Baranya S., Józsa J. (2007): *Numerical and laboratory investigation of the hydrodynamic complexity of a river confluence*. Periodica Polytechnica – Civil Engineering, 51(1), 3–8.
- [2] Baranya S., Olsen N. R. B., Stoesser T., Sturm T. W. (2012): *Three-dimensional RANS modelling of flow around circular piers using nested grids*. Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics, 6(4), 648–662.
- [3] Pattanyús-Abrahám M., Tél, T., Krámer T., Józsa, J. (2008): *Mixing properties of a shallow basin due to wind-induced chaotic flow*. Advances in Water Resources 31, 525–534.
- [A] Tél Tamás (1996): *Káosz egy csésze kávéban. Fraktál sodródási mintázatok áramlásokban*. Természet Világa 127, 386–390.

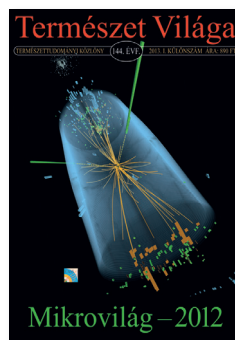
## A Természet Világa különszámjai



Feltárul a Világegyetem (2010) Ára: 700 Ft



Emberközvetben a fizika KFKI-60 (2011) Ára: 690 Ft



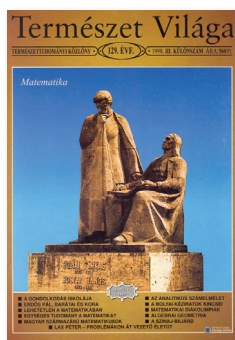
Mikrovilág – 2012 Ára: 890 Ft

### Még megvásárolhatók

A különszámok korlátozott példányban megrendelhetők a Kiadónknál, a Tudományos Ismeretterjesztő Társulatnál

1088 Budapest,  
Bródy Sándor utca 16.  
Telefon: 327-8965  
fax: 327-8969  
e-mail: titlap@telc.hu

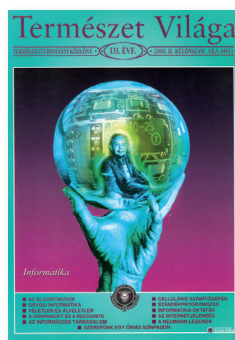
Már csak a könyvtárakban hozzáférhető különszámaink



Matematika (1998)



Mikrovilág (2000)



Informatika (2000)



A magyarországi fizika kultúrtörténete (2002)

KRÁMER TAMÁS–JÓZSA JÁNOS

# Sekély tavak szél keltette áramlásai

## Kaotikus elkeveredéshez vezető tér- és időstruktúrák

**A** Balatonról készült űrfelvételen (1. ábra) az infravörös tartományban meglehetősen összetett mintázat figyelhető meg, ami a tóvíz egyenlőtlen zavarosságából következik. Mi rendezi a zavaros és az átlátszóbb vizeket ilyen szálás, kacsos mintázatba?

Az űrfelvételen világosan megjelenő területek magas lebegtetett üledéktartalomra utalnak. Noha a Balatonba ömlő patakok a felhőszakadások során lökésszerű üledékforrást jelentenek, és hosszabb távon a tó feltöltődéséhez vezetnek, a zavarosság ideiglenes, nagytérségi megjelenéséért nem a vízfolyások pontbeli ho-



1. ábra. A Balaton zavarossága infravörösben a Landsat űrfelvételén, viharos időszakban

zama, hanem elsősorban a tófenékről felkeveredő üledék a felelős. Jól tudjuk, hogy csak kellően erős turbulencia és azt kísérő vízmozgás- és nyomáslüktetés képes az iszap- és homokszemcséket elragadni a mederfelszínről és olyan mértékben fölkeverni, hogy a zavarosságot a vízfelszín közelében is meg lehessen figyelni. Szembetűnő, hogy az űrfelvételen a déli part mentén zavarosabb a víz. Mivel a felvétel novemberben, ÉNy-i viharos időszakot követően készült, így kizárhatjuk a strandolók hatását: a turbulencia keletkezését a hullámmáson és áramláson keresztül a szél közvetett hatásához kell kötnünk. A víztestbe felkeveredett üledéket aztán a tó áramlásai továbbviszik, és elkeverik a szomszédos vizekkel. Ahogyan látni fogjuk, a Balatonhoz hasonló sekély tavakban a vízszintes forgó, kerengő áramlások, a vízszinklindulás és a vízlevegő együttes hatásával magyarázható a tóléptékű szálás struktúrák kialakulása. Megjegyezzük, hogy cikkünk – Zsugyel Márton és szerzőtársai ugyanezen számban a folyami elkeveredési jelenségekről írt cikkével ellentétben – elsősorban nem az elkeveredés részletes kaoszelméleti elemzésével, hanem sekély tavak szél keltette áramlásaiban a kaotikus elkeveredéshez vezető tér- és időstruktúrákkal foglalkozik.

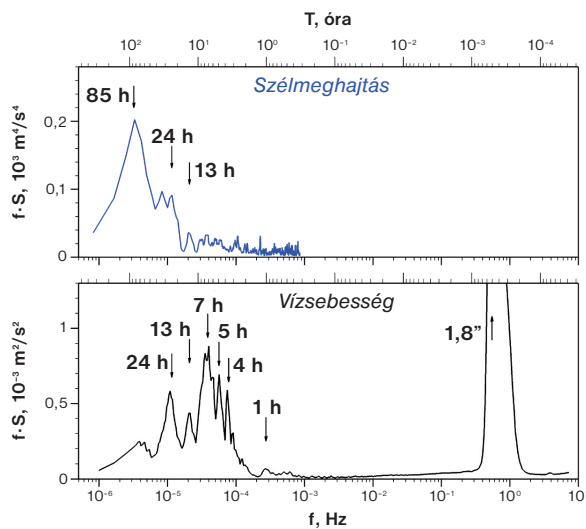
### Szél keltette vízmozgások széles palettája

A tavi vízmozgás széles tér- és időbeli spektrumot ölel fel, és sokrétű kapcsolatban van a széllal. A vízmozgás legfinomabb skáláin találjuk a vízmolekulák hőmozgását. A részecskék véletlenszerű, de mikroszkopikus pályán bolyonganak, így az ebből fakadó molekuláris diffúzió nagyobb térléptékben nem kever el hatékonyan. A skála másik végén pedig az öböl- és tóléptékű vízmozgások helyezkednek el, amelyekben már erősen érvényesül a gerjesztő szél változékonysága. E két szélső lépték közötti spektrumot folyamatosan kitöltik a vízmozgás különböző összetevői. Ahogy a finomabbtól a nagyobb méretekig haladunk, úgy érvényesül fokozatosan a nehézségi erőter, és ezekben a sekély vizekben úgy válik a mindenirányú, háromdimenziós mozgás egyre inkább vízszintessé [1].

Második nagy tavunkat, a Fertőt véve példaként, az ottani szél- és áramlásméréseink feldolgozásával szemléltethető, hogy egy sekély tóban hogyan oszlik meg a tó mozgási energiája a különböző időskálájú mozgásai között. A Püspök-sziget keleti oldalán, az északi és déli medencét összekötő szűkületben akusztikus anemométerrel és szintén akusztikus áramlásmérő műszerekkel több héten át, nagy időfelbontással rögzítettük a sebességvektorok idősorait. Az idősorokat az 1/8 másodperctől a 11 napig terjedő periódusidejű, sok ezer periodikus összetevőre bontottuk fel. Az ún. energiaspektrumon ezeknek a sebesség-összetevőknek a mozgási energiáját jelenítjük meg a frekvencia és a periódusidő függvényében (2. ábra). Az alsó keret a vízsebesség, a felső pedig a négyzetes szélesebesség spektrumát mutatja. (Miért emeljük négyzetre a szélesebességet? Azért, mert a turbulens áramlással körüláramlott járművek légellenállásához hasonlóan a tófelszínre ható szélesúzatófeszültség és ezen keresztül a légtérből a víztestbe való mozgásmennyiség-bevitel a szélesebességnek közelítően a második hatványával arányos.) A vízszintes tengelyek logaritmikusak, így a szomszédos beosztásaik között tízszeres a viszony. Ahhoz, hogy a görbék alatti terület a logaritmikus beosztás ellenére is érzékeltesse a teljes energiát, a 2. ábrán az ún. varianciamegtartó energiaspektrumokat szerkesztettük meg, amelyek az energiasűrűség és a frekvencia szorzatát ábrázolják.

Az alsó görbe lomhán változó, azaz alacsony frekvenciájú végén kiemelkedik a 24 órás periódusidejű ingadozás, amely a szárazföld, a Fertő víz borította nádasa és a nyílt tó egyenlőtlen fölmelegedéséhez köthető ebben a kora nyári mérési időszakban. Tudvalevő, hogy ez a hőmérséklet-különbség idézi elő a vízi sportolók által kedvelt, szabályos napi ismétlődésű termikus szeleket, valamint a tó és a nádás közötti vízszintes sűrűségi áramlásokat. A szélmeghajtás energiaspektrumában történetesen nem jelenik meg ilyen nyomatókusan a napi széljárás.

A szél hatására öböl méretű vízszintes köröző áramlások rendszere fejlődik ki. Állandósult szél esetén a forgó víztest széllal együtt haladó ága jellemzően a sekélyebb vagy a szélnek jobban kitett tórészekre esik, a visszatérő áramlás pedig a mélyebb vagy szél-



2. ábra. Fertő-tavi áramlás (alsó keret) és szélmeghajtás (felső keret) energiájának varianciamegtartó eloszlása a frekvencia (alsó tengelyek) és a periódusidő (felső tengelyek) szerint

védettebb területeken alakul ki. Erre a vízszintes, teljes mélységre kiterjedő áramképre ráakadódik egy függőleges síkban átforduló, szállítószalagszerű áramlás is, amely a felszínhez közel a széllel együtt halad és a szél alatti parton alábukik. Sekély tavakban a vízben oldott tápanyagok, a lebegő iszapszemcsék nagy távolságot a vízszintes forgókkal képesek megtenni, míg az átforduló áramlások gyengébbek, a mélység mentén sebességegyenlőtlen-séget létrehozva elsősorban diszperziós hatásúak. A szél változásaihoz igazodva a tó vízszintes áramképe is átrendeződik, de ezt a tehetetlensége folytán késleltetéssel és csillapítva teszi, aminek eredményeképpen a forgóknak folyamatosan változó, bonyolult mintázata jön létre. A Fertőben a forgók tehetetlenségét óránál hosszabb időléptékekkel jellemezhetjük, ami fölött a mozgási energiájuk spektruma szorosan tükrözi a szélmeghajtását. Valóban, jól megfigyelhető ez az energiasűrűség csúcsainak egybeesésén a 4 órás és az ennél hosszabb periódusidőknél. Sekély tavaktól kezdve a köröző áramlásainak időbeli kifejlődéséről, a vízszintes és függőleges síkú forgók viszonyáról bővebben olvasható pl. a [2] hivatkozásban.

Jóllehet alacsonyabb energiasűrűséggel, de a szélesebb frekvenciasáv miatt mégis nagyobb összenergiával jelenik meg a vízsebesség 7–8 órás periódusú összetevője. Ez a mozgás azzal függ össze, hogy tartósabb szél hatására az eredetileg vízszintes vízfelszín kilendül, és ezzel együtt a víztömeg súlypontja elmozdul a szél irányába, a szél elálltával pedig fokozatosan visszatér az eredeti nyugalmi helyzetébe. A műszerünkkel a Fertőt két nagy medencére tagoló szűkületben mértük az ábrán feldolgozott áramlási sebességet, így tehát el is várhattuk, hogy a spektrumban érzékenyen kimutatható a vízfelszín szél okozta kilendülése, amelyet a szűkület korlátozott vízszállító képessége ráadásul el is nyújt időben.

Ha megerősödik, gyengül, vagy akár csak irányt változtat a szél, az egy új egyensúly irányába téríti ki a víztömeget, miközben az előző egyensúly periodikus csillapodással tűnik el belőlük. Így a heves szélváltozások hatására olyan periodikus állóhullámok keletkeznek, amelyek az ellentétes tópartok között, többé-kevésbé a szél tengelyében oda-vissza verődnek. Ezt hívjuk vízlengésnek [3]. Általában az adatainkban az egy csomópontú vízlengés jelenik meg leghangszúlyosabban, mert a több csomópontú ún. felharmonikusok gyorsabban csillapodnak, és hamar elvesznek a többi hullám „zajában”. A vízlengés periódusidejét egyszerűen meg tudjuk becsülni. Az egy csomóponttal lengő vízfelszín hullámhossza a tó (szélirányban vett) hosszának kétszeresét teszi ki, és mi-

vel ez több nagyságrenddel nagyobb a  $h$  vízmélységnél, ezért a felszíni hullám terjedési sebessége a tengeri szökőáraknak köszönhetően sokak által ismert  $(gh)^{1/2}$  összefüggéssel közelíthető, ahol  $g$  a nehézségi gyorsulás. Ha a Fertő átlagos vízmélységét  $h = 1,1$  m-rel vesszük föl, akkor a hullám sebességére  $(9,8 \cdot 1,1)^{1/2} = 3,3$  m/s adódik. A nagyobb, északi medence hossza  $\sim 24$  km, a két medence együttes hossza pedig  $\sim 30$  km, az ezekhez tartozó hosszirányú vízlengés tehát 48, ill. 60 km-es hullámhosszal jellemezhető. Ezeket osztva az előbb becsült terjedési sebességgel megkapjuk a periódusidőt, azaz 4, ill. 5 órát. Ha visszatekintünk a 2. ábrára, akkor ezek a csúcsok jól elkülöníthetők a spektrumon. A gyakori É-ÉNy-i és D-DK-i szélirányok mellett a tó keresztirányban, 5–7,5 km-es szélességben leng, az ehhez tartozó 50–75 perces csúcs is megjelenik a spektrumban, de jóval alacsonyabb energiatartalommal.

Mélyebb tavakban (mint például a Mondsee vagy a Bodeni-tó) és tározókban a mi sekély tavainkhoz képest az a fő különbség, hogy a szeles időszakokban is megmarad a hőmérsékleti rétegződés, és a vízfelszín mozgása mellett a felső kisebb, és az alsó nagyobb sűrűségű vízrétegeket elválasztó belső határfelület is képes lengésbe kerülni. Így a sekély Fertőben vagy a Balatonban ennek az ún. belső tölengésnek nem várjuk a megnyilvánulását, és zárt, nem nagy medencejellegűk miatt az árapályjelenségnek sem.

A fenti, strukturált vízmozgások folyamatosan energiát szolgáltatnak a finomabb léptékű vízmozgásoknak, és ez az energiaátvitel a frekvenciával fokozatosan csökkenő energiasűrűséggel jellemezhető. A hazai tavainkon a 0,5–1 Hz közötti frekvenciasávban azonban megjelenik a hullámzás energiacúcsa, mégpedig igen jelentős energiatartalommal. A 2. ábrán ennek az energiatartalomnak a súlypontja az 1,8 másodperces periódusidőnél található. (Mivel a lassabb mozgásösszetevőkhöz igazítottuk a függőleges tengely felső határát, így az  $5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}^2$  energiacúcs túlnyúlik az ábrán.) A vízlengéssel szemben a hullámzás nem álló, hanem haladó hullám, ugyanis a hullámgerinc (ahogy a hullámvölgy is) meghatározott irányban terjed. A hullámzó vízfelszín alakját a terjedés irányában harmonikus függvénnyel is közelíthetjük. A hullámzás hatására a felszín alatti vízrétegek is mozgásba jönnek: közel zárt, ellipszis alakú pályát írnak le. A felszíntől lefelé haladva zsugorodnak a pályák, és csak a sekély tórétegen éri említésre méltó hullámhatás a mederfelszínt. A valós hullámzás ennél persze összetettebb, mivel különböző frekvenciájú és irányú harmonikus összetevőből áll, és ezek együttesen, véletlenszerű fázisban halmozódva alakítják a víz mozgását. A periodikus hullámzás azonban nem képes a töléptékű elkeverésre, holott a mozgásienergia-tartalma a nagyobb áramlási struktúrákéhoz mérhető. A Balatonban mellesleg azért alkalmas a zavarosság ezeknek a struktúráknak a megjelenítésére, mert az üledék felkeveredése a hullámzásnak kitett parti sávra korlátozódik, és ezáltal követhető a csóvák behatolása a mélyebb, tehát átlátszóbb tórétegekbe.

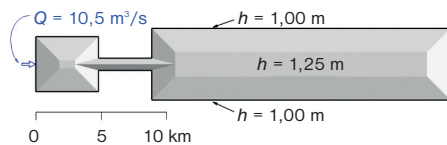
### Számítógéppel modellezett elkeveredési mintázat egy tagolt tóban

A következőkben számítógépes szimulációt hívunk segítségül ahhoz, hogy a szél okozta, nagyobb léptékű tavi elkeveredés tér- és időbeli részleteit egyszerre vizsgálhassuk – erre ugyanis a pontbeli terepi mérések és a távoli, pillanatokat megőrkítő távérzékelési eljárások nem adnak lehetőséget. Leegyszerűsítjük a modellezési feladatot, de csak annyira, hogy a valós tavakban meghatározó vízmozgások hasonló módon létrejöhhessenek a mesterséges tavunkban is, amelyet a Fertő ihletett.

A modelltavat két téglalap alakú medence alkotja (3. ábra): a nyugati mérete  $\sim 4 \times 5$  km, a keleté  $\sim 5 \times 23$  km, és ezeket egy  $\sim 1$  km széles és  $\sim 4$  km hosszú szűkület köti össze. A part mentén a nyugalmi vízmélység 1 m, a medencék és a csatorna közepén a meder fokozatosan 1,25 m-re mélyül. Azt várjuk a szűkülettől,

hogy összetette teszi a vízlengés és a vízszín-kilendülés időbeli dinamikáját, hasonlóan a Fertő, a Balaton vagy a Tisza-tó medertagoltságához. A tavat a Fertő partján mért szél-időssorral hajtjuk meg, így elérjük, hogy a légköri külső gerjesztésnek valós energiaspektroma legyen. Azt is figyelembe vesszük, hogy a szél felőli parttól távolodva a tófelszín fölött a gerjesztés fokozatosan megerősödik, a szélmeghajtást ennek megfelelően vízszintes síkban is egyenlőtlené tesszük [4].

Az elkeveredést nem a viharok során felkeveredő iszappal, hanem a tó nyugati medencéjébe kis hozammal, folyamatosan beeresztett jelzőanyaggal érzékeljük. Mellesleg a numerikus szimuláció egyik előnye a terepi mérésekkel szemben, hogy nem jelent problémát olyan jelzőanyag alkalmazása, amely garantáltan nem ülepedik ki, nem bomlik le, és nincs káros hatással a természetes környezetre. Több hónapos időszak vízáramlásait és jelzőanyag-mozgását modellezünk a tavat sűrű rácshálóval lefedő számítási eljárással. Az egyszerűség érdekében minden számított áramlási jellemző mélységátlagolt, azaz a modellünk nem veszi figyelembe a mélység menti eloszlás egyenlőtlenségeit. Lássuk,



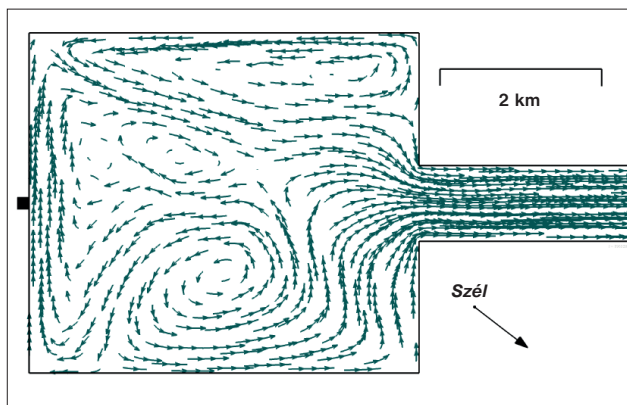
3. ábra. A modellő helyszínrajzi vázlata a mélységeloszlás (h) és a beeresztés helyének (Q) érzékeltesével

hogy ez elég-e a balatoni zavarosságban megfigyelt szálás mintázat reprodukálásához!

Egy jellemző áramkép (4. ábra) áramlási vonalainak serege azokat a rövid pályákat mutatja, amelyeket a véletlenszerűen kiosztott jelzőpontok 3 óra alatt bejárnának akkor, ha ebben a pillanatnyi állapotában rögzítenénk a sebességmezőt. A vonalakon az áramlás irányát is jelöltük. A kisebb tömedencében az adott pillanatban három forgó ismerhető fel, amelyek fogaskerekéhez hasonlóan a szomszédjaikkal ellentétes irányban forognak. Habár a szél energiájának csak a töredéke jelenik meg az általa keltett tavi áramlásokban, ez is tetemes távolságra és maradandóan képes vízszintesen elmozdítani a víztömegeket. Ezen az áramképen természetesen nemcsak a forgók jelennek meg, hanem azoktól szétválászatlanul a kilendüléshez és a vízlengéshez köthető sebességkomponensek hatása is.

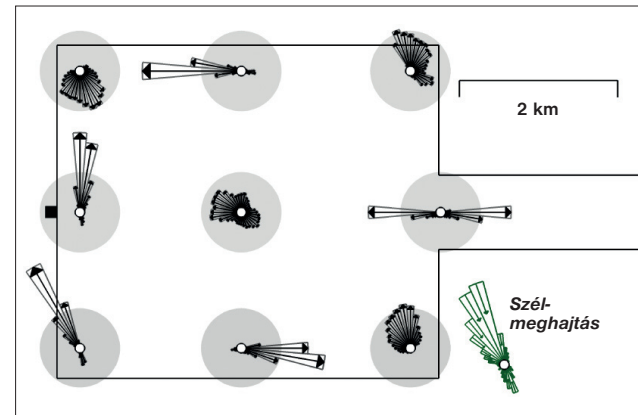
Mielőtt a jelzőanyag elkeveredésére rátérünk, nézzük meg, hogy egy adott, száznapos időszak alatt milyen eloszlást mutat az áramlás! A medence kilenc pontjában megszerkesztettük az áramlás

4. ábra. Pillanatnyi áramkép ÉNy-i szél hatására a modellő nyugati medencéjében



irányának gyakorisági kördiagramját (5. ábra). Ezekon a kördiagramokon a kört egyenletesen 36 körcikkre osztottuk fel, és az egyes körcikkeket azzal arányos sugárral rajzoljuk meg, hogy milyen gyakorisággal haladt az áramlás az adott irányban a szimuláció során. A gyakoriságokat a sebességgel súlyozzuk, ennél fogva azokat az irányokat emeljük ki, amelyekben gyakran és egyúttal nagy sebességgel áramlott a víz az adott pontban. A szélmeghajtás jobb alsó sarokban látható kördiagramjával (ami mellesleg nem más, mint a szélesebb négyzetével súlyozott szélrózsa) összevetve megállapítható, hogy a tavi áramlások iránya a szél irányától függetlenül alakul, és meglehetősen változékony a vizsgált medencén belül. Az kézenfekvő, hogy egy meredek tópart tereli az áramlást, de a tó alakja, mederdomborzata a parttól távolabb is erőteljesen befolyásolja az áramlás irányát. Azt várjuk, hogy a medencének a vízlengés és a kilendülés uralta bizonyos részein az ellentétes áramlási irányok azonos gyakorisággal szerepeljenek. Az olyan pontokban pedig, amelyekben gyakran halad át a vízszintes forgók peremzónája, a gyakorisági ábra legyen aszimmetrikus.

Látjuk, hogy a szűkület szájában a vízlengés és a kilendülés a meghatározó, vízszintes forgók megerősödéséhez nem elég széles a szűkület. Az áramlást itt részben közvetetten kelti a szél: a két medence felszínének kimozdulása vízszintkülönbséget idéz elő a szűkület két végében, ami áramlást kényszerít ki az alacsonyabb vízszint felé, akárcsak a folyókban. A vízlengés periodikus, a víz-



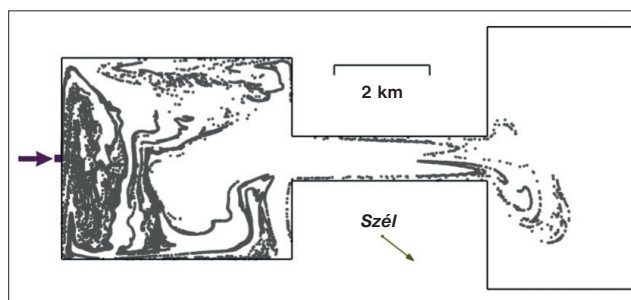
5. ábra. Jellemző tavi pontok szél keltette áramlásainak és a szélmeghajtás iránygyakoriságának megoszlása, a sebesség szerint súlyozva

szín kilendülése pedig aperiodikus, de közös bennük az, hogy egy egyensúlyi állapot körül ingadoznak, és így nem eredményeznek tartós áthelyeződést.

A szűkülettől távolabbi pontokban viszont a forgók határozzák meg az áramlás irányát. Utólag igazoltuk, hogy a 4. ábrán látott sebességmező valóban jellemzőnek mondható, hiszen mind a kilenc pontban éppen a leggyakoribbnak talált irányba tart az áramlás. Elsősorban az É-ÉNy-i, másodsorban a D-DK-i irány felől érkeznek az erős szelek, és ez az egyenlőtlen gyakoriság az oka annak, hogy a forgók iránya nem követi a medence szimmetriáját. A szélmeghajtás és a vízmélység változó területi eloszlása (pontosabban az azokból eredő, egységnyi víztömegre jutó csavarónyomaték) olyan forgókat kényszerít ki a két leggyakoribb, egymással ellentétes széliránynál, amelyek a partok mentén történetesen azonos irányúak.

Rátérve immár az elkeveredésre: a jelzőanyagot a nyugati part felezőpontjában, folyamatosan eresztjük a tóba. Megtehetnénk, hogy a folytonos jelzőanyag-csóva koncentrációjának változását modellezzük az áramlási mező rácshálóján, de ez gazdaságtalanul finom térfelbontást igényelne ahhoz, hogy vékony sávok mintázatok egyáltalán megjeleníthetők legyenek rajta. Ehelyett az ilyen elkeveredési vizsgálatok szokásos eljárását követjük: a csóvát véges

## Sekély tavak szél keltette áramlásai



6. ábra. A jelzőanyag a 23. napon megjelenik a keleti medencében

számú tömegponttal közelítjük, és ezeknek a pontoknak a rácshálón már meghatározott áramlási mezőn való sodródását írjuk le.

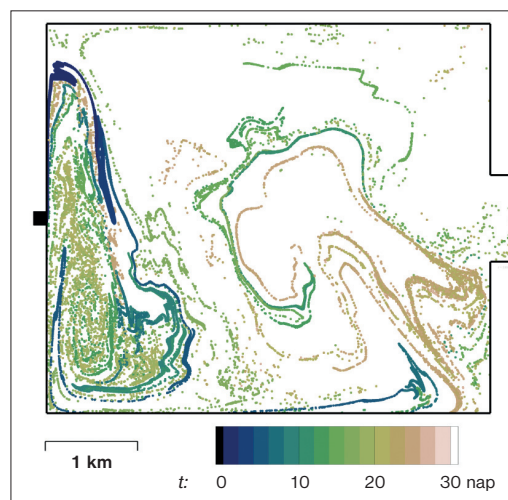
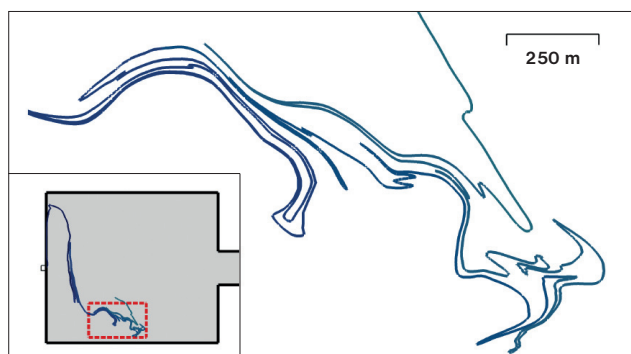
Az imént tapasztaltuk, hogy az áramlás többnyire észak felé fogja sodorni a csóvát, eleinte a parttal párhuzamosan. Ez így is lesz, és mivel ott az áramlás egy medenceléptékű forgó része, később a jelzőanyagot eljuttatja a déli parthoz is (6. ábra). Mivel a forgók szerkezete folyamatosan változik, a jelzőanyaggal a medence jelentős részét betérítik. A szűkületben a jelzőanyag a vízszin kilendülés (és kisebb mértékben a vízlengés) keltette áramlásokkal sodródva „dugattyúmozgást” végez.

Erős és tartós szél esetén a jelzőanyag átkerülhet a túlsó, keleti tómedencébe (éppen ez a pillanat látszik a 6. ábrán), de csak kis esélye van arra, hogy ott is marad, mert a felszín visszalendülése végül mintegy visszazippantja a szűkületbe. A keleti medencében forgók is vannak, azok viszont nem fordulnak meg a visszalendülés alatt. Ha elég sokáig tart a kilendült állapot, akkor ezek a forgók képesek a szűkülettől messze elszállítani a jelzőanyagot és így az tartósan átkerül a keleti medencébe.

Kisebb mértékben egy további, aszimmetrikus jelenség is hozzájárul a medencék közti vízcseréhez. A szűkületen való átáramlás ugyanis úgy lép be a medencébe, hogy nem terebélyesedik ki azonnal a medence teljes szélességére, hanem vízsgúrként leválik a szűkület sarkairól, és a sarkok mögött kétoldalt vízszintes forgókat kelt. Később, amikor visszalendül a tó és megfordul az áramlás, akkor a szűkületnek ugyanazon az oldalán már tölcészerűen egyben maradva, a partvonalat követve szűkül össze a sebességmező. Azért okoz mindez túléptékű vízcserét, mert olyan víztömegek is bekerülnek így a szűkületbe, amelyek nem épp előtte jöttek át rajta.

A legfontosabb megállapítás mégis az, hogy a 6. ábrán megmutatkozik a balatoni zavarosságmezőben talált szálas-kacsos struktúra. Ha kinagyítjuk a csóva mintegy 1,5 km-es részletét, akkor az szemmel láthatóan egy fraktál, azaz a görbe részletei különböző léptékben is hasonlóságot mutatnak egymással (7. ábra). (A fraktálokról l. Gruiz Márton keretezett írását.) A csóva cikk-

7. ábra. Az áramlás által sodort és összehajtogatott csóva részlete a 61. órában



8. ábra. A jelzőanyag tóbeli tartózkodási idejének megoszlása a nyugati medencében, a 28. napon

cakkos, kacsos hajtogatását a vízlengéshez köthetjük, a nagyobb irányváltozást pedig elsősorban a forgók deformáló hatásához. Rövid időközellel beeresztett két jelzőrészecske eleinte egymáshoz közel halad az áramlásban, hiszen alig van közöttük különbség a sebességmezőben. Hirtelen eltávolodnak azonban, ha éppen két külön forgóba kerülnek bele, amelyek pl. a partnak együtt futó ágaik szétválását mutató ún. torlópont elérése után az egyiket jobbra, a másikat balra sodorják tovább. A 4. ábrán a partok mentén több ilyen torlópontot, illetve az áramkép belsejében nulla sebességű, stagnációs pontot azonosíthatunk, amelyeknek a helye és a száma is változik időben, így a jelzőanyag-részecskék sokaságára igaz, hogy előbb vagy utóbb elérnek egy ilyen pontot. Az eredetileg közeli részecskéknek a fokozott, exponenciális távolodása a kaotikus elkeveredés egyik jellegzetessége, a jelzőanyag mintázata pedig gyakorlatilag az instabil sokaságot rajzolja ki. Az instabil sokaságról l. Zsugyel Márton és szerzőtársai keretezett írását, míg a sekély tavak kaotikus elkeveredésének elemzési eszközeiről pl. az [5] vagy [6] hivatkozásokat.

A kaotikus elkeveredés túléptékben képes hatékonyan elkeverni a jelzőanyagot a tó vizével. A 8. ábrán szembevetődő, ahogy a feltételező jelzőanyagszálak közé beekelődik a tó eredeti vize (ami fehérrel jelenik meg az ábrán). Ezen a részleten a csóva tömegpontjait aszerint színeztük, hogy mennyivel korábban kerültek a tóba, így arra is fény derül, hogy két, éppen szomszédos jelzőrészecske tartózkodási ideje között jelentős eltérés lehet.

Az elkeveredés káoszjellegéből az is következik, hogy a kezdeti állapotra és a jövőbeli körülményekre olyannyira érzékeny a csóva deformálódása, hogy a későbbi alakját nagy időelőnyvel fokozottan nehéz pontosan előrejelezni. ❄

### IRODALOM

- [1] D. M. Imboden (1998): *The motion of lake waters*. In: Lakes Handbook. Szerk.: P. O'Sullivan – C. Reynolds. Blackwell Science. 115–152.
- [2] G. Curto, J. Józsa, E. Napoli, T. Krámer, G. Lipari (2006): *Large scale circulations in shallow lakes*. In: Vorticity and turbulence effects in fluid structure interactions. Advances in Fluid Mechanics, 45. Szerk.: M. Brocchini – F. Trivellato. Wessex Institute of Technology Press, Southampton. 83–104.
- [3] Vincze M., Kozma P. (2007): *Tölcések a Balatonon, a fjordokban és a laboratóriumban*. Természet Világa 138, 547–549.
- [4] J. Józsa, B. Milici, E. Napoli (2007): *Numerical simulation of internal boundary-layer development and comparison with atmospheric data*. Boundary-Layer Meteorology 123, 159–175.
- [5] M. Pattantyús-Ábrahám, T. Tél, T. Krámer, J. Józsa (2008): *Mixing properties of a shallow basin due to wind-induced chaotic flow*. Advances in Water Resources 31, 525–534.
- [6] Pattantyús-Ábrahám M., Tél T., Krámer T., Józsa J. (2008): *A kaotikus advekcio vizsgálata sekély tavakban a klímaváltozás figyelembevételével*. Hidrológiai Közlemény 88, 40–46.

VINCZE MIKLÓS

# Légkör és óceán a laborasztalon

## Környezeti áramlási jelenségek vizsgálata a Kármán-laboratóriumban

**F**öldünk óceánjai és légköre komplex, csatolt áramlási rendszert alkotnak, melyben a részfolyamatok többszörösen visszahatnak önmagukra és egymásra, minden elképzelhető időskálán és mérettartományban. E bonyolult ok-okozati viszonyok szétválasztása embert próbáló, nem egyszer lehetetlen feladat elé állítja a kutatókat. Épp ezért rendkívül hasznos lenne, ha valamiképpen ellenőrzött körülmények közé kényszeríthetnénk „laborasztalra fektethetnénk” a légkör és az óceán nagyléptékű jelenségeit.

A természet szerencsére segítségünkre siet ebben: mint látni fogjuk, az áramlási hasonlóság elve lehetővé teszi, hogy a paraméterek gondos megválasztásával tényleges laborasztalokon, konyhai edényekkel összevethető nagyságú tartályokban tanulmányozhassuk a környezeti áramlási rendszerek (radikálisan leegyszerűsített, ám épp ezért nagyon tanulságos) ún. minimálmódelljeit.

Magyarországon az ELTE Kármán Tódor Környezeti Áramlások Laboratóriumában zajlanak ilyen kísérletek, s ezek, illetve a szerzőnek a Brandenburgi Műszaki Egyetemen (Cottbus, Németország) folytatott mérései képezik a jelen összefoglaló alapját.

### Laboratóriumi és/vagy számítógépes modellezés

Természetesen azonnal felvetődhet a kérdés: napjainkban, a virtuális valóság és a globális numerikus klímamodellek korában miben nyújthat többet vagy mást egy labor-kísérlet, mint egy számítógépes szimuláció? A számítógépes áramlási modellezés szükségképpen véges számú elemből építkezik: „rácsra teszi”, elemi dobozokra osztja a rendszert (ez a felosztás történhet a valós fizikai térben, de a dinamikai változók által kifeszített valamely absztrakt térben is), s a felbontás növelésével a programok futási ideje a legjobb esetben is hatványfüggvény szerint nő, mely mindenképpen a végtelenbe tart. Az áramlásokat leíró mozgásegyenletek azonban jellemzően nemlineárisak, azaz rendkívül érzékenyek a ki-

csiny lokális eltérésekre (ilyen rendszerekre számos példát találhatunk a jelen külön-számban), mégpedig úgy, hogy a kezdetben apró kiterjedésű zavarok az időben exponenciális ütemben „felfúvódnak”, s ilyen módon kapcsolatot teremtenek, információt juttatnak a kicsiny méretskálák jelenségei felől a nagy, globális léptékű folyamatokba. A véges térközű numerikus rács-on természetesen ilyen formán lehetetlen felbontani és hosszú távon követni a jelenségek egy számottevő részét. Erre is gondolhatott a Nobel-díjas fizikus, *Richard Feynman*, mikor így fakadt ki: „...*engem mindig meglehetősen zavart az a tény, hogy a törvények – legalábbis amennyire ma ismerjük őket – úgy írják le a természetet, hogy egy számítógép csak végtelen számú logikai lépésben számíthatja ki a jelenségek lefolyását a tér és az idő egy akármilyen piciny tartományában. Hogy mehet ez végbe egy parányi térrészben? Miért kell végtelen számú logikai művelet annak leírásához, hogy mi történik a tér és az idő egy kicsiny tartományában?*” [1] (Gajzágó Éva fordítása).

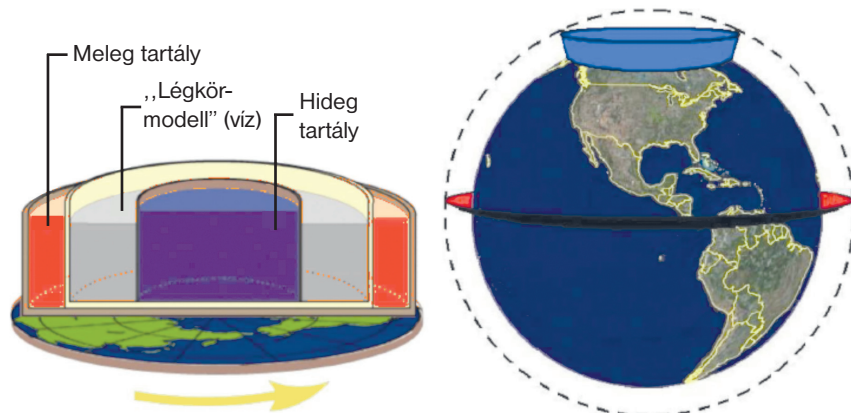
A laborkísérletekre tehát úgy is tekinthetünk, mint egyfajta analóg számítógépekre, melyek felbontása gyakorlatilag végtelen (habár mérési mintavételezésünk természetesen itt is mind térben, mind időben diszkrét), s melyek a mozgásegyenleteik ha-

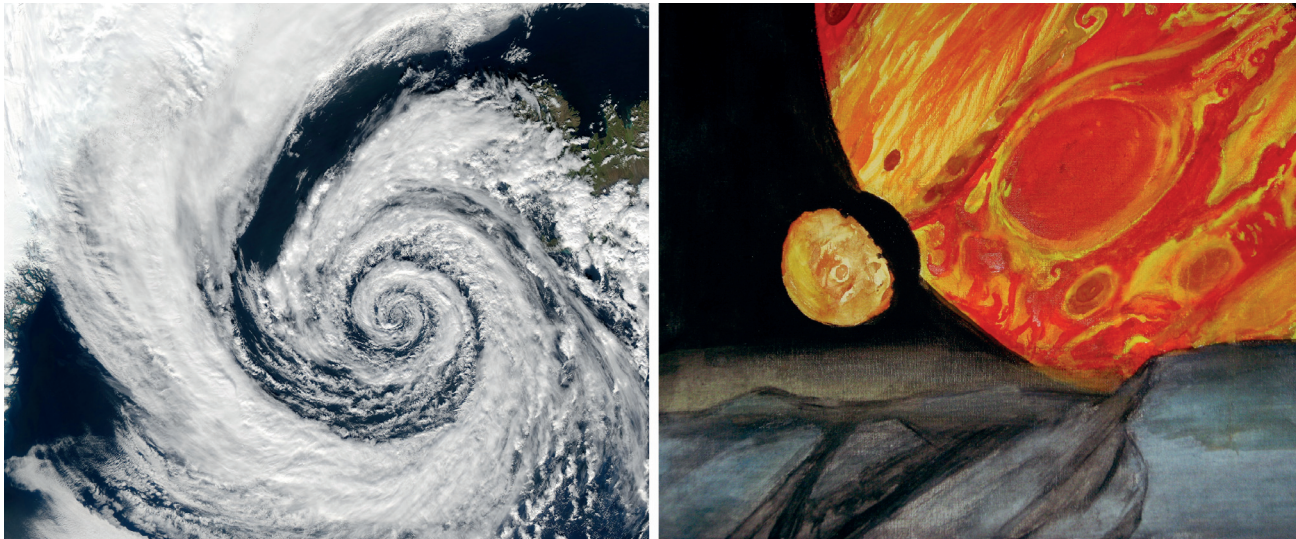
sonló alakja révén olyan „megoldásokat” eredményeznek, melyek tényleges környezeti áramlásoknak is megfeleltethetők.

Érdekes történeti adalék, hogy a XIX-XX. század fordulóján több neves tudós úgy vélte, hogy a laboratóriumi modellkísérletek jelentik majd a szolgálatszerű időjárás-előrejelzés jövőjét. 1907-es írásában *Cleveland Abbe* például amellet érvel, hogy ilyen „mechanikus integrátorokat” építsenek, a különböző vizsgálni kívánt földrajzi régiók részletes terepmodelljeivel [2].

Az ok, hogy ilyen modellek minden jel szerint sosem álltak üzembe, nem más, mint hogy minden jó tulajdonságuk ellenére az írás bevezetőjében említett komplexitásnak csak szűk aspektusai ragadhatók meg laboratóriumi kísérletekkel. Ha szerencsénk van, konstruálhatunk egy elrendezést, melyben a mozgásegyenletek egy része hasonló alakú (a szónak szigorú, áramlási értelmében véve – l. következő szakasz) a nagyskalás áramlásokéhoz, ám az teljességgel elképzelhetetlen, hogy minden lényeges egyenletet hasonlóvá tegyünk. Nem alkothatunk tehát „kis világokat”, melyben fúj a szél, süt a nap, esik az eső, forog a Föld, működik az óceáni vízkörzés és kavarognak az aeroszolok: mindezt kizárólag a számítógépes szimuláció teszi lehetővé, minden tökéletlenségével együtt. Így egészíti ki tehát egymást a kísérleti és nu-

1. ábra. A Fultz-féle kísérleti elrendezés felépítése (balra) és megfeleltetése a mérsékelt égöv légkörével (jobbra) [4]





2. ábra. Nagyléptékű örvények bolygó légkörökben. Balra egy tipikus mérsékelt övi ciklon (átmérőjük jellemzően 1000 km körüli) műholdfelvétele látható Izland partjainál (forrás: NASA). Jobbra pedig a szerző festménye a Jupiterről, ahogy azt az Europa hold felszínén állva megfigyelhetnénk. A bolygó légkörének legszembetűnőbb jelensége a Nagy Vörös Folt nevű anticiklon, melynek élettartama évszázadokban mérhető.

A Jupiter tányérjának szélénél az Io látható

merikus munka a környezeti áramlások és éghajlati rendszerünk dinamikájának kutatásában: előbbi „végtelen felbontású” minimálmodellek, utóbbi pedig véges felbontású, ám komplexebb globális modellek futtatását teszi lehetővé.

### Egy klasszikus kísérlet: a mérsékelt égvi időjárás minimálmodellje

Mind az oceanográfia, mind a meteorológia XX. századi fejlődésére nagy hatást gyakorolt az amerikai *David Fultz* munkássága, aki a Föld forgásával kapcsolatos nagyskalás légköri és óceáni jelenségek laboratóriumi modellezésének úttörője volt. Fultz 1949-ben számolt be elsőként mára klasszikussá vált kísérletéről [3], mellyel megdöbbentően pontosan demonstrálta a nagy kiterjedésű légörvények képződésének dinamikáját. A Fultz-féle elrendezést az 1. ábrán szemléltetjük. A szerkezet egy forgóasztalra szerelt kerek tartályból áll (a Kármán-labor tartályának átmérője: 40,6 cm), melyet jó hővezető képességű anyagokból készült koncentrikus hengerpalástok tagolnak. A legbelső hengerbe (melyet késsel jelöltünk az 1. ábrán) hideg folyadékot, például jeges vizet teszünk, a legkülső gyűrűszerű rekeszt (piros) pedig forró vízzel töltjük fel. Maga a „légkör-modell” a szobahőmérsékletű vizet tartalmazó (szürke) közbülső tartomány, melyet tehát két oldalról a belső és külső hőtartály hűt illetve fűt.

Amint az 1. ábra jobb oldalán láthatjuk, ez az elrendezés a mérsékelt égvi légkör karikatúrája, melyet a sarkvidéktől az Egyen-

lítő felé haladva szintén fokozatosan növekvő átlaghőmérséklet jellemez. Amennyiben Földünk nem forogna, a rendszer geometriai szimmetriájából kifolyólag az adott hőmérsékleti peremfeltételek észak-déli (vagy fordított) irányú áramlást indítanának be, azaz ilyen lenne az uralkodó szélirány. Ez az időjárás meglehetősen egyhangú, s ezért könnyen előre jelezhető volna. (Itt most jótékonyan hagyjuk figyelmen kívül érvelésünkben, hogy ha a Föld nem forogna, akkor egyik felén folytonos hideg éjszaka lenne, s ez valójában jócs-

kán módosítaná az említett peremfeltételeket, valamint hogy egy ilyen bolygón talán sosem alakultak volna ki meteorológusok, akik az időjárás egyszerűségéről elmélkedhetnének.)

Bolygónk azonban nagyon is forog, s ez megbontja a szimmetriát, összekuszálja a nagy léptékű áramlásokat. Az időjárás szempontjából legfontosabb változás, mely ezzel jár, a forgó vonatkoztatási rendszerekben mozgó testekre ható Coriolis-erő megjelenése. A jelenség megértéséhez képzeljünk el egy üveggolyót, melyet egy forgó

### 1. A termikus Rossby-szám

Hasonlóan a csöbéli áramlásokat jellemző Reynolds-számhoz, a hőmérsékletkülönbség-hajtotta forgatott áramlások esetében is megadható egy mértékegység nélküli mennyiség, mely számot ad az áramlás jellegéről. Ez az ún. termikus Rossby-szám (Carl Gustaf *Rossby* svéd–amerikai meteorológus után), mely két természetes sebesség-skála arányaként adható meg:  $Ro = (a \text{ hőmérsékletkülönbségekből adódó áramlások sebessége}) / (a \text{ rendszer forgásából adódó kerületi sebesség})$ .

A számlálóban álló sebességről (jelöljük  $U$ -val) tudható, hogy időegységre eső megváltozása a teljes  $\Delta T$  hőmérséklet-növekmény hosszegységre jutó részének nagyságával arányos, más szavakkal: ha a hőmérséklet-mező a térben „meredeken” változik, egyre gyorsabbak lesznek az áramlások. A rendszer természetes hosszúságegysége a Föld (vagy épp a Fultz-

féle elrendezés) sugara, jelöljük ezt  $R$ -rel; hasonlóan természetes időegység a forgás  $P$  periódusideje (a nap hossza). Ezekkel a mennyiségekkel és jelölésekkel az előző mondat így írható:  $U/P \sim \Delta T / R$ , azaz  $U$ -t kifejezve:  $U \sim \Delta T P / R$ .

A nevezőben szereplő kerületi sebesség (jele legyen  $V$ ) értéke a nap  $P$  hosszával fordított, a rendszer  $R$  sugarával pedig egyenes arányban nő, azaz:  $V \sim R/P$ . Látható tehát, hogy a  $Ro$  termikus Rossby-szám, mely a fentiek szerint  $U$  és  $V$  aránya, így alakul:

$$Ro = C \frac{\Delta T P^2}{R^2},$$

ahol  $C$  egy geometriai és fizikai paraméterektől (így pl. a gravitációs gyorsulás nagyságától és az áramló anyag térfogati hőtágulási együtthatójától) függő konstans.

felületen, mondjuk egy régi lemezjátszón pöckölgetünk súrlódásmentesen. Tegyük a golyót például a forgástengelyre, és adjunk neki egyetlen, sugárirányú kezdőlökést. Ennek hatására az elindul a lemez széle felé, s mivel súrlódás nem lép fel, egy külső szemlélő szerint egyenes vonalú egyenletes mozgást végezve halad (Newton I. törvénye értelmében), míg le nem pottyan a korong széléről. Ha azonban ugyanezt a jelenséget a lemezen ülve, azzal együtt forogva figyeljük meg, azt látnánk, hogy az üveggolyó, miközben távolodik tőlünk, egyre inkább eltérül a kezdeti pöccintés irányától (mégpedig a mi forgásunk irányával ellentétesen), s egy körív-darab alakú pályát ír le mielőtt leesik. Pontosan ugyanez történik a légkörben, illetve a forgatott Fultz-féle kísérletben is: az áramlást a Coriolis-erő elcsavarja, mégpedig az északi féltekén (ahol tehát a pólus fölött lebegve, egy inerciarendszerből letekintve az áramutató járásával ellentétes forgást látnánk) a mozgás mindenkori iránya szerint jobbra húzva, s ezzel körpályára kényszerítve azt. Ez a hatás felelős a felhőrendszerek műholdképekről jól ismert körkörös avagy spirális alakjáért [5], melyek közül kettőt a **2. ábrán** mutatunk be: egy földi ciklont, illetve a jelenleg ismert legnagyobb légörvényt, a Jupiter Nagy Vörös Foltját, melynek átmérője nagyobb, mint egész Földünké.

Az áramlatok Coriolis-erő okozta eltérülésének mértéke egyenesen arányos a mozgás sebességével és a rendszer forgásának szögsebességével, s értelemszerűen minél nagyobbak ezek, annál kisebb lesz a

kialakuló körpálya sugara (helyben vagyunk: a forgatás nélküli eset ugyanis eszerint végtelen pályasugarat, azaz egyenes vonalú mozgást eredményez, ahogy elvárjuk). Az áramlás jellemző sebességét az itt vizsgált rendszerekben az észak-déli – illetve a kísérletben sugárirányú – hőmérsékletkülönbség határozza meg. Ennek a sebességnek a forgás kerületi sebességéhez viszonyított értéke, a mértékegység nélküli *termikus Rossby-szám* (l. **1. blokkunkat**) egy olyan különleges paraméter, melyet, ha sikerül a forgatott laborkísérletekben úgy beállítanunk, hogy megegyezzen a légkörre (vagy éppen óceánra) kapott értékkel, joggal remélhetjük, hogy az ottani áramlásokéhoz hasonló áramlatokat láthatunk majd kísérletünkben. E merész állítás mögött az a szigorúan matematikai jellegű észrevétel áll, hogy a mozgásegyenletek számunkra „érdekes” részei (de mint említettük, sohasem minden része!) ilyen módon felírhatók *egyetlen* paraméter-kombináció függvényeként. Tehát sem a nap hossza, sem a bolygó kiterjedése, sem a hőmérsékletkülönbség nem determinálja önmagában az áramlás jellegét, hanem kizárólag ezek egy meghatározott aránya felelős a megfigyelt dinamikai viselkedésért. Ez az áramlástan hasonlóság elvének egy megnyilvánulása (l. *blokk*).

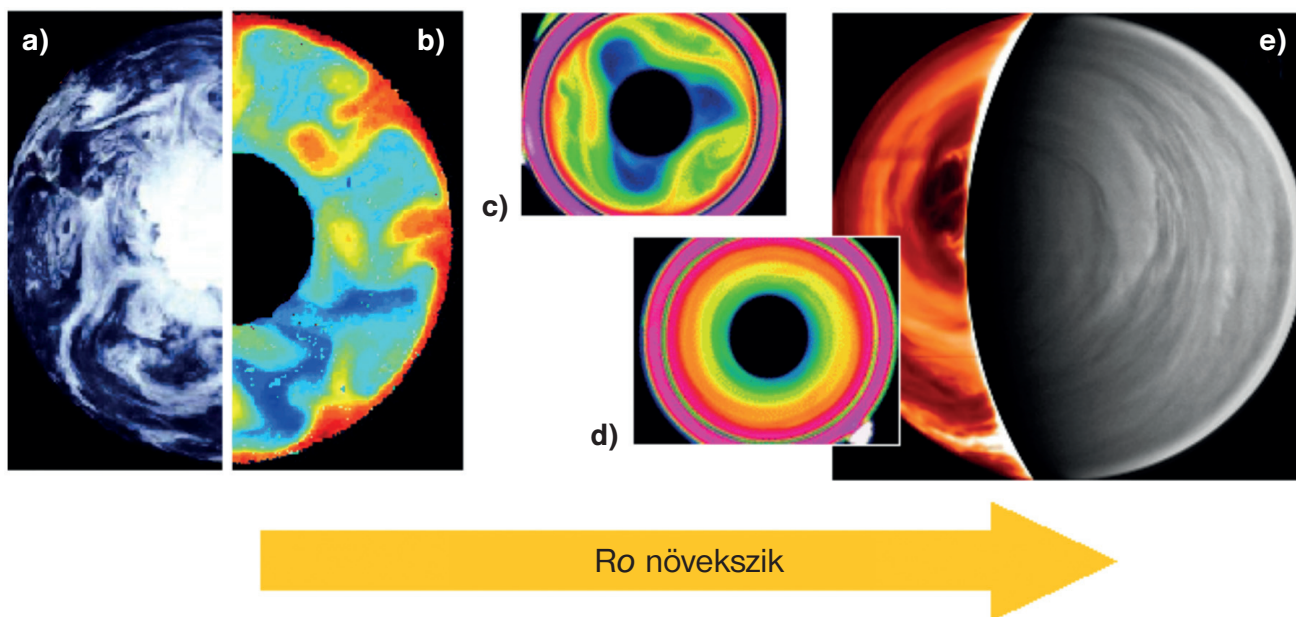
Amennyiben  $Ro$  értéke kicsiny (mely az áramlás sebességéhez képest gyors forgatás – kis  $P$ , azaz rövid nap – és/vagy kicsiny hőmérsékletkülönbség esetén állhat elő), a rendszer dinamikáját a Coriolis-erő hatása uralja. Ilyen, nehezen előrejelezhe-

tő viselkedést mutat Földünk légköre is, ahol a termikus Rossby-szám becsült értéke 0,01 nagyságrendű. A **3a. ábrán** egy műholdkép láthatunk, melyen a mérsékelt égövi felhőrendszer egy tipikus állapota látható a forgástengely irányából tekintve. A **3b. ábra** pedig egy, a kísérleti elrendezésünkről hőkamerával készült felvételt mutat, melyet a légkörrel nagyságrendileg megegyező termikus Rossby-szám beállítása után nyertünk. Mind a Föld, mind a kísérlet esetében szépen kirajzolódik, hogy szabálytalan örvények gyűrűznek a rendszerben, melyek a nagyobb kiterjedésű hőmérsékleti anomáliákat ölelik körül.

A kísérletben  $Ro$  értékét egy-két nagyságrenddel megnövelve (azaz fokozva a sugárirányú hőmérsékletkülönbséget, és/vagy csökkentve a forgás  $P$  periódusidejét) egy olyan áramlási fázisba jutunk, melyben a „modell-időjárás” változatos, ámde könnyen előrejelezhető. Ekkor a hőmérsékleteloszlást szabályos, állandó sebességgel körbehaladó hullámszerű anomáliák jellemzik.

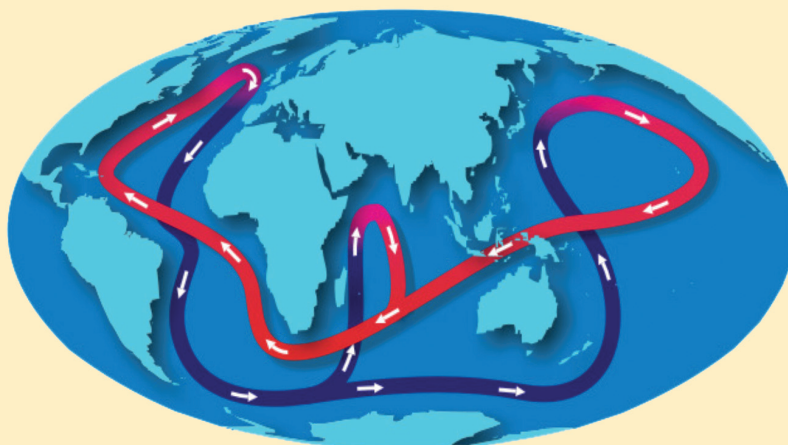
E mintázatok tehát összekapcsolják a rendszer egymástól távol eső tartományait, szép példáját nyújtva a *távkapcsolat* jelenségkörének (melynek szerepét a légkörben Homonnai Viktória írása részletesen tárgyalja). A **3c. ábra** egy ilyen esetet mutat be. A hőképen kékes színnel ábrázoltuk a hideg örvényeket. Ezek száma határozza meg a mintázat szimmetriáját: jelen esetben három örvény figyelhető meg, melyek egyenlő oldalú háromszög alakba igyekeznek rendeződni. Kiterjedt kutatások tárgyát képezi, hogy milyen mechanizmusok

**3. ábra.** Áramlási mintázatok fejlődése a termikus Rossby-szám ( $Ro$ ) növelésével. Földünk légkörét szabálytalan légörvények sokasága jellemzi (a) ( $Ro \approx 0,01$ ), csakúgy, mint az áramlástanban hasonló laboratóriumi áramlást (b).  $Ro$  növelésével (c) szabályos hullámszerű struktúrákat találunk ( $Ro \approx 0,2$ ), majd még magasabb értékek felé haladva (d) hengersizmetrikus áramlást, mely a Vénusz bolygó légkörében (e) is megfigyelhető ( $Ro \approx 1000$ ) [Forrás: NASA, ESA, BTU Cottbus]



## 2. A Nagy Óceáni Szállítószalag

Az észak-déli hőmérsékletkülönbség és a forgatás együttes hatása az óceáni áramlatok szempontjából is alapvető fontossággal bír. Az anyag- és hőtranszport-folyamatok bonyolult rendszerét, mely magában foglalja mind a felszíni, mind az óceán mélyén zajló áramlásokat, *Nagy Óceáni Szállítószalagnak* [8] nevezi a szakirodalom (vázlatos rajza a **4. ábrán** látható). A Szállítószalag „motorja” az Atlanti-óceán északi medencéjében működő Atlanti Meridionális (azaz déli-északi irányú) Alábukó Áramlás, melynek felszíni ágát többek között a jól ismert Golf-áramlat alkotja. E mozgás fő hajtóereje a jeges északi és meleg szubtrópusi vizek közti hőmérséklet- és sótartalom-különbség, mely észak felé tartó meleg áramlást indít be. A sarkvidéket elérve a folyadékrészecskék a hideg légtömegekkel érintkezve lehűlnek, mégpedig olyannyira, hogy sűrűségük (részben a trópusi medencéből hozott nagy sótartalmuk miatt is) nagyobbá válik, mint a mélyebben fekvő vízrétegeké. Ez a helyzet természetesen nem maradhat stabil, így beindul a felszíni és mélységi áramlási rendszereket összekapcsoló vízszültyedés, mely a legnagyobb mértékű víztranszport-folyamat bolygónkon. Becslések szerinti hozama hússzor több, mint a



**4. ábra.** A Nagy Óceáni Szállítószalag vázlatos szerkezete. A felszíni áramlásokat pirossal, a mélységi vízkörzési ágakat kékkel jelöltük. A rendszer egyik fő hajtóereje az Észak-Atlanti medencében megfigyelhető vízszültyedés (Forrás: NOAA)

Föld összes folyójáé együttvéve, és kissé nagyobb, mint a csapadékképződés során időegység alatt globálisan megmozgatott teljes vízmennyiség. A szállítószalag dinamikája az „időjárás” jellemző időtartományánál sokkal hosszabb távú folyamatokat is magában foglal, hiszen a világoceán óriási, lomha hőtartalék: legfelső 3

méternyi rétege önmagában képes annyi hőt tárolni, mint az egész atmoszféra összesen. Épp ezért különösen fontos, hogy megismerjük és modellezzük az Atlanti Meridionális Alábukó Áramlás működésében megjelenő hőmérsékleti (és ami ezzel együtt jár: vízhozambeli) ingadozásokat.

választják ki a ténylegesen megjelenő szabályos formákat. Annyi bizonyos, hogy *Ro* növelésével jellemzően egyre csökken a hideg örvények száma, majd egy kritikus érték ( $Ro \approx 1$ ) fölött, amint a Coriolis-erő hatása másodlagossá válik, elérkezünk egy olyan stacionárius áramlási fázisba, ahol a kialakuló felszíni hőmérséklet kizárólag a forgástengelytől mért távolság – azaz a „földrajzi szélesség” – függvénye (**3d. ábra**). Földünkön a mérsékelt égöv alatt ilyen egyhangú időjárás sohasem tapasztalható, ám a bolygónkkal nagyjából megegyező méretű, de sokkal lassabban forgó Vénusz légkörében (egy vénuszi nap 584 földi napnak felel meg) pontosan ez a helyzet áll elő. Illusztrációként testvérbolygónk északi féltekéjének egy űrszondás felvételét mutatjuk be a **3e. ábrán** (a napos oldal képe a látható fény tartományában, az éjszakai félgömbé pedig hőkamerával készült). Láthatjuk tehát, hogy a laboratóriumi modellkísérletek a földi légkör működésének jobb megértése mellett az összehasonlító planetológia tudományában is fontos szerepet kaphatnak.

A Fultz-féle elrendezéssel, melyben a forgatásnak és a hőmérsékletkülönbségnek van döntő szerepe (**2. blokk**), a Kármán-laboratóriumban az elmúlt évtizedben folytatott vizsgálatok számos meglepő ered-

ményre vezettek. A meglepetést rendszerint az a vissza-visszatérő felismerés okozta, hogy minden egyszerűsége ellenére a kísérlet megannyi, bonyolultnak mutató légköri jelenséget pontosan demonstrált. Ennek kítűnő példája volt annak kimutatása, hogy *Ro* földi légkörnek megfelelő értéke mellett a tartály egy adott pontján mért „napi” hőmérséklet-változások nagyságának és előjelének gyakoriság-eloszlása tökéletesen megegyezik a meteorológiai mérőállomások adatai alapján meghatározott statisztikával [6]. Igazolást nyert továbbá az is, hogy lokalizált „szennyező” foltok – egy festékpamacs a kísérletben, vagy egy vulkáni hamufelhő a légkörben – szétterjedése is (áramlástanban értelemben!) hasonlóan történik a két rendszerben [7].

### A Több Évtizedes Atlanti Változékonyság laboratóriumi vizsgálata

A kilencvenes évek óta ismert, hogy az Észak-Atlanti medence felszíni vízhőmérsékletének területi átlagában, az általános melegeedés mellett egy több évtizedes időskálájú (mintegy 20–70 éves) változékonyság is jelen van, melynek folytonos jelenlétét megerősíteni látszanak az 1850-es évek

óta rendelkezésünkre álló műszeres és a Kr.u. 500-ig visszanyúló paleoklimatológiai adatok is. Így például a XX. század ’40-es éveiben, valamint az elmúlt időszakban is (1995 óta), a medence átlaghőmérséklete magasabb volt, mint a „hideg” ’70-es években. A jelenség Több Évtizedes Atlanti Változékonyság (Atlantic Multidecadal Variability – AMV) néven vonult be a köztudatba. Az AMV állapotának számszerűsítésére bevezették az AMOI indexet (Atlantic Multidecadal Oscillation Index), amely a Atlanti-medence Egyenlítőtől északra fekvő részére kiátlagolt, havi felbontású vízfelszínhőmérséklet-értékek anomáliájának (azaz sokévi átlagtól való eltérésének) idősoraként áll elő. Az AMOI időfejlődését az **5. ábrán** barna görbe mutatja. Az évtizedes skálájú változékonyság jobb kiemelésé érdekében hasznos az AMOI idősort valamelyest „kisimítani”, mégpedig úgy, hogy minden adatpontot az arra a pontra kapott 10 éves *mozgó átlaggal* helyettesítsük. Ez azt jelenti, hogy az eredeti idősor minden időpontjára kiszámítjuk az azt megelőző és követő 5–5 éves intervallum összes adatából – ez tehát egy 10 éves szakasz – számított átlagot. Vegyük észre, hogy a mozgóátlagolt idősor ekkor szükségképpen 10 évvel rövidebb lesz az eredetinél, hiszen az első és utolsó 5–5 évre a mozgó

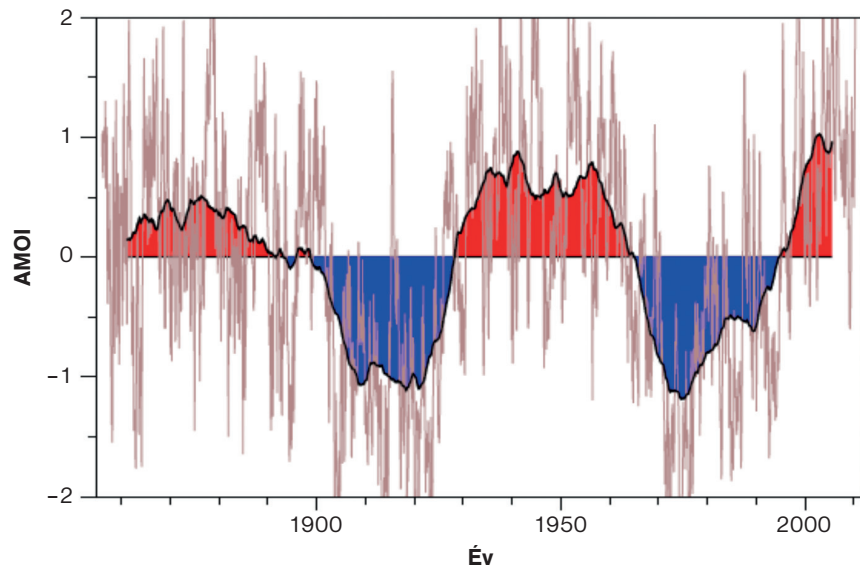
átlag nem számítható ki. Ám ezzel az eljárással megszabadulhatunk a rövidebb periódusú változékonyságtól, és jobban áttekinthetjük a hosszabb távú trendeket. A simított idősort az 5. ábrán vastag fekete vonallal jelöltük. Az átlagosnál melegebb szakaszokat ( $AMOI > 0$ ) piros, a hideg intervallumokat ( $AMOI < 0$ ) pedig kék színnel jelöltük.

Egy ilyen tartós és nagy kiterjedésű hőmérsékleti anomália természetesen a környező szárazföldek időjárását is jelentősen befolyásolja. Egyértelmű kapcsolat mutatható ki például a Száhel-övezet nyári szárazsága, egyes észak-amerikai folyók vízhozama, vagy az indiai monszon csapadékmennyisége és az AMOI között.

A Kármán-laboratóriumban azt tűztük ki célul, hogy – az utrechti *te Raa* és *Dijkstra* numerikus minimálmodelljét [9] átültetve a gyakorlatba – megvizsgáljuk az AMV egyik feltételezett gerjesztő mechanizmusának alapvető dinamikáját. Az elmélet szerint az AMV keltésének három legfőbb feltétele:

- az alábukó áramlás (azaz az észak-déli hőmérsékletkülönbségek) fennállása
- a Föld forgása (azaz a Coriolis-erő eltérítő hatása)
- végül valamiféle, az évtizedesnél rövidebb időskálájú külső hőmérsékleti változékonyság (azaz „időjárás”) jelenléte.

Kísérleti elrendezésünket vázlatosan a 6. ábra mutatja be. A forgóasztalra rögzített, téglalap alakú tartályba vizet töltöttünk, melyet a háttéráramláshoz szükséges hőmérséklet-különbség biztosítása céljából a tartály egyik rövidebb oldalfalához rögzített fűtőszállal folyamatosan melegítettünk, a szemközti oldalon pedig egy sárgarézzel leválasztott rekeszbe helyezett jégöbökkel hűtöttünk. A vízfelszíni hőmérséklet-értékeket az ábrán látható módon elhelyezett digitális hőmérők adatainak másodpercenkénti kiolvasásával naplóztuk. Az utrechti csoport szerint kulcsfontosságú termikus zavarokat (mesterséges „időjárást”) egy, a kád fölé rögzített, de vele nem együttforgó halogénlámpa hőszugárzása szolgáltatva, mellyel akár 1–2 °C-os anomáliákat is kelthettünk a vízfelszínen. A lámpa ki-be kapcsolását számítógépről vezéreltük oly módon, hogy átlagosan 200 másodpercenként történjen egy állapotváltás (fel- vagy lekapcsolás), azaz a gerjesztés átlagos  $P_{\text{lámpa}}$  periódusideje (egy „világos” és egy „sötét” részből álló szakasz teljes hossza) 400 másodpercenek adódott. Látható, hogy a rendszer alakja, geometriai szimmetriái mások, mint az előzőleg tárgyalt hengeres elrendezés esetében. A termikus Rossby-szám azonban ezúttal is jól használható hasonlósági paraméter-



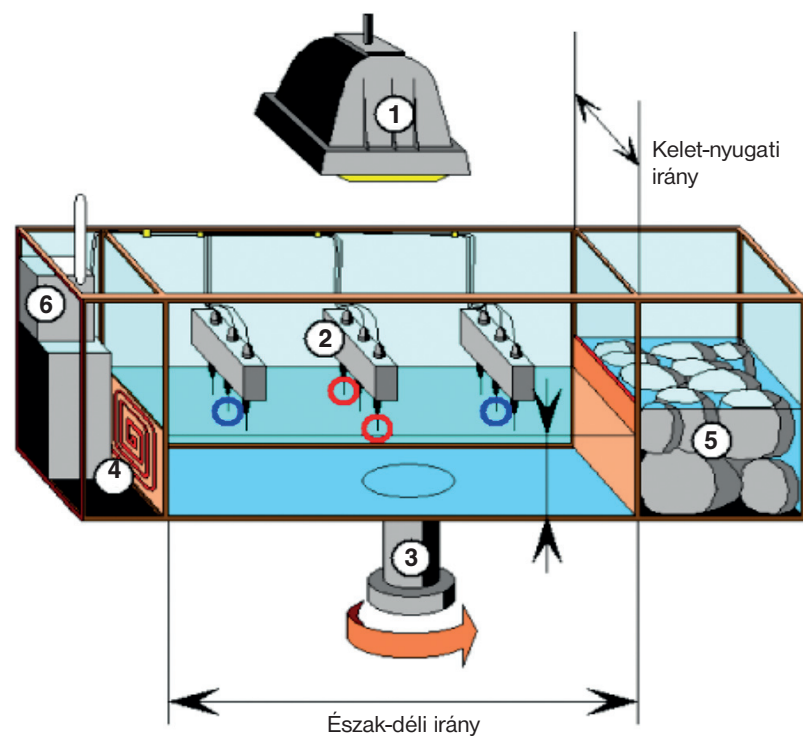
5. ábra. Az észak-atlanti medence havi tengerfelszíni hőmérséklet anomáliája (illetve annak mértékegység nélküli aránya az átlagos anomáliához képest), valamint a mozgó átlagolással simított AMOI adatsor (vastag, fekete vonal) [Forrás: NOAA]

nek bizonyult, kísérleteinkben ezért a  $Ro$  észak-atlanti medencére jellemző értékét ( $Ro \approx 0,0001$ ) állítottuk be.

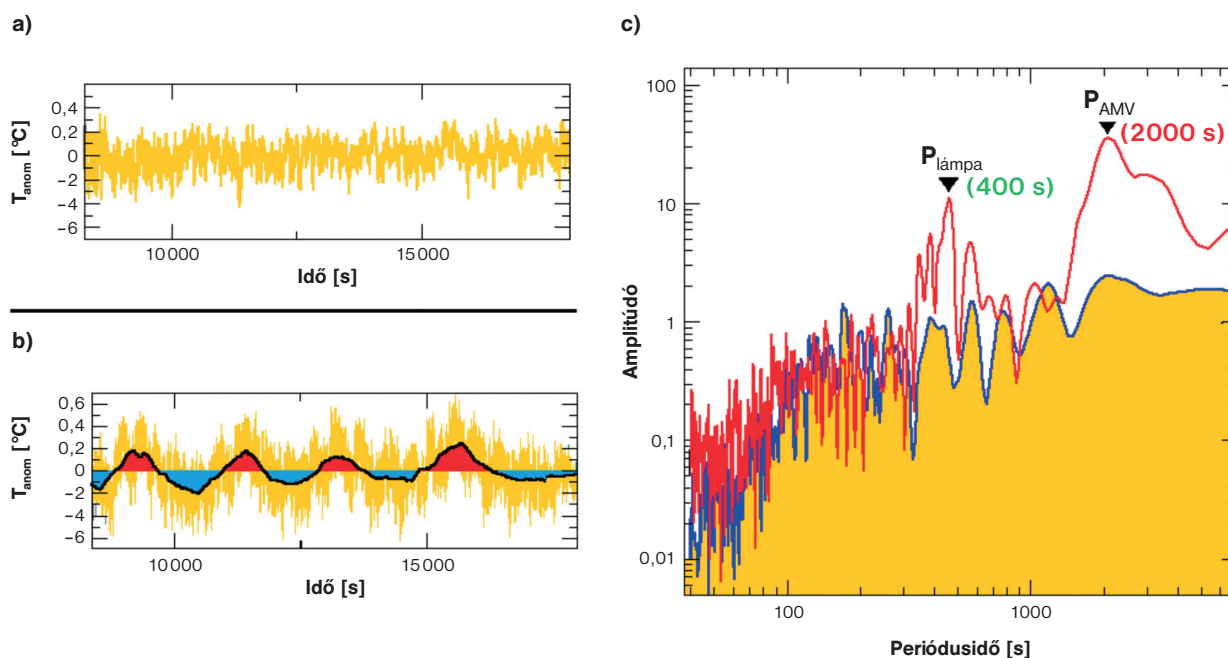
A 7. ábra két, különböző kísérlet során rögzített átlaghőmérséklet-anomália idősort

mutat, melyet a vízfelszínen elhelyezett kilenc hőmérő jelének átlagolásával kaptunk, majd ebből levontuk az idősor saját átlagértékét, s így a nulla érték körül ingadozó jelet nyertünk. A 7a. ábra adatait egy

6. ábra. Az AMV kísérleti elrendezés sematikus rajza. 1: a hőmérsékleti zavarokat biztosító számítógéprevezérelt halogénlámpa, 2: digitális hőmérők, 3: a forgóasztal tengelye (a forgás irányát nyíljal jelöltük), 4: elektromos fűtőegység („Egyenlítő”), 5: a jéggel föltöltött hűtő szektor („poláris régió”), 6: a valós idejű adattovábbításhoz szükséges rádióadó



## Légkör és óceán a laborasztalon



7. ábra. a) A lámpa által keltett „időjárás” nélküli kontrollmérés átlaghőmérséklet-anomália idősora. b) A „lámpás” mérés hasonló idősora (narancssárga), és a mozgóátlaggal simított változata (fekete). c) Az a) és b) ábrák idősorainak Fourier-spektruma (rendre kék és piros)

olyan kontrollkísérlet során gyűjtöttük, ahol a lám-pás melegítés nem működött, csupán a forgatás és a medence oldalsó fűtése határozta meg a dinamikát. Itt a jellemző időskálát tehát a forgatás periódusideje ( $P = 3$ s) állítja be. A 7b. ábra idősora mutatja a lámpás gerjesztés jelenlétének hatását. A narancs színű görbén jól látható az átlagosan  $P_{\text{lámpa}} = 400$  s periódusú anomália, mely közvetlenül a lámpa kapcsolásának köszönhető. Emellett igen markánsan feltűnik egy  $P_{\text{AMV}} \approx 2000$  s-os ingadozás is, mely tehát lényegesen nagyobb periódusidőt jelent, mint a fentebbi  $P$  illetve  $P_{\text{lámpa}}$  időskálájú gerjesztések. Az ábrán az idősor mozgó átlagolással simított változatát (fekete vonal) is ábrázoltuk, melyen még markánsabban elkülönül az alacsonyfrekvenciás anomália. A „hideg” és „meleg” szakaszokat az 5. ábrához hasonlóan rendre kék illetve piros színnel jelöltük. A 7c. ábra az a) és b) adatsorok ún. Fourier-spektrumait mutatja (rendre kék illetve piros görbékkel). Ezek segítségével láthatóvá tehető, hogy egy adott periódusidejű ingadozás-járlék milyen súllyal jelenik meg a különböző fajta rezgések összegeként előálló idősorban. Jól megfigyelhető a lámpa-kapcsolgatás  $P_{\text{lámpa}}$  periódusához tartozó csúcs mellett egy AMV-jellegű anomália robusztus csúcsa is, összehasonlítva az „időjárás” nélküli kontrollkísérlet spektrumával (a jobb elkülönítés céljából a kék vonal alatti területet narancssárgára színeztük.)

Eredményünk tehát úgy foglalható össze, hogy az észak-atlanti medencét egy vég-

letekig leegyszerűsített, forgatott „doboznak” tekintve, melyben észak-déli hőmérséklet-különbség áll fenn, és a víz felszínén az időjárás hőmérsékleti zavarokat gerjeszt, szükségképpen megjelenik egy lassú, AMV-szerű jel. Vegyük észre, hogy a csatolás a modell három fő komponense között kitűnően demonstrálja a nemlineáris rendszerek egyik fontos, írásunk elején említett sajátosságát: a különböző skálák nem különülnek el, vagy választhatók szét, hiszen egy 400 másodperces periódusú bejövő jel láthatóan energiát szolgáltat egy 2000 másodperces karakterisztikus idejű jelenség gerjesztéséhez [10].

Ezen érdekes csatolás demonstrálásával minimálmodellünk arra is rámutatott, hogy az AMV alapvető magyarázatához nincsen szükség olyan járulékos hatások ismeretére, mint például a sótartalom, vagy éppen az aljzati domborzat szerepe. E tényezők természetesen nagyban befolyásolják a ténylegesen kialakuló valódi áramlási képet az óceánban, ám kísérleti eredményeink talán legfőbb üzenete – s ez érvényes a Fultz-féle légkörmodellre is – mégis az, hogy a megfigyelt bonyolult viselkedés mögött megbúvó lényegi hajtóerők, úgy tűnik, meglehetősen egyszerűek. Eképpen járulhatnak tehát hozzá laboratóriumi minimálmodelljeink a végtelenül bonyolult környezeti áramlási rendszerek jobb megértéséhez. ❁

**KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS.** Ezúton is hadd mondjak köszönetet a Kármán-laboratórium „személyzetének”, különösen Jánosi Imrének az évek során végzett sokrétű kutatómunkáért, illetve a lehetőségért, hogy mind-

ennek részese lehettem. A laborban folyó munkának természetesen csak egy kicsiny – ám remélhetőleg reprezentatív – szeletét képezte az itt önkényesen kiragadott néhány eredmény.

A munka az OTKA NK100296 támogatásával készült.

## IRODALOM

- [1] R.P. Feynman: *A fizikai törvények jellege*. (Akkord Kiadó, Budapest, 2005).
- [2] C. Abbe: *Projections of the globe appropriate for laboratory methods of studying the general circulation of the atmosphere*. Bulletin of the American Mathematical Society, 13, 502–506 (1907).
- [3] D. Fultz: *A Preliminary Report on Experiments with Thermally Produced Lateral Mixing in a Rotating Hemispherical Shell of Liquid*. Journal of Atmospheric Sciences, 6, 17–33 (1949).
- [4] P.L. Read, E.P. Pérez, I.M. Moroz és R.M.B. Young: *The general circulation of planetary atmospheres: insights from the rotating annulus and related experiments*. Journal of Geophysical Research, elbírálás alatt.
- [5] Jánosi I.M., Tél T.: *Bevezetés a környezeti áramlások fizikájába*. (Typotex, Budapest, 2012) – elérhető a [www.tankonyvtar.hu](http://www.tankonyvtar.hu) oldalról.
- [6] Gyüre B., Bartos I. és Jánosi I. M.: *Nonlinear statistics of daily temperature fluctuations reproduced in a laboratory experiment*. Physical Review E, 76, 037301 (2007).
- [7] Jánosi I.M., Kiss P., Homonnai V., Pattantyús-Ábrahám M., Gyüre B., és Tél T.: *Dynamics of passive tracers in the atmosphere: laboratory experiments and numerical tests with reanalysis wind fields*. Physical Review E, 82, 046308 (2010).
- [8] Czelnai R.: *A világóceán*. (Vince Kiadó, Budapest, 1999).
- [9] L.A. de Raaij és H.A. Dijkstra: *Instability of the thermohaline circulation on interdecadal time scales*. Journal of Physical Oceanography, 32, 138–160 (2002).
- [10] Vincze M., Jánosi I.M., Barsy E., Tél T. és Várai A.: *An experimental study of the Atlantic variability on interdecadal timescales*. Nonlinear Processes in Geophysics, 19, 335–343 (2012).

HORÁNYI ANDRÁS–SZÉPSZÓ GABRIELLA–SZÚCS MIHÁLY

# Valószínűségi előrejelzések: áldás vagy átok?

„Egyetlen előrejelzés se lehet teljes az előrejelzésekben rejlő bizonytalanságok ismerete nélkül” (E. N. Lorenz, 1917–2008)

Az emberiség számára mindig kulcskérdés volt a várható jövő, elsősorban az időjárás és hosszabb távon az éghajlat változásainak ismerete. Míg régebben élet vagy halál múlhatott ezen, addig napjainkban elsősorban fontos gazdasági és társadalmi döntések meghozatalában segíthet a jövő előzetes ismerete. Ráadásul a meteorológiai előrejelzések mindig is az érdeklődés homlokterében álltak, mivel beválásukat – legalábbis az időjárás esetében – bárki könnyen ellenőrizheti tapasztalatai alapján. Az elmúlt években egyre jobban felismerték, hogy a helyes előrejelzésekre olyan döntéseket lehet alapozni, melyekkel sokkal több pénz megtakarítható, mint amibe az előrejelzések elkészítése kerül (különösen egy-egy nagy kárt okozó időjárási esemény, pl. a 2006. augusztus 20-ai vihar után szoktak a döntéshozók hasonló felismerésre jutni). Ugyanakkor még mindig komoly fejfájást okoz a felhasználóknak az előrejelzések bizonytalanságának kezelése, hiszen többnyire úgy gondolkodnak, mintha az időjárás (éghajlat) tökéletesen, vagy éppen ellenkezőleg, egyáltalán nem lenne előrejelezhető. A meteorológiai előrejelezhetőség korlátozott: vannak olyan esetek, amikor nagyobb, máskor pedig kisebb bizonyosságot tudunk az előrejelzéseinkhez rendelni, s ennek ismerete elengedhetetlen előrejelzési információ. Tehát a meteorológiai szolgálatok ugyan egyre több olyan kiegészítő információt adnak az előrejelzéseik mellé, amelyek utalnak azok bekövetkezési valószínűségére, de alkalmazásuk napjainkban még távolról sem optimális. Sajnos jelenleg a felhasználók inkább arra próbálják készíteni az előrejelzések kiadót, hogy azokat kategorikus formában fogalmazzák meg (pl. lesz-e eső vagy sem, lehet-e szabadtéren tartani az esküvőt vagy sem). Ez egyébként összefügg a társadalom döntésképtelenségével is, valamint azzal a kényelemmel, amelyet a döntéssel járó felelősség átruházása jelent.

Írásunk azt mutatja be, hogy az időjárásra és az éghajlatra vonatkozó meteoro-

ológiai előrejelzések milyen bizonytalanságokat tartalmaznak, s ezeket milyen módon lehetséges számszerűsíteni. Először áttekintjük a légkör azon belső tulajdonságait, s az előrejelző modellek azon részleteit, amelyek felelősek az előrejelzésekben megjelenő bizonytalanságokért. Majd bemutatjuk az együttes (ún. ensemble) előrejelzési technikát, ami lehetőséget ad a bizonytalanságok számszerűsítésére és valószínűségi formában való kifejezésére. Végül néhány példán illusztráljuk a valószínűségi információk felhasználhatóságát és alkalmazási lehetőségeit.

## A légkör, illetve az éghajlati rendszer leírásának bizonytalanságai

Alapvetően kétfajta bizonytalansági forrást kell figyelembe vennünk az előrejelzéseink készítése során: a leírandó rendszer (időjárás vagy éghajlat) belső tulajdonságaiból származó, valamint az ezen rendszerek numerikus modellezése során fellépő bizonytalanságokat.

A bizonytalanságok első csoportjára nem vagyunk ráhatással (azokat tudásunk növelésével sem vagyunk képesek csökkenteni), célunk a pontos megértésük révén való számszerűsítésük. Ezek döntően a légkör és az éghajlati rendszer kaotikus jellegéből erednek [1]. A kaosz fogalmának megismerésében kiemelkedő szerepet játszó *Edward Lorenz* [2] amerikai meteorológus alacsony dimenziós léghajlati modellek vizsgálata során találkozott a nemlineáris rendszerek kezdeti feltételekre való különös érzékenységével [3]. Azt tapasztalta, hogy két, egymáshoz nagyon hasonló kezdeti feltételből indított előrejelzés idővel egyre nagyobb mértékben különbözik egymástól, míg végül a kiindulási különbségekől fakadó bizonytalanságok teljesen dominánsá válnak, korlátot szabva az előrejelezhetőségnek. A kaosz fogalmát ugyan általában kis dimenziós rendszerekre alkalmazzák, de a légkör és az éghajlati rend-

szer – bonyolult, turbulens rendszerként – szintén hordozza a kaotikus rendszerek legfontosabb tulajdonságait [4]:

1. Érzékenység a kezdeti feltételekre: kis kezdeti eltérések lényegesen eltérő jövőbeli állapotokhoz vezethetnek (azaz csak tökéletesen ismert kiindulási állapot adhatna elvi esélyt a tökéletes előrejelzésre [5]).
2. Korlátozott előrejelezhetőség: a meteorológiai állapotjelzőket a gyakorlatban nem tudjuk tökéletes pontossággal mérni, s így a kezdeti feltételek hiába határozzák meg egyértelműen a későbbi állapotokat (lévén a rendszer determinisztikus), az előrejelezhetőségnek mégis elvi korlátja van.
3. Aperiodikusság: a rendszer sohasem veszi fel ugyanazt az állapotát (azaz nem lehetséges múltbeli analógiák alapján előrejelzéseket készíteni).

A bizonytalanságok másik nagy csoportja a légkör és az éghajlati rendszer numerikus modellezéséből ered. A numerikus modellezés összetett, tudományos alapokra helyezett és általában rendkívül számításgépes folyamat [6], melynek végén az előrejelzés alapjául szolgáló numerikus modelltermékek előállnak. Annak ellenére, hogy a modellezési technikák kifinomultak, és a számítógépes háttér fejlődésével a gyakorlati alkalmazhatóságuk is folyamatosan javul, a valóságban megfigyelhető összetett folyamatokat a modellek mégsem képesek teljes részletességgel és közelítések nélkül leírni, így azok olyan bizonytalanságokat hordoznak, amelyek hatása megjelenik az előrejelzésekben. A modellezési hibákból származó bizonytalanságok közül a legfontosabbak a kezdeti feltételekből, a diszkrétizációból (azaz a modell által leírt jelenségek térbeli rácson való megjelenítéséből), a ráctávolságnál kisebb skálájú folyamatok közelítő leírásából (ún. fizikai parametrizációkból), illetve a különböző (alsó, felső és korlátos tartományú modellekben oldalsó) határfelté-

telek kezeléséből származó pontatlanságok. Az éghajlati skálájú folyamatok leírásánál mindezeket túl további bizonytalanságokat okoz, hogy a rendszerre ható emberi tevékenység jövőbeli alakulását nem ismerjük, ezért a modellezés során ezt feltételezett forgatókönyvek formájában kényserülünk figyelembe venni. Emiatt a jövőre vonatkozó éghajlati szimulációk ún. másodfajú prognózisok, s nem előrejelzéseknek, hanem projekcióknak hívjuk őket.

A kaotikus jelleg rövidtávon és éghajlati skálán más-más módon lényeges: míg az időjárás-előrejelzésekkel egyértelműen a kezdeti feltételek hordozzák a legfontosabb bizonytalanságot, az éghajlati rendszernek annak évtizedes-évezredes skálán változó, a légkörnél jóval lassabb áramlási rendszerű komponensei (pl. a hidroszféra vagy a krioszféra) adnak előrejelezhetőséget. Ezért a klímaprojekciók csak több évtized átlagában értelmezhetők, s nem hosszútávú időjárás-előrejelzéseként. Ebben az esetben a természetes változékonyság mellett a bizonytalanság jelentős részét sokkal inkább a modellek közelítő jellege, továbbá kisebb mértékben (50–100 éves időskálán) a jövőbeli emberi tevékenység kiszámíthatatlansága okozza [7], [8].

### A bizonytalanságok számszerűsítése: az ensemble módszer típusai

Hogyan kezelhető az időjárás és az éghajlat korlátozott előrejelezhetőségének problémája és milyen módszerekkel számszerűsíthetők a bizonytalanságok? A számszerűsítés során az egyes időjárási (éghajlati) eseményekhez kategorikus válaszok helyett valószínűségeket rendelünk, így az előrejelzés nem pusztán egy érték, hanem egy valószínűségi eloszlásfüggvény megadását jelenti. Ehhez érdemes egyetlen, a legjobbnak ítélt modellbeállításokkal futtatott előrejelzés helyett több – kezdeti feltételeiben és alkalmazott módszereiben – némileg eltérő modell-előrejelzést készíteni, amivel előrejelzések együttese, idegen szóval „ensemble” előrejelzés kapható. Legtöbbször mindegyik ensemble tag a légkör (éghajlat) egyformán lehetséges előrejelzése azonos beválási valószínűséggel, és ezt figyelembe vesszük a valószínűségi információk számolásánál. A gyakorlatban a rövid- és a középtávú előrejelzések készítésénél a jelentős számításigény miatt a gyengébb felbontású ensemble előrejelző rendszer mellett egy nagyfelbontású modell-

### Perturbáció

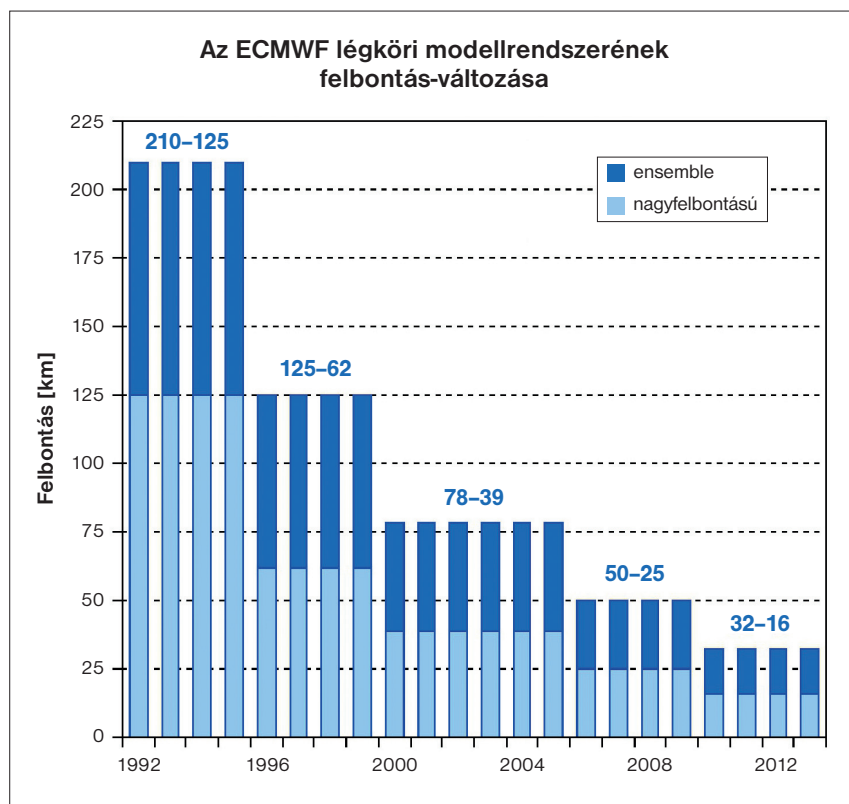
Az ensemble előrejelzések szempontjából perturbációnak nevezzük az eredeti rendszer olyan kismértékű megváltoztatásait, amelyek számszerűsítik a leírni kívánt rendszer és annak előrejelzéseiben fellépő bizonytalanságokat. Az ensemble előrejelzések készítése során ezen perturbációk fejlődését követjük nyomon. A kontroll előrejelzés az az ensemble tag, amely nem tartalmaz perturbációt.

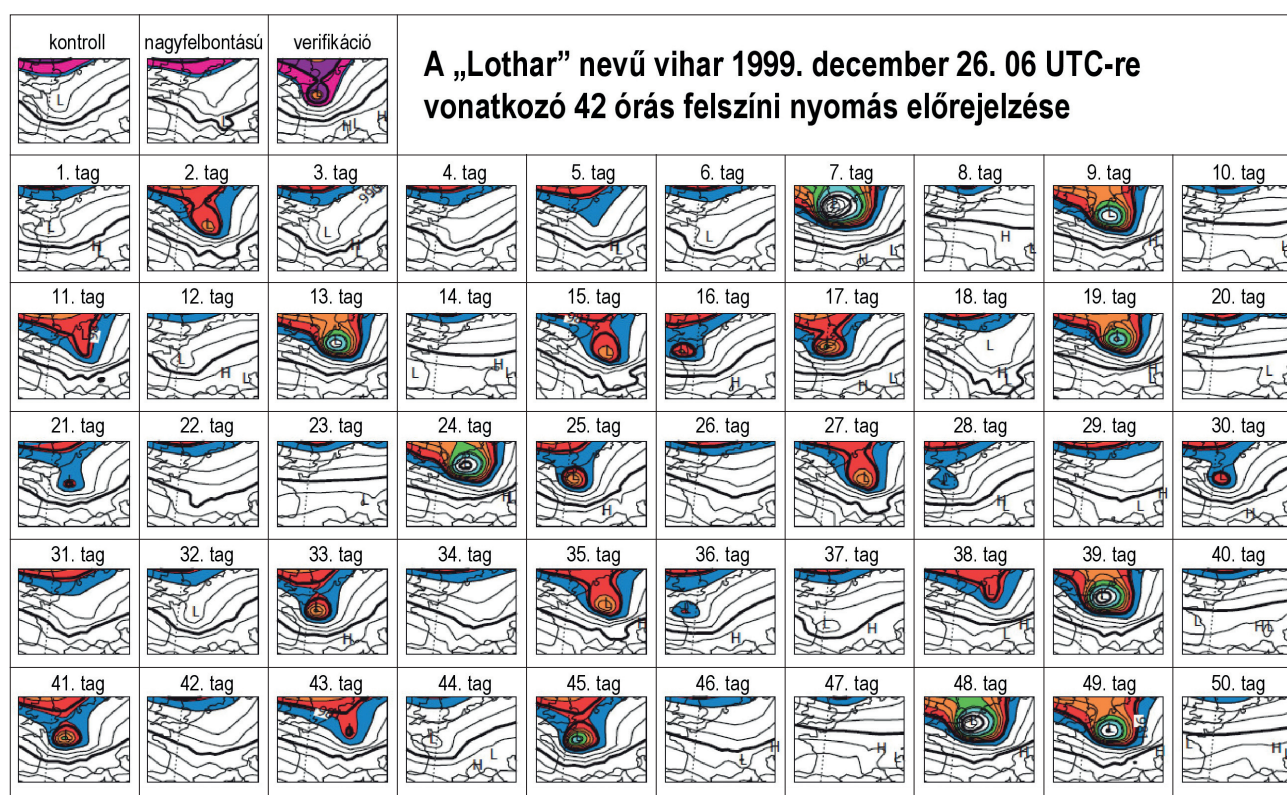
előrejelzést is készítünk, ami a lehető legnagyobb részletességet biztosítja. Érdemes megemlíteni, hogy a rosszabb felbontású ensemble előrejelzések közül általában ki-tüntetett szerephez jut az ún. kontroll előrejelzés, ami gyakorlatilag az előbb említett nagyfelbontású modell-előrejelzés ensemble felbontáson előállított változata (vagyis információt hordoz az előrejelzés felbontásra való érzékenységről). Például az Európai Középtávú Előrejelző Központban (ECMWF: European Centre for Medium-Range Weather Forecasts; <http://www.ecmwf.int>) a nagyfelbontású modell hozzávetőlegesen 16, míg az együttes előrejelző rendszer tagjai 32 km-es felbontásúak. Ugyan nyilvánvalóan minél több tagból áll egy ensemble rendszer, annál jobban képes megfogni az előrejelzés bizonytalanságát, a számítógépes kapacitás ennek is határt szab: a gyakorlatban általában 10 és 50 között van az együttes előrejelzések tagjainak száma. A lokális skálájú jelenségek leírásánál az ensemble előrejelzések egyre nagyobb szerephez jutnak, mert az előrejelezhetőség jelentősen csökken a kis skálák felé haladva, így módon a nagyfelbontású modell és az együttes előrejelzések közötti felbontás-különbség egyre jobban csökken (1. ábra).

Az együttes előrejelzések konstruálása során az előrejelzések sokaságát a már korábban említett bizonytalanságoknak megfelelően állítjuk elő. A bizonytalanságokat többnyire ún. perturbációk révén (1. keretes írásunkat) vesszük figyelembe, amelyek az előrejelző modellek kismértékű megváltoztatásának matematikai eszközei. A perturbációk azonban nem lehetnek akármilyen nagyságúak, hanem hibahatáron belül kell maradniuk, és az előrejelzés során fejlődő hibával összhangban kell növekedniük, hogy jól reprezentálhassák a leírandó bizonytalanságokat. Az alábbiakban néhány szót ejtünk az ensemble generálási módszerekről, megjegyezve, hogy ezeket általában egymással kombinálva alkalmazzák.

*A kezdeti feltételek bizonytalanságainak figyelembe vétele.* Az időjárás-előrejelzések esetében általában a kiindulási adatokra va-

1. ábra. Az Európai Középtávú Előrejelző Központ (ECMWF) által fejlesztett globális nagyfelbontású légköri modell, valamint az ensemble előrejelző rendszer horizontális felbontásának fejlődése az elmúlt mintegy 20 évben. Az ábráról leolvasható, hogy a nagyfelbontású modell (világoskék) és az ensemble előrejelző rendszer (sötétkék) felbontása közötti különbség egyre csökken





2. ábra. Időjárás-előrejelzési bélyegdiagram, mely a Lothar nevű vihar 1999. december 26-án 06 UTC-re szóló 42 órás felszíni nyomás előrejelzését mutatja külön-külön az ECMWF ensemble előrejelzésének egyes tagjaira [10]. Színezéssel egy adott értéknel kisebb nyomású terület van kiemelve, amely intenzív szél és csapadékhullás esélyét jelzi. A bal felső sarokban a kontroll (az ensemble tagokkal megegyező felbontású perturbálatlan előrejelzés), illetve a nagyfelbontású előrejelzések láthatóak, amelyek jelentősen alulbecsülték a vihar erősségét a valóságshoz (amelyet a „verifikáció” feliratú térkép illusztrál szintén a bal felső sarokban) képest. Az 50 eltérő kezdeti feltételtől készített előrejelzés közül azonban számos tag jelezte az alacsony légnomás és a pusztító vihar kialakulásának lehetőségét

ló érzékenység jelenti a legnagyobb előrejelzési bizonytalanságot, ezért a legjobbnak ítélt kezdeti állapotra ültetett perturbációk meghatározása a széles körben kutatott szakterületek közé tartozik. (Az éghajlati projekciók készítése során a klímamodellek kezdeti feltételeinek hatása elenyésző, ezért ott döntően a modellhibák leírására koncentrálnak.) A leggyakrabban alkalmazott eljárások komoly matematikai apparátust alkalmazva keresik meg a kezdeti feltételek azon aspektusait, amelyek a leggyorsabban növekvő bizonytalanságokat generálják. Ez a megközelítés logikus, hisz a leggyorsabban fejlődő perturbációk éppen azt mutatják meg, hogy az adott modell mennyire érzékeny a kiindulási feltételek kis megváltoztatására.

*A modellhibák jellemzése.* A legegyszerűbb módszer az ún. multi-modell módszer, amikor különböző típusú numerikus modelleket alkalmazunk, ugyanis az egyes modellek más-más vonatkozásában jellemzőek jól, illetve rosszul a légkört vagy az éghajlati rendszert. Elsősorban az éghajlati modellezésben használják, de van példa rövidtávú alkalmazásra is. A módszerek másik csoportjának koncepciója az, hogy a modell-

hiba elsősorban a rácsávolságnál kisebb skálájú folyamatok leírásából származik. Ennek kezelésére egy adott modellen belül tekinthetünk különböző parametrizációs eljárásokat, vagy hibahatáron belül perturbálhatjuk az adott parametrizációs sémá empirikus állandóit. Létezik olyan módszer is, ami a parametrizációs eljárások eredményét (az ezekből származó tendenciákat) perturbálja véletlenszerűen.

*A peremfeltételekből származó bizonytalanságok leírása.* A kutatók egyre nagyobb figyelemmel fordulnak az alsó határfeltételek bizonytalanságainak kezelése felé, hiszen a kisebb skálájú folyamatok erősen kapcsolódnak a felszínhez (pl. a nyári zivatarok keletkezési helyszíneinek nagyban függhetnek a felszín felmelegedésétől). Az ún. korlátos tartományú modellezés során (amikor egy kisebb területre készítünk előrejelzéseket) nemcsak a regionális modellből származik bizonytalanság, hanem az oldalsó határfeltételekből is, melynek figyelembe vételére az említett multi-modell módszer szintén alkalmazható.

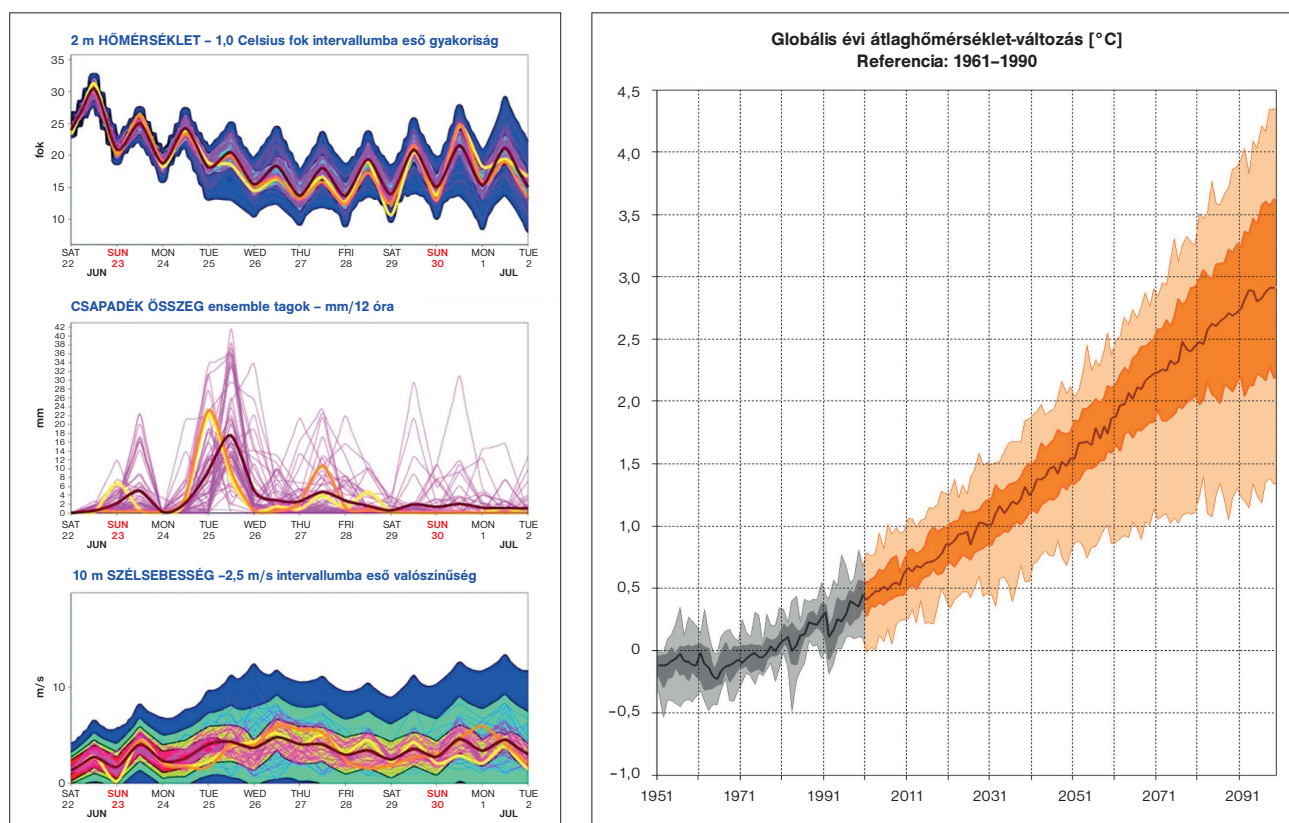
*A jövőbeli emberi tevékenység leírása.* Ahogy említettük, a bizonytalanságoknak ezt a csoportját ún. szcenáriók készítésével

kezelik [9], melyek az éghajlati rendszerre hatással bíró társadalmi-gazdasági tényezőket szén-dioxid-kibocsátás és ezzel egyenértékű koncentrációk formájában számszerűsítik. Az így előállított forgatókönyvek között vannak optimista, pesszimista, átlagos változatok és ezeket időről időre felülvizsgálják. Mivel az emberi tevékenység változása az időjárás alakulására nem fejt ki számottevő hatást, ezért csak az éghajlati modell-szimulációkat készítik el több forgatókönyv figyelembe vételével.

### Példák az együttes előrejelzések megjelenítésére

Az ensemble előrejelzések készítése során tehát adott számú numerikus modell-előrejelzést készítünk, és többnyire nem teszünk különbséget az egyes ensemble tagok között, azaz mindegyik bekövetkezését egyformán valószínűnek tekintjük (pl. ha egy 10 tagú ensemble előrejelzésből 1 tag jelzi előre egy adott jelenség bekövetkezését, akkor annak a bekövetkezési valószínűsége 10%). Az alábbiakban illusztrációs jelleggel bemutatunk néhány lehetőséget arra, mi-

## Valószínűségi előrejelzések: áldás vagy átok?



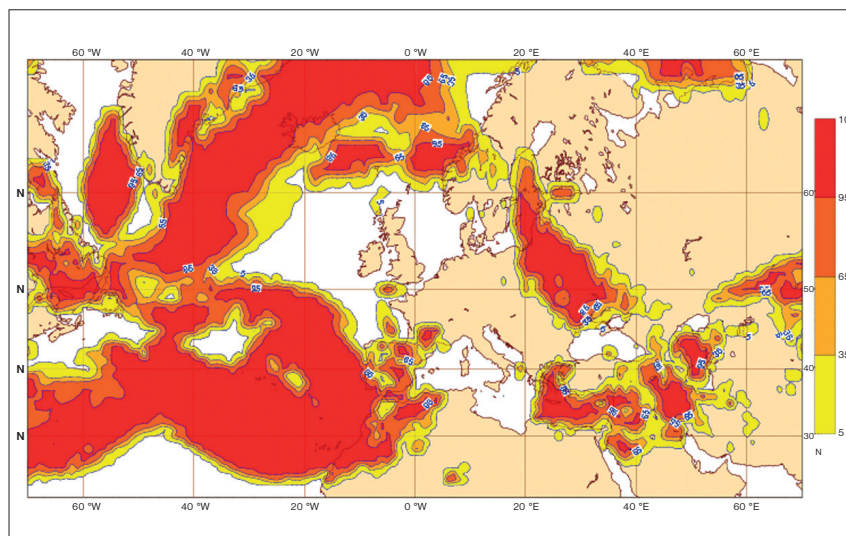
3. ábra. Bal: Budapestre vonatkozó ensemble időjárás-előrejelzési fáklyadiagram, melyen kiemeltük a perturbálatlan kontroll (narancs), valamint a nagyfelbontású (sárga) előrejelzést, továbbá barna szín jelöli az ensemble tagok átlagát. Jól látható egy hosszabb kánikulát lezáró hidegfront utáni erőteljes hőmérséklet-csökkenés, amit az ECMWF 50 tagot tartalmazó ensemble előrejelző rendszere nagy bizonyossággal jelzett előre. Az érdemi csapadék csak a június 24–25-ei időszakban volt várható (amikor a tagok jelentős része csapadékot jelzett előre Budapestre). Nagy valószínűséggel mérsékelt szélsebességre lehetett számítani az egész időszakban. A hőmérséklet és a szél előrejelzésében (felső és alsó panel) megfigyelhető a napi menet. Jobb: éghajlati meteogram, mely az évi globális átlaghőmérséklet 1961–1990 időszak átlagához viszonyított változását mutatja be globális klímamodellek eredményei alapján. A sötétebb színű (sárga, illetve szürke) terület a projekciók alsó és felső kvartiliséit fogja közre (azaz a középső 50%-át), a világosabb terület pedig a projekciók ezen kívül eső 25–25%-át tartalmazza. A vastag görbe a medián, azaz a sorba rendezett projekciók középső eleme. Ez alapján a XXI. század végére a globális átlaghőmérséklet nagy valószínűséggel 2–3,5 °C-kal fog növekedni

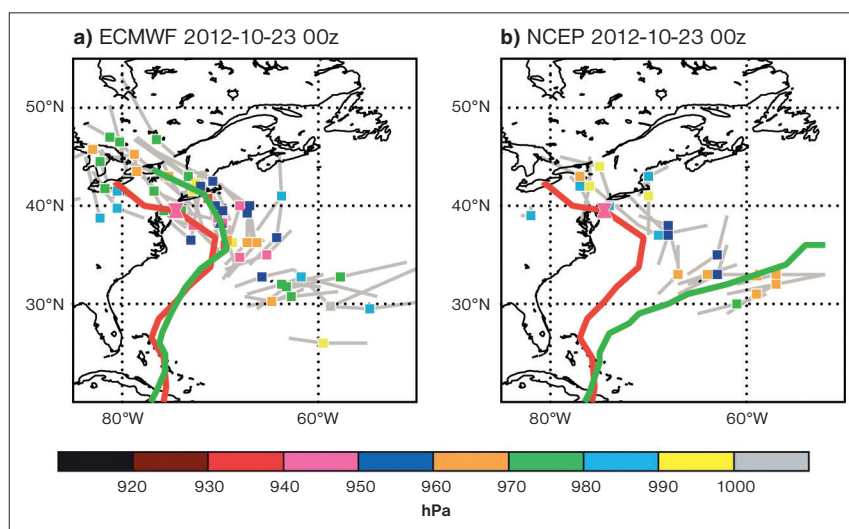
lyen eszközökkel lehet az előrejelzés-együttest látványos és jól értelmezhető módon megjeleníteni és kiértékelni.

**Bélyegdiagramok.** Az ensemble előrejelzések legegyszerűbb megjelenítési formája, amikor az összes tagot térképes formában jelenítjük meg (a 2. ábra egy időjárás esetet mutat be, a 6. ábra középső panelje pedig egy éghajlati alkalmazást). Áttekinthetősége főleg egy soktagú ensemble esetében lehet nehézkes, ezért szükség van alternatív megjelenítési formákra is. Egyszerűsíthetjük úgy például, hogy az egyes előrejelzéseket egymástól érdemben különböző eredményeket szolgáltatató csoportokba (klaszterekbe) osztjuk és csak az egyes klaszterek reprezentatív tagjait jelenítjük meg.

**Fáklyadiagramok és meteogramok.** Ezek a megjelenítési formák egy adott pontra vonatkozó előrejelzések hatékony interpretálását szolgálják. A fáklyadiagramokon (3. ábra bal oldali panelje egy közelmúltbe-

4. ábra. Az ECMWF 24 órás valószínűségi előrejelzése az atlanti és az európai térségre a 15 m/s-ot meghaladó 10 m-es szellőkés bekövetkezési valószínűségére





5. ábra. Az a) európai ECMWF és az b) amerikai NCEP (National Center for Environmental Prediction) 7 napos ensemble előrejelzései 2012. október 30., 00 órára. A piros görbe a Sandy hurrikán megfigyelt útvonalát mutatja, a zöld az ensemble előrejelzés kontroll (perturbálatlan, azaz referencia) tagjának előrejelzését. A színes négyzetek az egyes ensemble tagok ciklon-középpontjaiban uralkodó légnyomást, a szürke vonalak a trajektória irányát, a rózsaszín homokóra jel pedig a hurrikán partot érésének valós helyét mutatja [11]. Az ábráról jól látható, hogy az ECMWF modellje sokkal magabiztosabban jelezte előre a hurrikán partra érését 7 nappal annak bekövetkezése előtt: mind a kontroll előrejelzés, mind az ensemble tagok többsége kimagaslóan jól jelezték előre a hurrikán pályáját

li időjárás esetre) különböző meteorológiai változók időbeli menetét ábrázoljuk mindegyik ensemble tagot bemutatva. Ily módon megfigyelhető, hogy az egyes tagok mennyiben szolgáltatnak hasonló vagy különböző előrejelzéseket, amiből következtethetünk az előrejelzésünk bizonytalanságára és különböző, lehetséges események bekövetkezési valószínűségére. Például az Országos Meteorológiai Szolgálat (OMSZ) honlapján is találhatóak aktuális valószínűségi előrejelzések fákydiagramok formájában (<http://www.met.hu/idojaras/elorejelzes/valoszinusegi>). Hasonló információk olvashatók le a meteogramokról (a 3. ábra jobb oldali panelje egy éghajlati példát mutat): ezeken csak a megjelenített meteorológiai változó által felvett intervallumot mutatjuk be, kiemelve azt, ami az ensemble tagok felét tartalmazza. Ezzel a megjelenítéssel egyértelműen leolvasható a legvalószínűbb előrejelzési tartomány.

*Valószínűségi térképek.* Talán a leglátványosabb megjelenítési forma (4. ábra, illetve a 6. ábra alsó panelje). Ebben az esetben általában egy adott küszöbértéket meghaladó vagy el nem érő előrejelzések valószínűségét (pl. a 100 km/h-t meghaladó széllelökések esélyét vagy annak a valószínűségét, hogy a jelenlegi éghajlati viszonyokhoz képest a téli csapadék mennyisége a 2021–2050-es időszakra növekszik) vizsgáljuk térképes formában.

### Példák az ensemble előrejelzések gyakorlati alkalmazására

Végül, de nem utolsósorban olyan konkrét alkalmazásokat mutatunk be, melyeknél a valószínűségi információk komoly hozzáadott értéket jelentenek ahhoz a hagyományos megközelítéshez képest, amikor egy nagyfelbontású előrejelzés révén kategorikus előrejelzéseket szolgáltatunk.

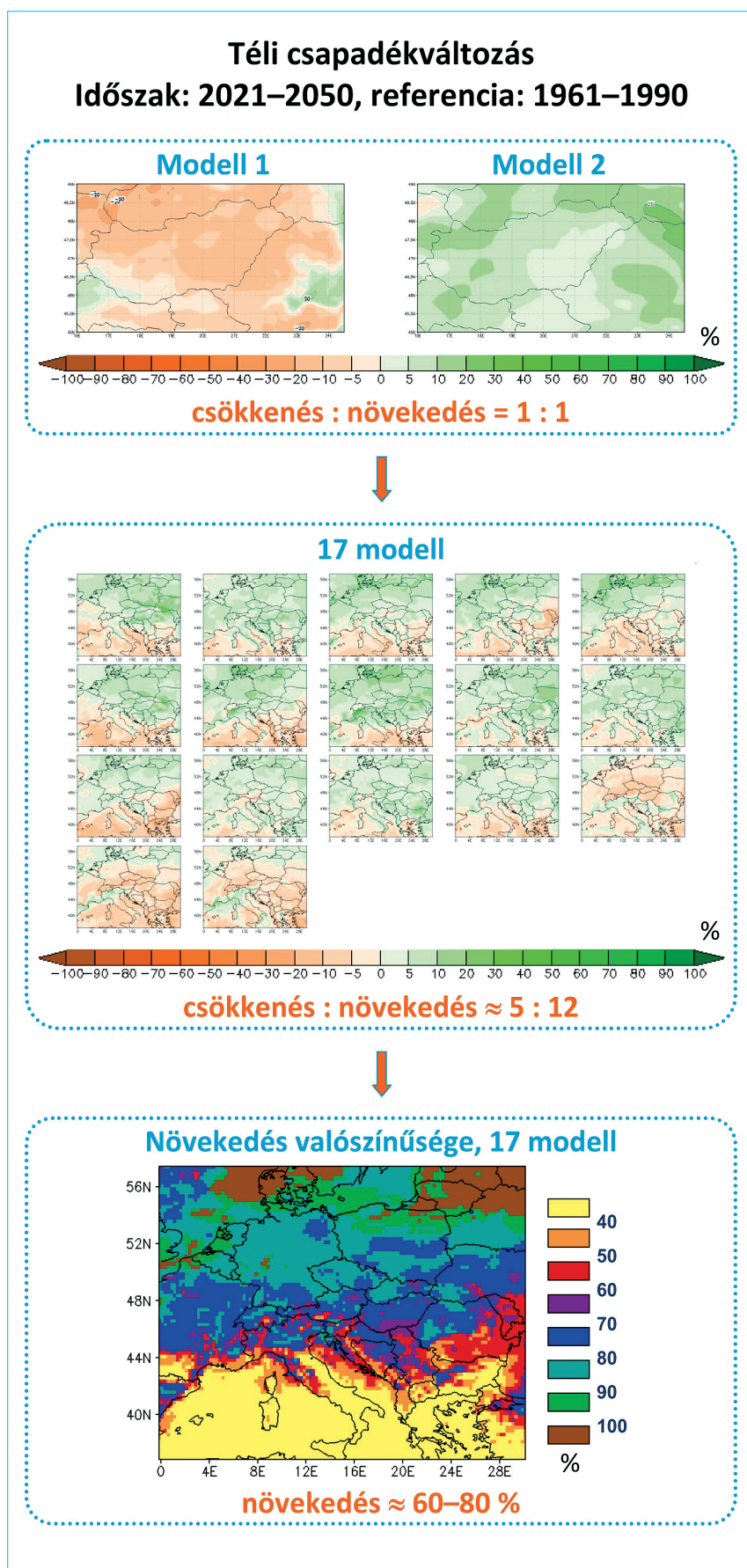
*Időjárás-előrejelzések.* Az időjárás előrejelzését tekintve az ensemble módszer alkalmazása először a közép-, majd a rövidtávú előrejelzéseknél terjedt el. Az elmúlt évek egyik legizgalmasabb előrejelzési problémája a 2012 őszen Amerika keleti partjainál átvonuló Sandy hurrikán volt. Az eset érdekességét az adta, hogy a hurrikán váratlanul a szárazföld felé vette az irányt és nem követte a szokásos óceáni nyomvonalat. A meteorológiai előrejelzések általában nagyon sikeresek voltak, különösen az ECMWF nagyfelbontású és ensemble előrejelzései, amelyek jóval korábban mutatták a hurrikán pályájának váratlan fordulatát, mint az amerikai modellek, lehetőséget adva ezzel a korai felkészülésre. A nagyfelbontású modell előrejelzését támogatta az ensemble előrejelzés, melynek tagjai jól illusztrálták, hogy a nagyfelbontású előrejelzés nem valamilyen „véletlen” folytán irányult az Egyesült Államok partjai felé, hanem a meteorológiai körülmények teljes mértékben indokolták ezt a szokatlan útvonalat (5. ábra).

*Éghajlati projekciók.* A jövőbeli éghajlatváltozásra vonatkozó projekciók esetében a legnagyobb bizonytalanságok a modellek közelítő jellegéből származnak. Ebből adódóan, mivel az éghajlati projekciókat azzal a céllal készítik, hogy kiindulásul szolgáljanak a klímaváltozás hatásaira való felkészüléshez, nem reális azt egyetlen modell eredményeire alapozni, mert az a hosszú távú stratégiát könnyen tévútra viheti. Éppen ezért az Országos Meteorológiai Szolgálatnál két regionális klímamodellt adaptáltunk a hazai éghajlatváltozás vizsgálatára. A modellekkel eltérő parametrikációs sémák, térbeli felbontás, diszkrétizációs módszer és határfeltételek alkalmazásával végzünk szimulációkat. Segítségükkel információt kapunk a valószínű változásokról, illetve a két modell alkalmazása azokat az eseteket is megmutathatja, amikor nem elégséges kizárólagos használatuk és több modell vizsgálata szükséges. Ez utóbbit illusztrálja a 6. ábra: az OMSZ-nál alkalmazott két regionális klímamodell eredménye alapján, 2021–2050-re Magyarországon a téli csapadék csökkenésének esélye ugyanúgy 50%, mint a növekedésé (azaz két modell használatával nem kapunk egyértelmű információt a változásról). Azonban a vizsgálatot kiterjesztve a jelenleg elérhető európai regionális modellek eredményeivel megállapíthatjuk, hogy a növekedés valószínűsége lényegesen nagyobb, mivel (a valószínűségi térkép alapján) a vizsgált modellek többsége, több mint 60%-a ezt mutatja.

### Összefoglalás, kitekintés

A cikkben áttekintettük az időjárást, az éghajlati rendszert, s a leírásukra alkalmazott numerikus modelleket jellemző bizonytalanságokat. Bemutattuk azokat az előrejelzési és megjelenítési eszközöket, melyek segítségével ezek számszerűsíthetők és interpretálhatók. Ugyanakkor a „valószínűségi” szemlélet sajnos még a meteorológus társadalomban sem terjedt el igazán, ezért az ensemble előrejelzések optimális alkalmazása komoly kihívást jelent mind a meteorológusok, mind a felhasználók számára. Különösen a kis skálán zajló veszélyes időjárás jelenségek előrejelzésénél olyan gyors az előrejelzési hiba növekedése, hogy a bizonytalanságok csak egy határig csökkenthetők, és így a korrekelt ultrarövid-távú (maximum 12–24 órára szóló) előrejelzésekhez már semmiképpen sem kerülhető meg a bizonytalanságok számszerűsítése. Ily módon például egy nagyfelbontású (pl. kistérségekre vonatkozó [12]), ultrarövid-távú előrejelző rendszer kategorikus alkalmazása és interpretálása elviekben hibás koncepció (még akkor is, ha létező felhasználói igényt akar kielégíteni), mert nem ad le-

Valószínűségi előrejelzések: áldás vagy átok?



hetőséget a bizonytalanságok érzékeltetésére.

Reményeink szerint írásunk hozzájárul ahhoz, hogy ne csak egyre többen értékeljék, hanem egyenesen igényeljék az előrejelzések mellé szolgáltatott bizonytalansági információkat és legfőképpen beépítsék azokat az időjárásról és éghajlatváltozással kapcsolatos döntéseik meghozatalába – azaz felismerjék, hogy a meteorológiai előrejelzésekhez illesztett bármifajta bizonytalansági információ áldás (plusz információ) és nem átok (ismereteink hiánya). ❄️

**KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS.** Köszönet illeti Kovács Máriát és Baran Sándort a szöveghez tett javaslataikért, Krüzselyi Ilonát az ENSEMBLES modelleredményeket bemutató illusztrációkért (6. ábra), illetve Linus Magnussont a Sandy hurrikánnal kapcsolatos ábra (5. ábra) rendelkezésünkre bocsátásáért. Külön köszönet Remete Évának az 5. ábra tökéletesítéséért.

**IRODALOM**

- [1] Tél T., Gruiz M., 2002: *Kaotikus Dinamika*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.
- [2] Götz G., Horányi A., 2008: *Edward N. Lorenz (1917–2008)*. *Léggör* 53 (2), 29–30.
- [3] Lorenz, E., 1963: *Deterministic nonperiodic flow*. *J. Atmos. Sci.* 20, 130–142.
- [4] Götz G., 2001: *Káosz és prognosztika*. Országos Meteorológiai Szolgálat, Budapest, pp. 490.
- [5] Götz G., Radnóti G., Horányi A., 2003: *Miért nem lehetnek az időjárás-előrejelzések sohasem egészen pontosak?* *Léggör* 48 (2), 2–5.
- [6] Horányi A., Ihász I., Radnóti G., 1998: *Az időjárás számszerű előrejelzése*. Természet Világa, I. Különszám, 39–43.
- [7] Hawkins, E., Sutton, R., 2009: *The potential to narrow uncertainty in regional climate predictions*. *Bulletin of American Meteorological Society* 90, 1095–1107.
- [8] Hawkins, E., Sutton, R., 2011: *The potential to narrow uncertainty in projections of regional precipitation change*. *Climate Dynamics* 37, 407–418.
- [9] Nakicenovic, N., Swart, R. (eds.), 2000: *IPCC special report on emissions scenarios*. Cambridge University Press, Cambridge.
- [10] Palmer, T., Hagedorn, R. (eds.), 2006: *Predictability of Weather and Climate*. Cambridge University Press, Cambridge, pp. 718.
- [11] Magnusson, L., Thorpe, A., Bonavita, M., Lang, S., McNally, T., Wedi, N., 2013: *Evaluation of forecasts for hurricane Sandy*. ECMWF Tech. Memo. 699, pp. 30. <http://www.ecmwf.int/publications/library/do/references/show?id=90723>.
- [12] Horváth Á., 2013: *A viharjelzés bizonytalanságai*. *Természet Világa különszáma*, 62–66. old.

**6. ábra.** A téli csapadékváltozás (%-ban) 2021–2050-re az 1961–1990 időszakhoz képest az OMSZ-nál alkalmazott két regionális klíma-modell eredményei alapján (felül), az ENSEMBLES projekt (<http://www.ensembles-eu.org>) 17 regionális modelleredménye alapján (középen), valamint ugyanezen 17 modell eredménye alapján a csapadék növekedésének valószínűsége (%-ban; alul). Az ábrák alatti értékek a Magyarországra növekedést, illetve csökkenést mutató modellek arányát jelzik. Az ábráról leolvasható, hogy két modell esetén a csapadék növekedésének és csökkenésének esélye megegyezik (50–50%), ugyanakkor 17 modellt vizsgálva ez az arány már 70–80% a csapadék növekedése javára