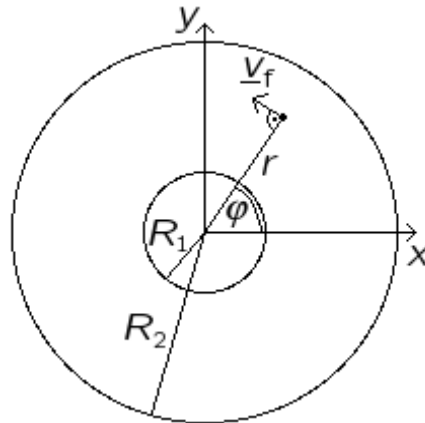


Elméleti mechanika B
I. házi feladat
Beadandó: **szeptember 21.**, ill. **22.**

A) Feladat: Egy folyadék sebességének radiális, ill. tangenciális komponensét az alábbi függvények adják meg az ábrán látható két kör között:

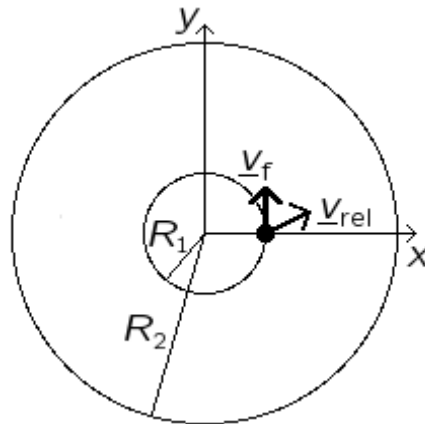
$$v_{fr} = 0,$$
$$v_{f\varphi} = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{1}{r}.$$



A $t = 0$ időpillanatban egy vízen úszó szonda indul el az $x = R_1$, $y = 0$ pontból (tömör karika). A folyadékhoz viszonyított relatív sebességének a komponensei a következők:

$$v_{rel r} = u_1,$$
$$v_{rel \varphi} = u_2.$$

Γ , u_1 , u_2 , R_1 és R_2 konstans paraméterek. Írjuk fel a szonda pályájának az egyenletét síkbeli polárkoordinátákban, azaz az r és a φ változókra!



Matematikai kiegészítésért lásd a következő oldalt!

Síkbeli polárkoordináta-rendszerben a \mathbf{v} sebességet két komponenssel reprezentáljuk: a v_r radiális és a v_φ tangenciális (avagy érintőirányú) sebességkomponenssel:

$$\mathbf{v} = v_r \mathbf{e}_r + v_\varphi \mathbf{e}_\varphi,$$

ahol \mathbf{e}_r a radiális, \mathbf{e}_φ pedig a tangenciális bázisvektor. (A sebességkomponensek tehát azok a lineárkombinációk együtthatók, amelyek segítségével a sebességvektor előáll a bázisvektorok lineárkombinációjaként.¹) Belátható, hogy a radiális és a tangenciális sebességkomponens kapcsolata a síkbeli polárkoordinátákkal, ill. ezek időderiváltjaival a következő:

$$\begin{aligned}v_r &= \dot{r}, \\v_\varphi &= r\dot{\varphi}.\end{aligned}$$

Bővebb információért megnézhetitek pl. a következő linkeket:

- http://ocw.mit.edu/courses/aeronautics-and-astronautics/16-07-dynamics-fall-2009/lecture-notes/MIT16_07F09_Lec05.pdf (1.-2. oldal)
- <https://www.youtube.com/watch?v=3z15i3hjNzo>

B) Kérdés: Mi a feltétele annak, hogy egy gyorsuló koordináta-rendszerben felírt mozgásegyenletben pontosan 1 tehetetlenségi erő jelenjen meg?

<http://theorphys.elte.hu/~drotos/emb/1HF.pdf>

¹Ez definíció szerint minden koordináta-rendszerben így van, pl. derékszögű koordináta-rendszerben $\mathbf{v} = v_x \mathbf{e}_x + v_y \mathbf{e}_y$, ahol \mathbf{e}_x az x tengely irányába, \mathbf{e}_y pedig az y tengely irányába mutató bázisvektor.