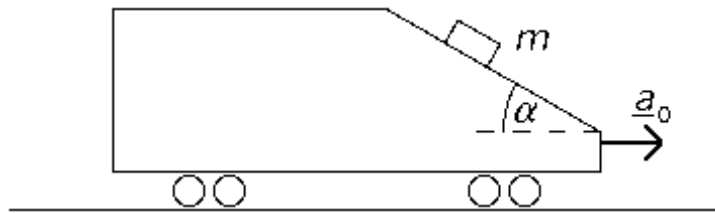


Elméleti mechanika B
Zárthelyi dolgozat, 1. témakör
Pótalkalom
2014. december 23., kedd

Minden feladatot 0 és 4 pont között értékelek. Az egyes feladatokra adott értéket az ott feltüntetett faktorról szorzom, és az így adódó pontszámok összege adja a ZH összpontszámát. Maximális összpontszám: 20 pont.

1. Az ábrán látható kocsi \mathbf{a}_0 gyorsulással kezd jobbra mozogni. A mozgás kezdetekor a rajta lévő, m tömegű test éppen nyugalomban van. Mekkora legyen a kocsi gyorsulása, hogy a test ne mozduljon el a lejtő mentén?

(1x-es szorzó)



2. Tekintsük a következő egydimenziós potenciált:

$$V(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}\gamma a^2 & , \text{ ha } x < -a \text{ (I. tartomány)}, \\ -\frac{1}{2}\gamma x^2 & , \text{ ha } -a \leq x \leq b \text{ (II. tartomány)}, \\ -\frac{1}{2}\gamma b^2 & , \text{ ha } x > b \text{ (III. tartomány)}, \end{cases}$$

ahol $\gamma, a, b > 0$ konstans paraméterek, és $a > b$. Adjuk meg a potenciál egyensúlyi pontjainak a helyét (de ne foglalkozzunk a tartományokat határoló $x = -a$ és $x = b$ pontokkal)! Mekkora E mechanikai energia mellett lehet a tömegpont az imént meghatározott egyensúlyi pontokban nyugalomban? Tekintsünk egy olyan E mechanikai energiát, ami ezen energiák közül a legkisebb kettő között van. Ha egy tömegpontnak ekkora az energiája, akkor a szóban forgó egyensúlyi pontok közül melyeken tud áthaladni, és mekkora sebességgel? Vizsgáljuk meg alaposabban is ezt a mozgást. Lesz-e fordulópontja, és ha igen, hol? Rajzoljuk fel a fázistérbeli trajektóriáját!

(2x-es szorzó)

3. Egy R sugarú, kör alakú szárazulat körül víz áramlik. Az ábrán jelölt koordináta-rendszerben a víz radiális sebességkomponse 0, a víz szögsebessége pedig a helynek a következő függvénye:

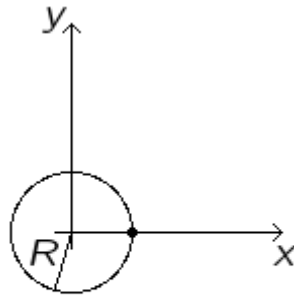
$$\omega_f = \omega_0 \frac{R}{r},$$

ahol $\omega_0 > 0$ konstans. A $t = \tau > 0$ időpillanatban egy szondát indítunk el a vízhez viszonyított relatív kezdősebesség nélkül az $x = R, y = 0$ pontból (tömör karika az ábrán). A vízhez viszonyított relatív sebességének tangenciális komponense nincsen, a radiális komponensének az időderiváltja pedig a következő:

$$\dot{v}_{\text{rel}r} = \tau^2 \frac{v_\varphi}{t^3},$$

ahol v_φ a szonda teljes sebességének a tangenciális komponense az aktuális időpillanatban. Legfeljebb milyen nagy radiális sebességet közelíthet meg tetszőlegesen a szonda? Független-e a szárazulat R sugarától a szonda pozícióját leíró $\varphi(t)$ függvény?

(2x-es szorzó)



Jó munkát!