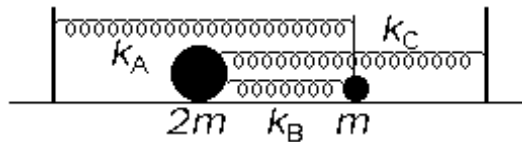


Elméleti mechanika B
Zárthelyi dolgozat, 2. témakör
Pótalkalom
2015. január 5., hétfő

Minden feladatot 0 és 4 pont között értékelek. Az egyes feladatokra adott értéket az ott feltüntetett faktorral szorzom, és az így adódó pontszámok összege adja a ZH összpontszámát. Maximális összpontszám: 20 pont.

1. Az ábrán látható golyós-rugós rendszerben az A jelű rugó *csak* az m tömegű testhez, a C jelű rugó pedig *csak* a $2m$ tömegű testhez csatlakozik a megfelelő falon kívül. A rendszer a rugók nyújtatlan állapotában egyensúlyban van. Számítsuk ki rendszer sajátfrekvenciáit! (Elegendő a sajátfrekvenciák négyzetét megadni, és ezeket nem szükséges egyszerű alakra rendezni.)

(1x-es szorzó)



2. Mozogjon egy ismert m tömegű tömegpont a

$$V(r) = V_0 \sin(kr)$$

potenciálban, ahol $V_0, k > 0$ ismert paraméterek. Legyen a tömegpont impulzusmomentuma

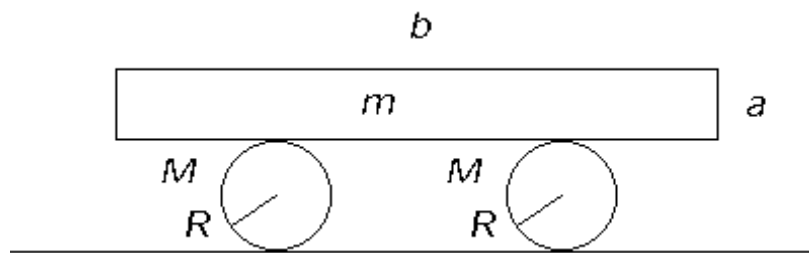
$$N = \sqrt{8\pi^3 \frac{mV_0}{k^2}}.$$

Mekkora a lehetséges legkisebb körpálya sugara, amin a tömegpont mozoghat? Stabil-e ez a körpálya? (A kis rezgések körfrekvenciáját nem szükséges meghatározni.) Mekkora E mechanikai energiával tud a tömegpont ezen a körpályán haladni? Legyen E' kétszer ekkora mechanikai energia, azaz $E' = 2E$. Ha egy m tömegű tömegpont energiája E' , impulzusmomentuma a fent definiált N , és az origótól mért távolsága megegyezik az imént meghatározott körpálya sugarával, akkor hogyan viszonyul egymáshoz a radiális és a tangenciális sebességkomponensének a nagysága?

(2x-es szorzó)

3. Egy vízszintes felületen két, egyenként M tömegű és R sugarú henger tisztán gördül. A hengerekre egy m tömegű, a és b élhosszúságú téglatestet helyezünk (lásd az ábrát). A téglatest és a hengerek érintkezésénél szintén tiszta gördülés lép fel. Írjuk fel a rendszer Lagrange-függvényét, és származtassuk belőle az Euler–Lagrange-egyenlete(ke)t! Keressünk megmaradó fizikai mennyiséget a mechanikai energián kívül! Megegyezik-e ez a mennyiség a testek vízszintes irányú összimpulzusával? (Egy m tömegű, a és b élhosszúságú téglatestnek a tömegközéppontján átmenő, a harmadik élével párhuzamos forgástengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka $\Theta = m(a^2 + b^2)/12$. Egy M tömegű, R sugarú hengernek a tömegközéppontján átmenő, az alkotójával párhuzamos forgástengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka $\Theta = MR^2/2$.)

(2x-es szorzó)



Jó munkát!