

Elméleti mechanika B / Mechanika 2  
Zárthelyi dolgozat, 1. témakör, hétfő  
2015. október 19.

Minden feladatot 0 és 4 pont között értékelek. Az egyes feladatokra adott értéket az ott feltüntetett faktorral szorzom, és az így adódó pontszámok összege adja a ZH összpontszámát. Maximális összpontszám: 20 pont.

1. Tekintsük a következő erőteret:

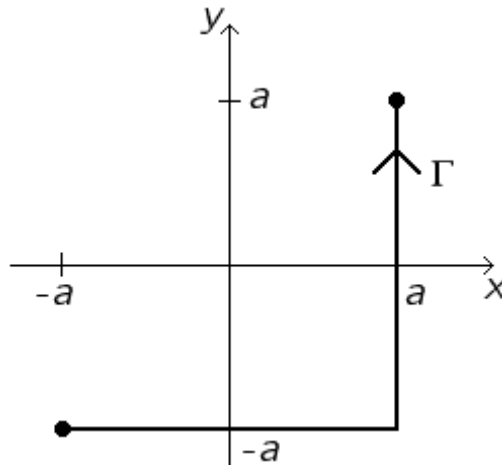
$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = Cr^2 \mathbf{e}_-,$$

ahol  $C > 0$  egy konstans paraméter,  $\mathbf{e}_-$  pedig az alábbi egységvektor:

$$\mathbf{e}_- = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Számítsuk ki az erő által végzett munkát az ábrán jelölt  $\Gamma$  görbe mentén! Lehet-e az eredmény alapján az erőter konzervatív, és miért?

(1x-es szorzó)



2. Tekintsük a következő egydimenziós potenciált:

$$V(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}k(x+a)^2 - \frac{1}{2}ka^2 & , \text{ ha } x \leq 0, \\ V_0 e^{-x/l} - V_0 & , \text{ ha } x > 0, \end{cases}$$

ahol  $k, a, V_0, l > 0$  konstans paraméterek. Egy  $m$  tömegű tömegpontot elindítunk az  $x = -\frac{a}{2}$  helyen  $\dot{x} = \frac{a}{2} \sqrt{\frac{k}{m}}$  sebességgel. Hol vannak az ekkor kialakuló mozgás fordulópontjai? Írjuk fel a vonatkozó fázistérbeli trajektória koordináta-geometriai egyenletét, és nevezzük meg, milyen alakzatról van szó! Adjuk meg, hogy mekkora sebességgel halad át a tömegpont az  $x = -a$  ponton! Mindezek alapján rajzoljuk fel a fázistérbeli trajektóriát! Mi lesz a tömegpont „sorsa”: periodikusan fog-e mozogni, vagy elmegy a végtelenbe?

(2x-es szorzó)

3. Az ábrán látható, tetszőlegesen nagynak tekinthető medencében a víz a középpontból kifelé áramlik. A víz sebességének a radiális komponense (egy szivattyúrendszernek köszönhetően) közvetlenül az idő függvénye, és a medence minden pontjában megegyezik:

$$v_{fr} = \frac{1}{2}b_1t^2.$$

A  $t = 0$  időpillanatban egy szondát indítunk el az  $x = 0, y = R$  pontból (tömör karika) kezdősebesség nélkül. A vízhez viszonyított relatív sebességének a radiális komponense a szonda szögsebességétől és pozíciójától függ:

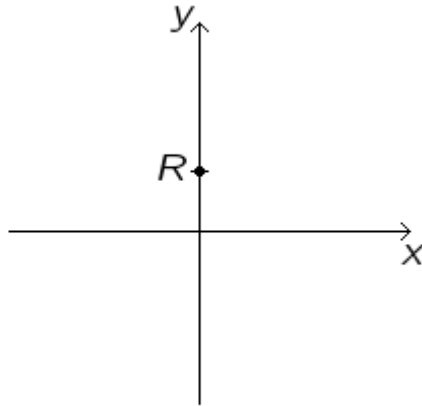
$$v_{relr} = u_1(1 - \tau\dot{\varphi} \sin \varphi).$$

( $\varphi$  a szokásos síkbeli polárszög.) A szonda teljes  $\beta$  szöggyorsulása időben állandó, és nem függ semmilyen módon a szonda pozíciójától sem:

$$\beta(t) = \beta_0 = \text{állandó}.$$

(A szöggyorsulás definíció szerint a szögsebesség idő szerinti deriváltja,  $\beta(t) \equiv \frac{d}{dt}\dot{\varphi}(t) \equiv \ddot{\varphi}(t)$ .) Milyen messze lesz a szonda az origótól, amikor a kezdeti pozíciójához viszonyítva az origó átellenes oldalára érkezik (első alkalommal)? (Feltesszük, hogy a vizsgált pozíció eléréséig az origótól mért távolság soha nem csökken le 0-ra.)

(2x-es szorzó)



Jó munkát!