Elméleti mechanika B / Mechanika 2
Zárthelyi dolgozat, 1. témakör, *pótalkalom*
2015. december 21.

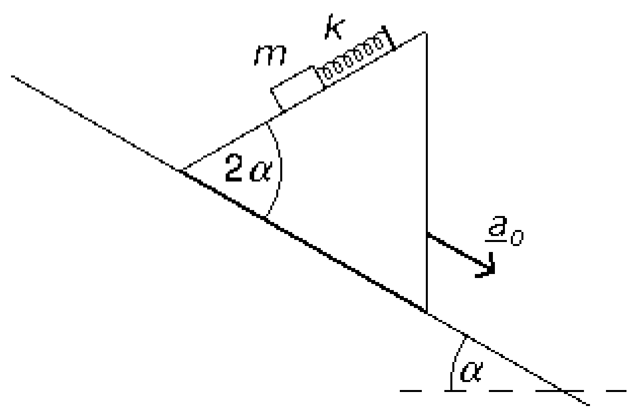
Minden feladatot 0 és 4 pont között értékelek. Az egyes feladatokra adott értéket az ott feltüntetett faktorral szorzom, és az így adódó pontszámok összege adja a ZH összpontszámát. Maximális összpontszám: 20 pont.

1. Egy háromszög alapú hasábot $\mathbf{a}_0$ gyorsulással mozgatunk egy α hajlásszögű lejtő mentén lefelé, $\alpha < 45°$. A hasáb ábrán jelölt szöge 2α. A hasáb felülső lapján elhelyezkedő, k direkciós erejű rugóhoz egy m tömegű testet rögzítünk.

   a) Írjuk föl a test mozgásegyenletének a hasáb felülső lapjával párhuzamos komponensét a hasábhoz rögzített vonatkoztatási rendszerben! Mérjük a test pozícióját a rugó nyújtatlan helyzetétől.

   b) Mekkora lesz a rugó egyensúlyi megnyúlása?

(1x-es szorzó)



2. Egy m tömegű tömegpontot a $t = 0$ időpillanatban elindítunk egy egyenes mentén. Az egyenesmenti koordinátát x jelöli, és a tömegpont x helye a következő módon alakul az idő függvényében:

$$x(t) = x_0 - \sqrt{x_0 a_0}\, t + \frac{1}{2} a_0 t^2,$$

ahol $x_0 > 0$ és $a_0 > 0$ konstans paraméterek. Más információnk nincsen. Írjuk fel a tömegpont fázistérbeli trajektóriájának a koordináta-geometriai egyenletét, és nevezzük meg, milyen alakzatról van szó! Hol van a mozgásnak fordulópontja? Adjuk meg, hogy mekkora sebességgel halad át a tömegpont az $x = 2x_0$ ponton! Mi lesz a tömegpont „sorsa”: periodikusan fog-e mozogni, vagy elmegy a végtelenbe?

(2x-es szorzó)

3. Az ábrán látható gyűrű alakú medencében a vizet egy szivattyúrendszer hajtja. A víz sebességének radiális, ill. tangenciális komponensét az alábbi függvények adják meg a pozíció függvényében:

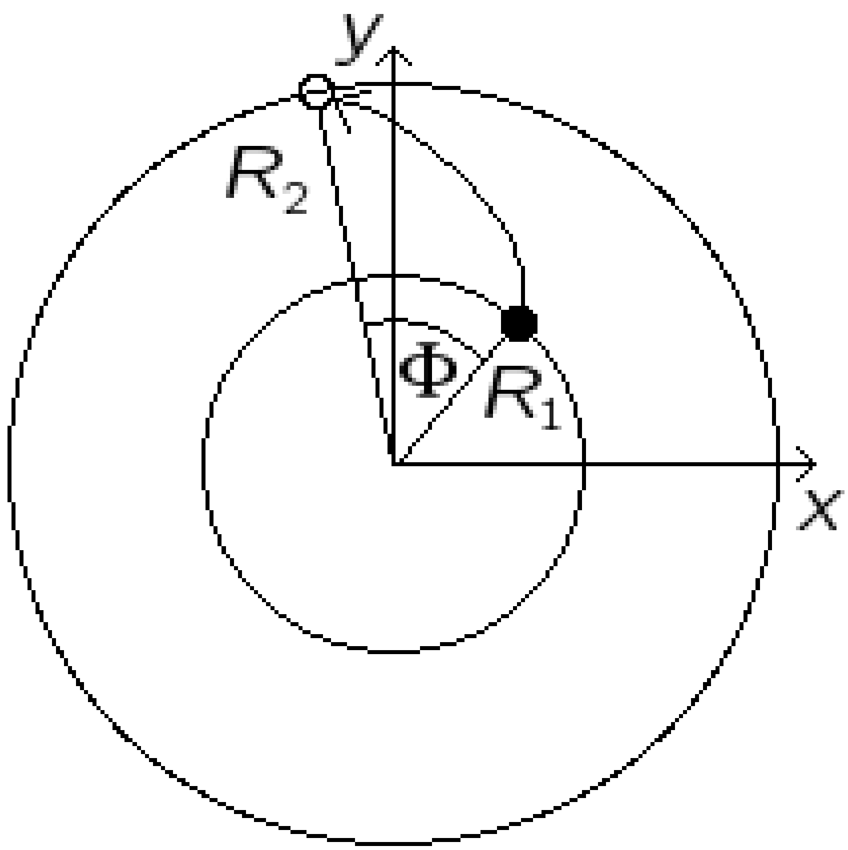
$$v_{\mathrm{f}\,r} = v_0(2 + \cos\varphi)\ ,$$
$$v_{\mathrm{f}\,\varphi} = \frac{v_0}{R_2} r\ .$$

A $t = 0$ időpillanatban egy szondát indítunk el az R_1 sugarú belső peremtől. A vízhez viszonyított relatív sebessége függ a φ síkbeli polárszögtől, az r origótól mért távolságtól, és a v_r *teljes* radiális sebességkomponenstől is:

$$v_{\mathrm{rel}\,r} = -u_0(2 + \cos\varphi)\ ,$$
$$v_{\mathrm{rel}\,\varphi} = -\frac{(v_0 - u_0)^2}{R_2} \cdot \frac{r(2 + \cos\varphi)}{v_r}\ .$$

$u_0 > 0$ és $v_0 > u_0$ ismert, konstans paraméterek. Milyen (x_0, y_0) koordinátákból (tömör karika) indítottuk a szondát, ha összesen egy ismert Φ érték az origó körül mért szögelfordulása a kezdeti pozíciójához viszonyítva, amikor megérkezik az R_2 sugarú külső peremhez?

(2x-es szorzó)



Jó munkát!