Elméleti mechanika B / Mechanika 2

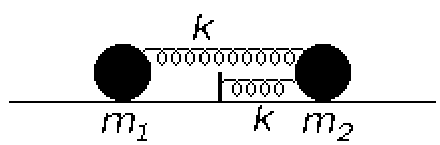
Zárthelyi dolgozat, 2. témakör, *hétfő*

2015. december 7.

Minden feladatot 0 és 4 pont között értékelek. Az egyes feladatokra adott értéket az ott feltüntetett faktorral szorzom, és az így adódó pontszámok összege adja a ZH összpontszámát. Maximális összpontszám: 20 pont.

1. Az ábrán látható golyós-rugós rendszerben az alsó rugó bal vége egy falhoz van rögzítve. Adjuk meg a rendszer sajátfrekvenciáinak a négyzetösszegét, vagyis az $\omega_{\mathrm{I}}^2 + \omega_{\mathrm{II}}^2$ kifejezés értékét!

   (1x-es szorzó)

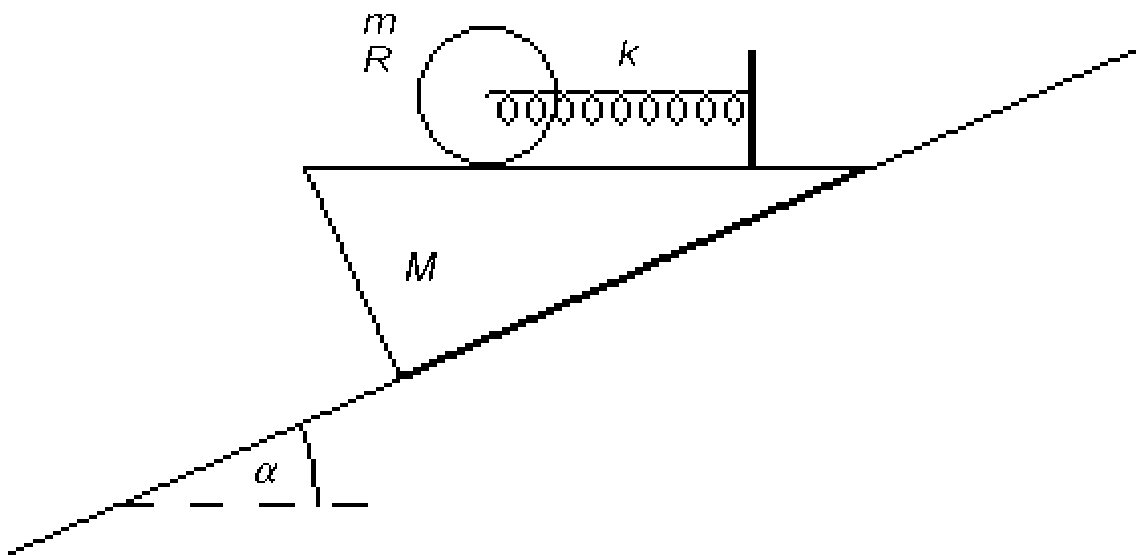


2. Tekintsük a
$$V(r) = -\frac{\alpha}{r^4}$$
centrális potenciált, ahol $\alpha > 0$ egy ismert paraméter. Indítsunk el benne egy m tömegű tömegpontot az $x = 0$, $y = a$ helyen, $v_y = 0$ kezdősebesség-komponenssel. A kezdősebességének a v_x komponensét jelöljük u-val. Mekkorának választhatjuk u-t a feladatban megadott többi paramétertől függően, ha azt szeretnénk, hogy a tömegpont kezdeti helye legyen a tömegpont síkbeli pályájának az origóhoz legközelebb eső pontja? *(Válaszoljunk egy egyenlőtlenség formájában. Számos úton eljuthatunk az eredményhez, az egyikben alkalmazhatjuk Viète formuláit a másodfokú egyenlet megoldásaira: ha $Ax^2 + Bx + C = 0$, akkor $x_1 + x_2 = -B/A$ és $x_1 x_2 = C/A$, ahol x_1 és x_2 a két megoldás.)*

   (2x-es szorzó)

3. Egy M tömegű test (egy háromszög alapú hasáb) egy α hajlásszögű lejtőn súrlódásmentesen csúszhat. A test teteje éppen vízszintes. A test tetejéhez rögzítünk egy (elhanyagolható tömegű) rugót, amelynek a másik végét egy henger szimmetriatengelyéhez kötjük az ábra szerint. (Habár ez csak a három dimenziós térben képzelhető el, a rendszer mozgása síkbelinek tekinthető.) A henger tömege m, sugara R, és a tömegközéppontján átmenő, az alkotójával párhuzamos tengelyre vett tehetetlenségi nyomatéka $mR^2/2$. A henger a másik test tetején tisztán gördül. Írjuk fel a rendszer Lagrange-függvényét, és származtassuk belőle az Euler–Lagrange-egyenlet(ek)et!

(2x-es szorzó)



Jó munkát!