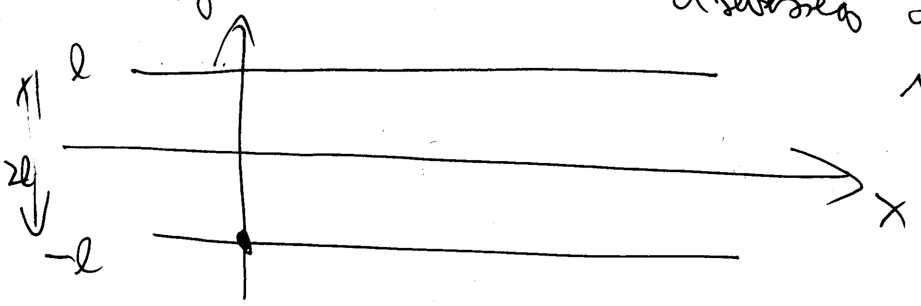
$\boxed{\text{1.OLDAL}}$

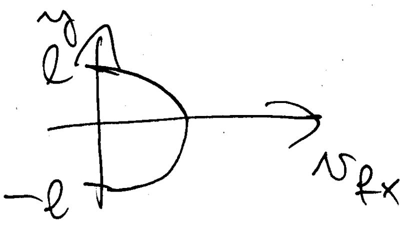
1. példa:

Egy folyón evez át egy csónakos. A folyó helyfüggő sebességgel folyik: → sebességprofil

a sebesség attól függ, melyik pontot választjuk ki. Ehhez a sebességhez adódik hozzá a csónakos sebessége.



$$v_{fx} = v_0\left(1-\frac{y^2}{l^2}\right)$$



$$v_{fy} = 0$$

A csónakos a $t=0$ időpillanatban indul el: $t=0$: $x=0$, $y=-l$

$$v_{rel\,x} = 0$$

$$v_{rel\,y} = u_0$$

Milyen messzire sodródik el, mire a túlpartra ér? $X := x(y=l) = ?$

$$v_x = v_{fx} + v_{rel\,x} = v_0\left(1-\frac{y^2}{l^2}\right)$$

$$v_y = v_{fy} + v_{rel\,y} = u_0$$

$$x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^{t} v_x(t')\,dt' = 0 + \int_0^t v_0\left(1-\frac{y^2}{l^2}\right)dt'$$

Ki tudom-e ezt integrálni? Hol van az időfüggés?

$y = y(t')$! A csónakos y pozíciója időfüggő!

$$x(t) \neq v_0\left(1-\frac{y^2}{l^2}\right)\cdot t$$

$$x(t) \cancel{=} \int_0^t v_0\left(1-\frac{y^2}{l^2}\right)dy$$

Vegyük komolyan, hogy idő szerint kell integrálni! ←

$\boxed{\text{Tulajdonképpen miért helyettesítjük be a csónakos y koordinátáját?}}$

↓

Azért, mert az x irányú sebességkomponens mindig ott „számít", ahol a csónak van: a csónak a saját helyén lép kapcsolatba a vízzel, ami sodorja őt.

Szükségünk van tehát $y(t)$-re,

$$y(t) = y(t_0) + \int_{t_0}^{t} v_y(t')\,dt' = -l + \int_0^t u_0\,dt' = -l + u_0 t$$

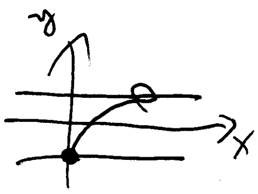
$$\rightarrow \quad x(t) = \int_0^t v_0 \cdot \left(1 - \frac{(-l+u_0 t')^2}{l^2}\right) dt' = v_0 \cdot \int_0^t \left(\cancel{1} - \cancel{1} + 2\frac{u_0}{l}t' - \frac{u_0^2}{l^2}t'^2\right) dt' =$$

$$= \cancel{2}\, v_0 \frac{u_0}{l} \frac{t^2}{\cancel{2}} - v_0 \cdot \frac{u_0^2}{l^2}\frac{t^3}{3}$$

Mi azonban arra vagyunk kíváncsiak, hogy mekkora lesz x, amikor y adott értékű: abban a t időpontban, amikor y adott. x és y között valójában t kiküszöbölésével közvetlen kapcsolatot találunk. Ez a kapcsolat a csónak pályájának az egyenlete.

$$y(t) = -l + u_0 t \rightarrow t(y) = \frac{y+l}{u_0}$$

$$\rightarrow x(y) \equiv x(t(y)) = v_0 \frac{u_0}{l} \cdot \left(\frac{y+l}{u_0}\right)^2 - \frac{1}{3} v_0 \frac{u_0^2}{l^2}\left(\frac{y+l}{u_0}\right)^3$$



A túlpartot $y = l$ definiálja:

$$X \equiv x(y=l) = v_0 \frac{u_0}{l} \cdot \frac{4l^2}{u_0^2} - \frac{1}{3} v_0 \frac{u_0^2}{l^2} \cdot \frac{8l^3}{u_0^3} = \underline{\underline{\frac{4}{3} \cdot \frac{v_0}{u_0} \cdot l}}$$

Dimenzióra jó!

Általános tanulság: mindig olyan sorrendben határozom meg az időfüggéseket, amilyenben ez lehetséges.