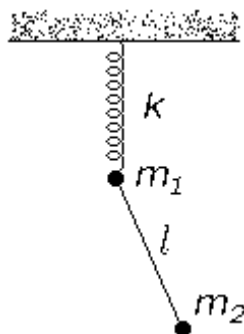


Elméleti mechanika B / Mechanika 2
Zárthelyi dolgozat, 2. témakör, pótalkalom
2016. január 8.

Minden feladatot 0 és 4 pont között értékelek. Az egyes feladatokra adott értéket az ott feltüntetett faktoral szorzom, és az így adódó pontszámok összege adja a ZH összpontszámát. Maximális összpontszám: 20 pont.

1. Rögzítsünk a plafonhoz egy k rugóállandójú rugót, a rugó másik végéhez pedig egy m_1 tömegű testet. Tegyük fel, hogy ez a test nem leng ki oldalirányban. Ehhez a testhez rögzítsünk továbbá egy l hosszúságú, elhanyagolható tömegű ingarúddal egy m_2 tömegű, elhanyagolható méretű ingatestet. Írjuk fel a rendszer Lagrange-függvényét, és származtassuk belőle az Euler-Lagrange-egyenlet(ek)et!

(1x-es szorzó)



2. Tekintsük a

$$V(r) = \frac{1}{2}kr^2$$

centrális potenciált, ahol $k > 0$ egy ismert paraméter. Indítsunk el benne egy ismert m tömegű tömegpontot ismert E teljes mechanikai energiával és

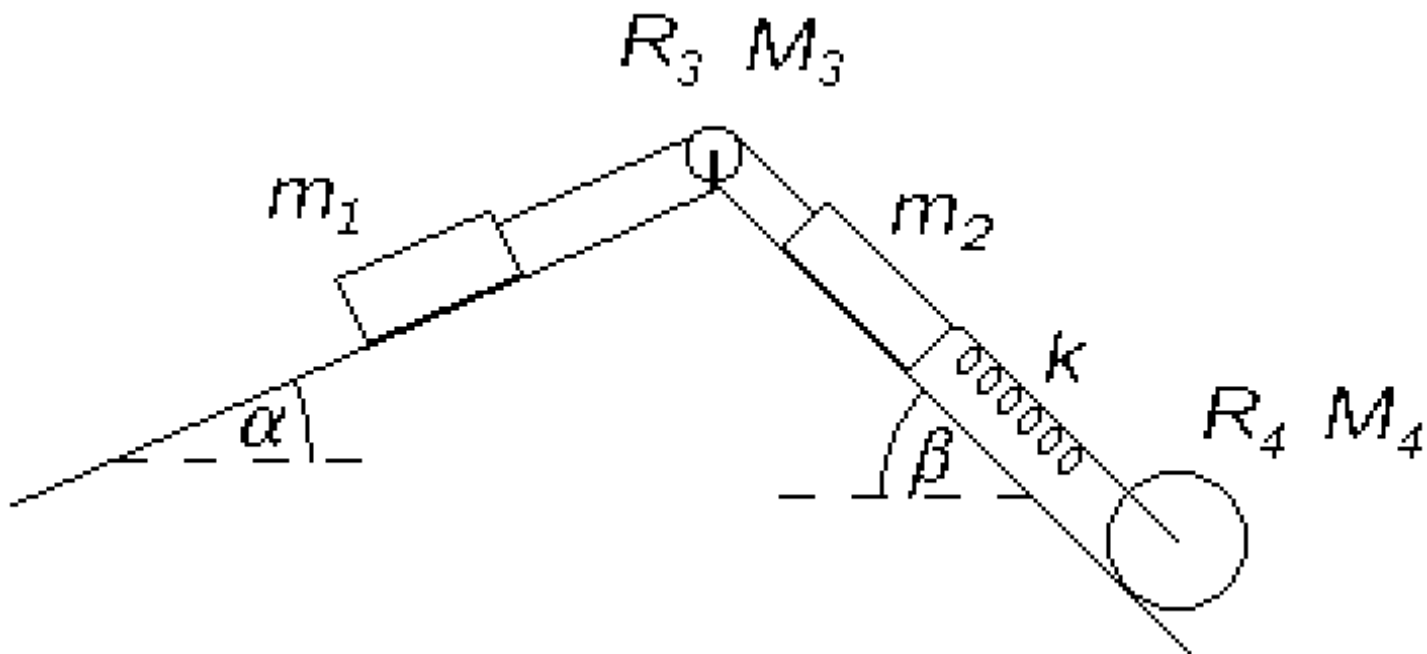
$$N = -\frac{\sqrt{3}}{2}E\sqrt{\frac{m}{k}}$$

impulzusmomentummal úgy, hogy kezdetben közeledjen az origóhoz. Mekkora lesz a tömegpont legnagyobb teljes sebessége a mozgása során? Adjuk meg ekkor a szögsebességét is!

(2x-es szorzó)

3. Egy α hajlásszögű lejtő mentén egy m_1 tömegű hasáb mozdulhat el. Ez a hasáb egy nyújthatatlan fonállal egy m_2 tömegű testhez kapcsolódik, ami az ábrán látható, β hajlásszögű lejtő mentén mozoghat. A lejtők találkozásánál a fonál egy rögzített tengelyű csigán van átvetve. A csiga henger alakú, a tömege M_3 , a sugara pedig R_3 . Az m_2 tömegű testhez egy k rugóállandójú rugón keresztül egy M_4 tömegű, R_4 sugarú henger is kapcsolódik a szimmetriatengelyénél az ábra szerint. (Habár ez csak a három dimenziós térben képzelhető el, a rendszer mozgása síkbelinek tekinthető.) Ez a henger a lejtő mentén tisztán gördül. Csúszási súrlódás sehol nem lép fel a rendszerben. Írjuk fel a rendszer Lagrange-függvényét, és származtassuk belőle az Euler–Lagrange-egyenlet(ek)et! Egy M tömegű és R sugarú hengernek a tömegközéppontján átmenő, az alkotójával párhuzamos tengelyre vett tehetetlenségi nyomatéka $MR^2/2$.

(2x-es szorzó)



Jó munkát!